

УДК 677:539.4

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ И РАСЧЕТ
ПАРАМЕТРОВ ДОЛГОВЕЧНОСТИ В КРИТЕРИЯХ ПРОЧНОСТИ**

В.П. ЩЕРБАКОВ, И.Б. ЦЫГАНОВ, Т.И. ПОЛЯКОВА, А.П. БОЛОТНЫЙ

(Московский государственный текстильный университет им. А. Н. Косыгина,
Костромской государственный технологический университет)
E-mail: office@msta.ac.ru, info@kstu.edu.ru

Рассмотрены критерии макроскопического разрушения, характеризующие временные свойства нитей: Бейли, В.В. Москвитина, А.А. Ильюшина. Отмечено, что любой критерий прочности предполагает знание параметров долговечности – времени t_ , необходимого для разрушения образца при постоянном напряжении σ_0 .*

Criteria of macroscopic destruction characterising time properties of threads are considered: Bailey, V.V.Moskvitina, A.A.Ilyushina. It is noticed that any criterion of strength assumes knowledge of the durability parameters - the time t_ , necessary for destruction of the sample at the constant pressure σ_0 .*

Ключевые слова: повреждаемость, долговечность материала, параметры долговечности, прочность нитей при напряжениях, критерии прочности.

Известно, что многие материалы, нагруженные статическим напряжением, разрушаются со временем, при этом время разрушения уменьшается с увеличением напряжения. Это явление называют "статической усталостью", "разрушением вследствие ползучести", "задержанным разрушением", "длительной прочностью" и т.д.

Различные теоретические модели, предназначенные для объяснения временных эффектов, строятся в общем на основании совершенно различных исходных посылок; часто при этом используются молекулярные модели. Такие трактовки хотя и различаются в деталях, но сходятся в основной предпосылке, заключающейся

в том, что процесс разрушения характеризуется некоторой энергией активации и что высота энергетического барьера понижается на некоторую величину, зависящую от приложенного напряжения.

Развивающиеся во времени процессы разрушения большого числа материалов, включая полимеры и химические волокна, были тщательно исследованы С.Н. Журковым и его сотрудниками, экспериментальные наблюдения которых послужили основанием для большого числа теоретических работ. На базе исследования длительной прочности различных материалов была разработана флуктуационно-временная теория прочности. Согласно

этой теории разрушение твердого тела представляется как постепенно развивающийся во времени процесс необратимого распада атомных связей вследствие флуктуаций внутренней тепловой энергии колебаний атомов. Вероятность разрыва определяется энергетическим барьером, величина которого зависит от действующего напряжения. Весь процесс делится на три стадии: 1) возбуждение молекулярных связей приложенным напряжением; 2) разрушение молекулярных связей в результате температурных колебаний; 3) концентрация разрушенных связей, ведущая к нестабильности. Как видно из изложенного, и это надо принять во внимание в первую очередь при выборе той или иной теории прочности, это направление связано с молекулярными процессами и вряд ли может быть применено к описанию разрушения комплексных нитей и пряжи, не говоря уже о таких сложных конструкциях, как ткань, трикотаж, нетканые материалы. Попытки приблизить расчетную прочность нитей к действительной прочности с помощью экспериментального структурно-чувствительного коэффициента в сущности дают обычную зависимость Аррениуса

$$t_* = a \frac{b\sigma}{T}, \quad (1)$$

где a , b – эмпирические коэффициенты, характеризующие свойства исследуемого материала.

Рассмотрим критерии макроскопического разрушения, характеризующие временные свойства нитей. Одним из основных понятий развивающегося во времени феноменологического процесса разрушения является долговечность – время, необходимое для разрушения образца при постоянном напряжении. При исследовании долговечности материала испытывают несколько одинаковых образцов при различных напряжениях и устанавливают время, необходимое для разрушения каждого образца. По результатам испытаний строят график зависимости времени до разрушения t_* при постоянном напряжении σ_0 от уровня этого напряжения (рис. 1).

