

УДК 66.011

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИКИ ВИХРЕВОЙ СУШИЛКИ  
ДЛЯ ВОЛОКНООБРАЗУЮЩИХ ПОЛИМЕРОВ**

**MATHEMATICAL MODEL OF HYDRODYNAMICS  
OF A VORTEX DRYER FOR FIBRE-FORMING POLYMERS**

*Л.М. КОЧЕТОВ, Б.С. САЖИН, М.Б. САЖИНА, М.П. ТЮРИН*  
*L.M. KOCHETOV, B.S. SAZHIN, M.B. SAZHINA, M.P. TYURIN*

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина,  
Российский заочный институт текстильной и легкой промышленности)  
(Moscow State Textile University "A.N. Kosygin",  
Russian Correspondence Institute of Textile and Light Industry)  
E-mail: sazhinbc@pochta.ru; texleg@roszitlp.ru

*Предложена математическая модель течения однофазного газового потока в дисковой вихревой камере, предназначенной для конвективной сушки дисперсных материалов. Получены соотношения для оценки потерь напора в вихревой камере в условиях однофазного потока газа.*

*The mathematical model of a single-phase gas flow in the disk-type vortex chamber intended for a convective drying of dispersed materials is offered. The ratios for an estimation of pressure losses in the vortex chamber under the conditions of a single-phase gas flow are received.*

**Ключевые слова:** модель математическая, вихревые сушилки, дисперсные материалы, полимерные волокна.

**Keywords:** a mathematical model, vortex dryers, dispersed materials, polymeric fibers.

Дисковые вихревые камеры являются перспективными аппаратами для сушки волокнообразующих полимеров, используемых в текстильной промышленности [1,2]. Они характеризуются высокой относительной скоростью фаз при длительном времени пребывания дисперсного материала в аппарате. Математическая модель вихревой сушилки базируется на анализе гидродинамики в условиях однофазного потока.

Особенностью гидродинамики дисковой вихревой камеры является практически отсутствие осевых течений в основном объеме камеры:  $v_z \approx 0$ . Исключение составляет только центральная область камеры, где существует осевой сток газа. Поэтому движение потока может рассматриваться как двухмерное, характеризующееся наличием только радиальной  $v_r$  и окружной составляющей скорости  $v_\phi$ .

Распределение окружных скоростей плоского однофазного потока в основном объеме вихревой камеры имеет осесимметричный характер, что было подтверждено экспериментально [3].

На основании теории турбулентных течений получено выражение:

$$v_{\phi} = Cr^{-k}, \quad (1)$$

где  $r$  – радиус рассматриваемой точки по отношению к геометрической оси камеры;  $k$  – показатель степени, зависящий от вязкости потока, а также от геометрических размеров и соотношений камеры. Величина  $k$  может быть рассчитана из соотношения:

$$k = \frac{v_r r}{\zeta + v} - 1, \quad (2)$$

где  $v$  – коэффициент кинематической вязкости ламинарного потока;  $\zeta$  – усредненный коэффициент турбулентной вязкости.

На основании ранее проведенных исследований [3]:  $k \approx 0,5-0,7$ .

Таким образом, окружные скорости однофазного газового потока возрастают от периферии камеры к центру, достигая максимальных значений при  $r=r_m$ , где  $r_m$  – радиус кольцевой зоны внутри центрального отверстия, где окружные скорости газа достигают максимальных значений;  $r_m = m r_0$ . Обычно  $m \approx 0,8-0,9$ . На основании экспериментальных данных [3] можно принять:

$$m \approx (R / r_0)^{-0,15}.$$

В центральной зоне камеры (при  $r \leq r_m$ ) характер движения газового потока изменяется и преобразуется в квазитвердое вращение. Для этой зоны, как следует из уравнения (2) при  $(\zeta+v) \rightarrow \infty$ ,  $k=-1$  и уравнение (1) приводится к виду:

$$v_{\phi} = Cr. \quad (3)$$

Учитывая осесимметричный характер течения газа, можно получить закон рас-

пределения для радиальных скоростей газа:

$$v_r r = A = \text{const}. \quad (4)$$

Уравнения (1) и (4) можно преобразовать к виду:

