УДК 667.01

АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ОДЕЖДЫ В УСЛОВИЯХ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСТЯЖЕНИЯ

Л.Н.ЛИСИЕНКОВА, Е.А.КИРСАНОВА

(Филиал Южно-Уральского государственного университета г. Златоуст, Московский государственный университет дизайна и технологий)
E-mail: adm@zb-susu.ru, rector@mgudt@mail.ru

На основании анализа деформационного состояния текстильных материалов для одежды получены теоретические модели их упругого состояния в соответствующих напряжениях и деформациях. Также определены геометрические параметры упругих деформаций в текстильном материале при проектировании швейного изделия, при его технологических обработках и эксплуатации.

On the basis of the analysis of textile materials deformation state theoretical models of their elastic state have been got with corresponding tension and deformation. Geometrical parameters of textile material elastic deformation at the apparel design by its technological treatments and exploitation.

Ключевые слова: текстильные материалы, проектирование изделия, деформация, пространственное растяжение.

Рассмотрим деформирование гибкой оболочки при перпендикулярно приложенном усилии $\bar{P}$. Для расчета площади деформированного объекта исследования принято, что деформируемый материал – упругая однородная оболочка (рис. 1 – схема пространственного деформирования) имеет сплошное поперечное сечение малой начальной толщины L_0 объемом V_0. Для упрощения контур фиксирования оболочки радиусом R_1 и трение между поверхностями материала и нагружающего элемента не учитывались.

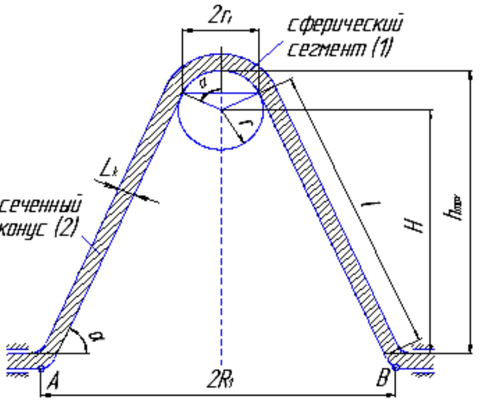

Рис. 1

Изменение формы оболочки происходит в результате перемещения на расстояние h_{max} точки, находящейся на уровне вершины (рис. 1). При фиксированном положении оболочки по контуру АВ ее перемещение происходит за счет уменьшения толщины без изменения объема. Чтобы найти площадь поверхности оболочки при растяжении, нужно найти площади фигур (1) и (2) – S_1 и S_2 соответственно. Для этого необходимо определить радиус основания индентора r_1 и установить взаимосвязь между перемещением H и образующей боковой поверхности деформируемой фигуры ℓ.

Путем алгебраических преобразова-ний найдено решение уравнения для радиуса основания индентора r_1:

$$r_1 = \frac{Hr\sqrt{H^2 + R_1^2 - r^2} + r^2 R_1}{H^2 + R_1^2}. \qquad (1)$$

Далее геометрически найдены площади S_1, S_2 фигур (1) и (2):

$$S_1 = \pi r_1^2 + {}_2\pi r\left(r - \sqrt{r^2 - r_1^2}\right), \qquad (2)$$

$$S_2 = \pi\left[R_1\sqrt{R_1^2 + h^2\left(1+\frac{r_1}{R_1 - r_1}\right)^2} - r_1\sqrt{r_1^2 + \frac{h^2 r_1^2}{\left(R_1 - r_1\right)^2}}\right], \quad (3)$$

где $h = H + \sqrt{r^2 - r_1^2}$.

Полученные формулы (2) и (3) позволяют объективно рассчитать площадь внутренней поверхности одежды, поэтому для их корректировки проведена экспериментальная оценка изменения толщины материалов при пространственном растяжении [1]. В результате этого, определен поправочный коэффициент в формуле (3), позволяющий исключить погрешность в оценке усредненной деформации для материалов толщиной более 2,0 мм.

Сложность отыскания адекватной модели равновесного напряженно деформированного состояния текстильных полотенобъектов в условиях пространственного растяжения связана со спецификой их строения и свойств, в том числе анизотропностью и пористостью. Волокнисто-сетчатые полимерные материалы в отличие от идеальных гибких оболочек при деформировании способны изменять не только толщину, но и объем. Опыт теоретического моделирования пространственного деформирования таких материалов без учета их свойств приводит к существенной погрешности известных моделей и ограничении их адекватности реальному процессу. Поэтому при моделировании учитывали способность материала изменять объем при деформировании.

Условно участки оболочки можно представить в виде сферы (полусферы, конуса), на внутреннюю поверхность которой распределено давление P, Па (рис. 2 – схема к анализу напряжений, возникающих в оболочке при растяжении).

В этом случае справедливо известное уравнение Лапласа:

$$\frac{\sigma_m}{R_m} + \frac{\sigma_t}{R_t} = \frac{P}{L_0}, \quad (4)$$

где σ_m – меридиональное напряжение, Па; σ_t – параллельное (тангенциальное) напряжение, Па; R_m – радиус кривизны меридиана, мм; R_t – радиус кривизны относительно оси, мм; L_0 – толщина оболочки, мм.