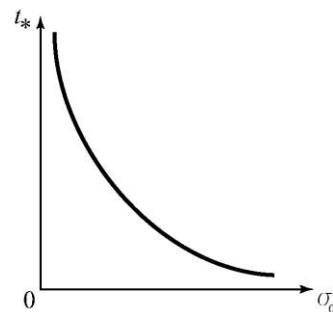


Рис. 1

Конечно, в опытах устанавливается определенная нагрузка, и в ходе эксперимента надо было бы ожидать повышения напряжения, обусловленного уменьшением площади поперечного сечения образца вследствие его растяжения. В известных опытах Эндрейда постоянство напряжения в процессе деформирования достигалось при помощи грузов специальной формы, погружающихся в воду по мере удлинения образца. Что же касается нитей, то опыты на долговечность при постоянной нагрузке дают и практически постоянное напряжение. Элементарные расчеты показывают, что для нитей даже больших линейных плотностей уменьшение площади поперечного сечения волокон, воспринимающих нагрузку, достаточно мало (даже при коэффициенте Пуассона, равном 0,5) и истинное напряжение можно считать постоянным.

При аппроксимации $t_* = t_*(\sigma_0)$ часто используется степенная зависимость:

$$t_* = B\sigma_0^{-b}. \quad (2)$$

В практических приложениях чаще всего приходится оценивать прочность нитей при напряжениях, определенным образом меняющихся во времени. Поэтому необходимо установить закономерности длительной прочности при одноосном напряженном состоянии при переменном нагружении.

Рассмотрим вначале случай, когда напряжения изменяются ступенчато. Располагая этими данными, можно установить, что при действии постоянного напряжения

σ_1 разрушение произойдет по прошествии времени $t_*^{(1)}$, напряжению σ_2 соответствует время до разрушения $t_*^{(2)}$, и т. д., на i -м шаге нагружения значению σ_i соответствует время $t_*^{(i)}$. Если окажется, что время действия напряжения σ_i больше или равно $t_*^{(i)}$, то произойдет разрушение. Если $\Delta t_i < t_*^{(i)}$, то разрушение не наступит, и за время Δt_i исчерпается лишь части несущей способности нити, равной отношению $\frac{\Delta t_i}{t_*^{(i)}}$. Используем для обозначения отно-

шения $\frac{\Delta t_1}{t_*^{(1)}}, \frac{\Delta t_2}{t_*^{(2)}}, \dots, \frac{\Delta t_i}{t_*^{(i)}}$ давно установив-

шийся термин *повреждаемость* на первой, второй, i -й ступенях нагружения.

Экспериментальные исследования длительной прочности, проведенные при переменных режимах нагружения, показали, что во многих случаях разрушение происходит, когда сумма повреждаемостей становится равной единице:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_i}{t_*^{(i)}(\sigma_i)} = 1. \quad (3)$$

Этот экспериментально установленный факт называют условием (принципом) линейного суммирования повреждаемостей. Впервые этот принцип был сформулирован Бейли, и поэтому его часто называют принципом Бейли.

Если напряжение в исследуемом интервале изменяется непрерывно, то, переходя от суммы к интегралу, получим:

$$\int_0^{t_*} \frac{dt}{t_0 [\sigma(t)]} = 1, \quad (4)$$

где t_0 – время до разрушения при постоянных напряжениях, равных мгновенным значениям $\sigma(t)$.

Формула

$$\frac{B^{1+n}}{1+n} = \int_0^{t_*} (t_* - \tau)^n \sigma^{b(1+n)}(\tau) d\tau \quad (5)$$

получена В.В. Москвитиным [1] и является критерием длительной прочности, определяющим время до разрушения t_* при заданном законе нагружения $\sigma(t)$ и экспериментально определяемой функции долговечности $t_* = t_*(\sigma_0)$.