$$\frac{rd\phi}{d\tau} = Cr^{-k}, \quad \frac{rdr}{d\tau} = -A. \quad (5)$$

Из уравнений (5) можно получить выражение:

$$\frac{d\phi}{dr} = -\frac{C}{A} r^{-k}. \quad (6)$$

После интегрирования уравнения (6) при начальных условиях:  $r=R$  при  $\phi=0$  (где  $R$  – внешний радиус камеры) можно получить уравнение линий тока в основном объеме камеры:

$$r^{1-k} = R^{1-k} + (k-1)A\phi / C. \quad (7)$$

Постоянные  $A$  и  $C$  определяются из условий:

$$A = v_r R = \frac{V}{2\pi B}, \quad C = v_{\phi(R)} R^k = \varepsilon \frac{V}{B \sum h} R^k, \quad (8)$$

где  $V$  – расход газа;  $B$  – ширина камеры;  $\sum h$  – суммарная высота тангенциальных каналов;  $\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий снижение скорости потока газа после выхода из тангенциального канала.

Для дисковых камер, в однофазном потоке,  $\varepsilon \approx 0,9-0,95$  [3].

После подстановки значений  $A$  и  $C$  из (8) в (7) можно получить уравнение, описывающее траекторию квазипотенциального движения однофазного потока в дисковой камере:

$$r = [R^{1-k} + (k-1) \frac{\sum h}{2\pi \varepsilon R^k} \phi]^{1/(1-k)}. \quad (9)$$

Полученное уравнение справедливо в диапазоне  $r_0 \leq r \leq R$ .

Анализируя уравнение (2), следует заметить, что для высокоскоростных закрученных потоков  $v \ll \zeta$ . Тогда  $k \approx A / \zeta - 1$ .

На основании теории турбулентных потоков можно оценить величину  $\zeta$  по уравнению:

$$\zeta = \beta R \sqrt{v_{\phi R} v_{rR}}, \quad (10)$$

где  $v_{\phi R}$  и  $v_{rR}$  – соответственно окружная и радиальная скорости на уровне  $r = R$ ;  $\beta$  – константа пути смешения турбулентного потока.

Обработка экспериментальных данных позволила получить зависимость:

$$\beta = 0,01 + 0,55 \sqrt{v_{rR} / v_{\phi R}}. \quad (11)$$

Используя формулы (2), (10), (11), можно рассчитать значение  $k$ . В частности, для экспериментальной камеры, имеющей параметры:  $V=120 \text{ м}^3/\text{ч}$ ;  $R=0,12 \text{ м}$ ;  $B=0,035 \text{ м}$ ;  $\Sigma h=0,024 \text{ м}$ ,  $k=0,65$ , что хорошо согласуется с результатами измерений.

При постоянных геометрических размерах и соотношениях камеры зависимость потерь напора от расхода газа носит квадратичный характер.

Полные потери напора в вихревой камере складываются из потерь напора непосредственно при входе газового потока в камеру  $\Delta p_{\text{вх}}$ , потерь напора в объеме камеры  $\Delta p_{\text{об}}$  и потерь напора при выходе потока газа из камеры  $\Delta p_{\text{вых}}$ :

$$\Delta p = \Delta p_{\text{вх}} + \Delta p_{\text{об}} + \Delta p_{\text{вых}}. \quad (12)$$

Относительная доля каждой из указанных составляющих зависит от геометрических соотношений камеры (в первую очередь, от относительного размера выходного отверстия  $r_0/R$ ), поскольку именно здесь окружные скорости газа достигают максимальных значений.

Полные потери напора в камере определяются по уравнению:

$$\Delta p = \xi \frac{v_1^2}{2g} \rho_{\Gamma}, \quad (13)$$

где  $\xi$  – общий коэффициент сопротивления, который является суммой частных коэффициентов (входа в камеру  $\xi_{\text{вх}}$ ; свободного объема камеры  $\xi_{\text{об}}$ ; выхода из камеры  $\xi_{\text{вых}}$ ):

$$\xi = \xi_{\text{вх}} + \xi_{\text{об}} + \xi_{\text{вых}}. \quad (14)$$

Потери напора при входе в камеру связаны прежде всего с турбулентными завихрениями, обусловленными расширением газовой струи, выходящей из тангенциального сопла:

$$\Delta p_{\text{вх}} = (1 - \varepsilon^2 + \xi_1) \frac{v_1^2}{2} \rho_{\Gamma} = \xi_{\text{вх}} \frac{v_1^2}{2} \rho_{\Gamma}, \quad (15)$$

где  $\xi_{\text{вх}} = (1 - \varepsilon^2 + \xi_1)$ ;  $\xi_1$  – коэффициент местного сопротивления тангенциального газохода.