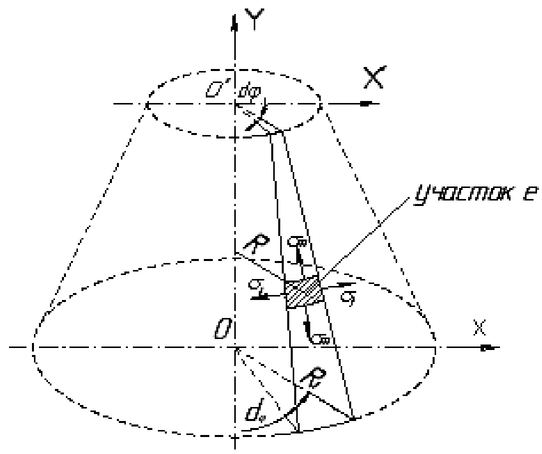

Рис. 2

Для реальных условий растяжения полная симметрия оболочки (как часто принимают в подобных расчетах) будет лишь частным случаем деформации анизотропных материалов. Поэтому радиусы кривизны по меридиане R_m и относительно оси фигуры R_t в большинстве случаев будут отличаться. Если принять, что $R_m = \infty$, $R_t = R$ (рис. 2), то задача нахождения деформаций и напряжений в оболочке сводится к двумерной и, следовательно:

$$\frac{\sigma_t}{R} = \frac{P}{L_0}. \quad (5)$$

В этом случае для оценки напряжений нужно фактически знать начальную толщину оболочки. При условии сохранения объема оболочки $V_к = V_0$, конечная толщина оболочки $L_к$:

$$L_к = \frac{V_к}{S_к} = \frac{\pi R_t^2 L_0}{S_1 + S_2}. \quad (6)$$

Однако для реальных объектов условие сохранения их объема при растяжении в принципе не выполняется, поэтому в выражение (6) внесен поправочный коэффициент $k < 1$, ($V_к = k\ V_0$). Тогда, для относительной деформации можно записать:

$$\varepsilon = \frac{L_0 - L_к}{L_0} = 1 - \frac{kL_к}{L_0} = \varepsilon_т + \varepsilon_\tau. \quad (7)$$

Для анизотропных гибких материалов связь между напряжением и деформацией при растяжении имеет нелинейный характер. Однако в пределах упругости для элементарного участка оболочки e (рис. 2) по закону Гука можно записать:

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_m &= \frac{1}{E}(\sigma_m - \mu\sigma_\tau) \\ \varepsilon_\tau &= \frac{1}{E}(\sigma_\tau - \mu\sigma_m) \end{aligned}\right\}, \quad (8)$$

где E – модуль упругости 1-го рода (модуль Юнга) при растяжении, Па; σ_m, σ_τ – меридиональные и параллельные (касательные) напряжения, Па; μ – коэффициент поперечного сокращения (коэффициент Пуассона).

Решив систему уравнений (8), определим меридиональную деформацию ε_m:

$$\varepsilon_m = \frac{\sqrt{\left(H + \sqrt{r^2 - r_1^2}\right)^2 + (R_1 - r_1)^2} + r \cdot \arccos\frac{r_1}{r}}{R_1} - 1. \quad (9)$$

Параллельные деформации ε_τ находят из выражения (7), подставляя ε_m.

При условии однородности поперечного сечения оболочки для усредненных значений σ_m и σ_τ:

$$\begin{cases} E\varepsilon_m = \sigma_m - \mu\sigma_\tau, \\ E\varepsilon_\tau = \sigma_\tau - \mu\sigma_m. \end{cases} \quad (10)$$

Меридиональные и параллельные напряжения находим, решая систему (10):

$$\sigma_\tau = \frac{E(\mu\varepsilon_m + \varepsilon_\tau)}{1 - \mu^2}. \quad (11)$$

$$\sigma_m = \frac{E(\mu\varepsilon_\tau + \varepsilon_m)}{1 - \mu^2}. \quad (12)$$

Для решения уравнений (8), (11), (12) используют коэффициент Пуассона и модуль 1-го рода (упругости) при растяжении E, определяемые эксперимен-тально или задаваемые с учетом целевой функции. Сравнительный анализ экспериментальных результатов испытаний материалов на разработанном устройстве [1], [2] с теоретически полученными данными подтвердил адекватность разработанной модели в пределах упругого пространственного деформирования.

ВЫВОДЫ

1. Получены теоретические модели упругого состояния текстильных материалов для одежды при пространственном растяжении в напряжениях и деформациях.

2. Определены геометрические параметры упругих деформаций в материале при проектировании изделия, при его технологических обработках и эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент Российская Федерация № 2354953 С2, МКИ G01N 3/08 Устройство для определения деформационных свойств кожи и подобных ей гибких материалов / Е.В. Баранова, Л.Н. Лисиенкова, В.И. Стельмашенко, А.В. Саламатин. – Заявка № 2007114927; заявл. 20.04.07; опубл. 10.05.09; Бюлл. № 13.

2. *Лисиенкова Л.Н.* Оценка деформационных свойств костюмных тканей методом пространственного растяжения // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2009, №5. С.6…8.

Рекомендована кафедрой проектирования и технологии изделий сервиса Филиала Южно-Уральского государственного университета, г. Златоуст. Поступила 28.12.09.