Теория прочности А.А. Ильюшина [2] в случае одноосного напряженного состояния приводит к предельному соотношению вида:

$$bB^{\frac{1}{b}} = \int_0^{t_*} (t_* - \tau)^{\frac{1}{b}-1} \sigma(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Из изложенного следует, что любой критерий прочности предполагает знание параметров долговечности b и B . При исследовании долговечности испытывают образцы материала при статической нагрузке и устанавливают время, необходимое для их разрушения. На кафедре МТВМ МГТУ им. А.Н. Косыгина был разработан способ и создана установка для измерения времени до разрушения нити на основе испытательной машины FP-100/1. Сама установка, способ нагружения нити постоянной нагрузкой, методика измерения времени до разрушения описаны в [3]. Испытанию подвергнута льняная пряжа линейной плотности $T = 86$ текс при трех уровнях нагрузок $P_u : 1,3; 1,4$ и $1,5$ Н. Каждой u -й величине нагрузки соответствуют 30 опытов. Напряжения σ в ГПа определены по формуле

$$\sigma = \frac{P}{T} \rho,$$

где ρ – плотность пряжи, $г/см^3$. Общепринятым при решении задач выравнивания или сглаживания является метод наименьших квадратов:

$$\sum_{i=1}^n (t_{*i} - B\sigma_{0i}^{-b})^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

В дальнейшем показаны два метода вычисления параметров b , B на основе экспериментальных данных. Общие методы парного регрессионного анализа даны в обширной литературе и здесь подробно не рассматриваются. Обычно подбор параметров нелинейной функции сводится к ее линеаризации и в дальнейшем используется хорошо разработанный аппарат линейной регрессии. В частном случае степенная функция линеаризуется ее логарифмированием. В результате решения получены оценки параметров долговечности:

$$B = 1,766 \cdot 10^5; b = 3,233.$$

Отметим требования, которые предъявляются к оценкам для неизвестных параметров по результатам опытов: состоятельность, несмещенность и эффективность. И здесь сталкиваемся с серьезными затруднениями нахождения параметров, когда нелинейная функция линеаризуется, а далее осуществляется подбор параметров линейной функции. В этом случае выбранные оценки не удовлетворяют требованию эффективности. Напомним, что оценка называется эффективной, если она обладает по сравнению с другими наименьшей дисперсией. Тогда следует принять другой метод решения задачи о наименьших квадратах. В теории оптимизации задачи минимизации функций вида (7) занимают особое место. Как правило, именно для задач о наименьших квадратах разработаны специальные алгоритмы. В нашей же задаче с малой размерностью можно использовать универсальные методы безусловной численной оптимизации математических пакетов программ, например, MathCAD. Решение оптимизационной задачи дает

$$B = 9,013 \cdot 10^4; b = 2,97.$$

Разница значений параметров долговечности, вычисленных двумя приведенными способами, существенна, и, конечно, предпочтение следует отдать второму как теоретически более обоснованному.

Опытные данные долговечности характеризуются огромным статистическим разбросом, на порядок превышающим точечные оценки прочности. Но любой рассмотренный нами критерий прочности построен на соотношении, предполагаемом известным из опытов на долговечность. Базовая же зависимость $t_* = t_*(\sigma_0)$ для индивидуального образца неизвестна. Поэтому эту зависимость следует заменить ее математическим ожиданием $E\{t_*\}$.