Скорость истечения газа из тангенциальных газоходов камеры:

$$v_1 = V / (\Sigma h B). \quad (16)$$

Оценить потери напора в объеме камеры можно при рассмотрении равновесия дугового элемента газового потока, на который действуют силы: центробежная, направленная от центра к периферии, и сила, обусловленная градиентом статического давления газа, направленная обратно. Условие равновесия этих сил можно отобразить уравнением:

$$dp_{\text{об}} = \frac{1}{r} v_{\phi}^2 \rho_{\Gamma}, \quad (17)$$

где  $\rho_{\Gamma}$  – плотность газа.

Используя уравнение (1), преобразуем уравнение (17):

$$dp_{\text{об}} = \frac{\rho_{\Gamma} C^2}{r^{2k+1}} dr. \quad (18)$$

После интегрирования уравнения (18) можно получить характер распределения

статических давлений газа в камере по ее радиусу  $r$ :

$$p_r = p_R - \frac{\rho_\Gamma C^2}{2k} \left( \frac{1}{r^{2k}} - \frac{1}{R^{2k}} \right). \quad (19)$$

Перепад статических давлений в объеме камеры ( в области  $r_0 \leq r \leq R$ ):

$$\Delta p_{\text{об}}^{\text{ст}} = p_R - p_{r_0} = \frac{\rho_\Gamma C^2}{2k} \left( \frac{1}{r_0^{2k}} - \frac{1}{R^{2k}} \right), \quad (20)$$

где  $p_{r_0}$  – статическое давление в камере на радиусе  $r_0$ ;  $p_R$  – статическое давление на периферии камеры.

Используя соотношение  $C = \varepsilon v_1 R^k$ , получим:

$$\Delta p_{\text{об}}^{\text{ст}} = p_R - p_{r_0} = \frac{\rho_\Gamma \varepsilon^2 v_1^2 R^{2k}}{2k} \left( \frac{1}{r_0^{2k}} - \frac{1}{R^{2k}} \right). \quad (21)$$

Перепад динамического напора, обусловленного разницей скоростей газа (в той же области объема камеры  $R \geq r \geq r_0$ ):

$$\Delta p_{\text{об}}^{\text{дин}} = \frac{1}{2} \rho_\Gamma (v_R^2 - v_0^2) = \frac{\rho_\Gamma \varepsilon^2 v_1^2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{R}{r_0} \right)^{2k} \right] + \frac{h_1^2}{4\pi^2} \left[ \frac{1}{R^2} - \frac{1}{r_0^2} \right] \frac{\rho_\Gamma v_1^2}{2} \quad (22)$$

Полные потери напора в объеме камеры:

$$\Delta p_{\text{об}} = \Delta p_{\text{об}}^{\text{ст}} + \Delta p_{\text{об}}^{\text{дин}} = \xi_{\text{об}} \frac{\rho_\Gamma v_1^2}{2},$$

где

$$\xi_{\text{об}} = \frac{\varepsilon^2 R^{2k}}{k} \left( \frac{1}{r_0^{2k}} - \frac{1}{R^{2k}} \right) + \varepsilon^2 \left[ 1 - \left( \frac{R}{r_0} \right)^{2k} \right] + \frac{h_1^2}{4\pi^2} \left[ \frac{1}{R^2} - \frac{1}{r_0^2} \right]. \quad (23)$$

Последнее слагаемое данного уравнения мало по сравнению с первыми двумя. Пренебрегая им, можно привести уравнение (23) к виду:

$$\xi_{\text{об}} \approx \varepsilon^2 \left( \frac{1-k}{k} \right) \left[ \left( \frac{R}{r_0} \right)^{2k} - 1 \right]. \quad (24)$$

При  $k=1$  (потенциальное течение)  $\xi_{\text{об}}=0$ .