Б. Колеманом [4] разработана теория разрушения волокон и нитей, названная им "кинетикой разрыва". Эта теория сравнима с теорией наислабейшего звена. Фундаментальное их различие состоит в физической интерпретации гипотез. В классической теории утверждается, что предел прочности волокон или нитей соответствует пределу прочности его наислабейшего поперечного сечения. В теории кинетики разрыва полагается, что волокно или нить, находящиеся под нагрузкой $\sigma(t)$, разрушаются в поперечном сечении, которое имеет наименьшее время "жизни" при $\sigma(t)$. Этой теорией мы и воспользуемся, чтобы решить вопрос о долговечности нитей, лежащей в основе теорий длительной прочности. Вывод основных соотношений теории "кинетики разрыва" приведен в [5]. Среднее время "жизни" волокон определяется формулой:

$$E\{t_*\} = \left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^{\frac{1}{k}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) B \sigma_0^{-b}. \quad (8)$$

Здесь k – положительная константа; ℓ_0 – длина образца, при которой определялась долговечность (в нашем случае $\ell_0 = 500$ мм). Коэффициент вариации:

$$C\{t_*\} = \frac{\sqrt{D\{t_*\}}}{E\{t_*\}} = \left[\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

не зависит от нагрузки. В соответствии с формулой для $C\{t_0\}$ возможна постанов-

ка эксперимента для определения параметра k : при зажимной длине ℓ_0 и индивидуальных значениях долговечности $\sigma_0 = \text{const}$ вычисляются среднее, дисперсия, коэффициент вариации, и по формуле (9) определяется параметр k .

Получены точечные характеристики случайных величин долговечности: среднее $\bar{t}_* = 53,5$ с; несмещенное среднее квадратическое отклонение $s = 80,4$ с²; коэффициент вариации $C = 1,50$. Решение уравнения (9) относительно k дало $k=0,685$.

С учетом изложенной теории изменится и вид критериев прочности, отражающих процесс накопления повреждений. Функция повреждаемости нити $\omega(t)$, удовлетворяющая условиям $\omega(0) = 0$, $\omega(t_*) = 1$ и построенная на критерии (6), теперь примет вид:

$$\omega(t) = \frac{\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^{\frac{1}{bk}}}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right]^{\frac{1}{b}} bV^{\frac{1}{b}}} \int_0^t (t - \tau)^{\frac{1}{b}-1} \sigma(\tau) d\tau. \quad (10)$$

Величина $\left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right]^{\frac{1}{b}} = 1,09$ характери-

зует уменьшение повреждаемости льняной пряжи вследствие статистического разброса долговечности в 1,1 раза. При больших коэффициентах вариации (свыше 1,9) уравнение (9) не имеет действительных корней. В другом гипотетическом случае, когда дисперсия равна нулю,

$\left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right]^{\frac{1}{b}} = 1$, то есть повреждаемость

более неравномерной по долговечности нити меньше. Этот неожиданный вывод в

какой-то мере можно объяснить масштабным эффектом в формулах (8) и (10). Среднее время "жизни" участка пряжи длиной ℓ определяется выражением (8), в соответствии с которым $E\{t_*\}$ увеличивается с уменьшением ℓ . Наименьшее время "жизни" при $\sigma(t)$, соответствующее разрыву пряжи, имеют участки с меньшим числом волокон, то есть с пониженной линейной плотностью по сравнению со средней. Такие отрезки пряжи появляются вследствие коротковолновой неровноты, возникающей в вытяжном приборе прядильной машины. Длина ℓ с меньшим числом волокон существенно меньше длины $\ell_0 = 500$ мм, на которой проведены испытания долговечности. Отсюда идет увеличение времени "жизни" короткого участка пряжи и, как следствие, уменьшение повреждаемости. Понятно, что сказанное не служит еще полным доказательством, но прямых физических методов изучения повреждаемости не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. – М.: Наука, 1972.
2. Ильюшин А.А., Победра Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970.
3. Щербаков В.П., Скуланова Н.С. Основы теории деформирования и прочности текстильных материалов: Монография. – М., 2008.
4. Coleman B.D. Statistics and Time Dependence of Mechanical Breakdown in Fibres // Journal of applied Physics. – Vol. 29, №6, 1958. P. 968...983.
5. Щербаков В.П. Прикладная механика нити. – М., 2001.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов МГТУ им. А.Н. Косыгина. Поступила 07.04.10.