На уровне центрального выходного отверстия камеры окружные скорости газа достигают максимальных значений:

$$v_{\text{мф}} = \varepsilon v_1 (R / r_{\text{м}})^k = \varepsilon v_1 (R / \text{mr}_0)^k. \quad (25)$$

Величина радиальных скоростей газа на уровне выходного створа согласно уравнению (8) составит:

$$v_{\text{мр}} = \frac{v}{2\pi B r_{\text{м}}} = \frac{v_1 h_1}{2\pi \text{mr}_0}. \quad (26)$$

Абсолютная скорость газа на уровне выходного отверстия:

$$v_{\text{м}} = (v_{\text{мф}}^2 + v_{\text{мр}}^2)^{0,5}. \quad (27)$$

Тогда потери напора в выходном створе:

$$\Delta p_{\text{вых}} = \xi_{\text{вых}} \frac{\rho_\Gamma v_1^2}{2}, \quad (28)$$

$$\text{где } \xi_{\text{вых}} = \varepsilon^2 \left( \frac{R}{\text{mr}_0} \right)^{2k} + \left( \frac{h_1}{2\pi \text{mr}_0} \right)^2.$$

Учитывая, что величина второго слагаемого уравнения мала, по сравнению с первым, с учетом выражения  $m \approx (R/r_0)^{-0,15}$  получим:

$$\xi_{\text{ВЫХ}} = \varepsilon^2 (R/r_0)^{2,3k}.$$

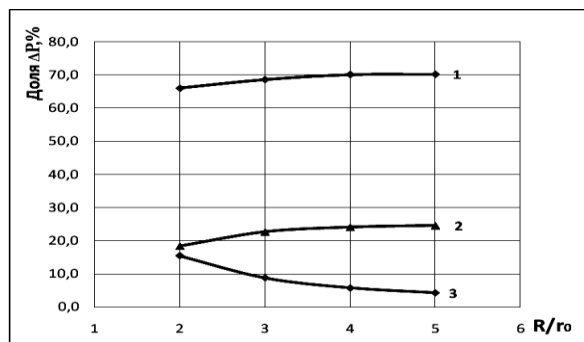


Рис. 1

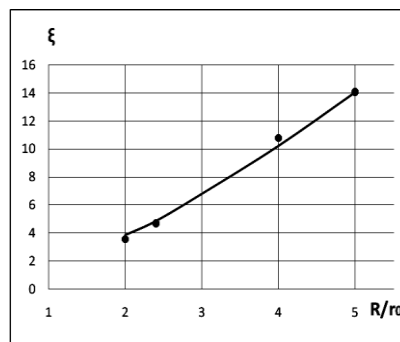


Рис. 2

На рис. 1 представлены расчетные зависимости относительных потерь напора: 1 – ΔP<sub>вх</sub>; 2 – ΔP<sub>об</sub> и 3 – ΔP<sub>вых</sub> в вихревой камере от отношения R/r<sub>0</sub> для однофазного потока газа. Расчеты были выполнены для значений ε=0,95 и k =0,65. Видно, что с уменьшением диаметра выходного отверстия (увеличением отношения R/r<sub>0</sub>) доля потерь напора при входе в камеру уменьшается, тогда как доля потерь напора в объеме камеры и при выходе из нее возрастают. При этом 60...70% общих потерь напора приходится на выходной створ камеры.

В результате обработки экспериментальных данных, полученных в камерах D=0,12 м; 0,24 м; 0,48 м, была получена зависимость коэффициента ξ от основных параметров камер [3]:

$$\xi = X \left( \frac{\sum h}{D} \right)^a \left( \frac{B}{D} \right)^b \left( \frac{d_0}{D} \right)^n. \quad (29)$$

Уравнение (29) было получено при изменении геометрических параметров камеры в диапазонах:  $\sum h/D = 0,06-0,20$ ;  $b/D=0,2-0,6$ ;  $d_0/D= 0,2-0,8$ . При этом: X=30; a=1; b=0,5; n= -2,3;  $d_0/D=0,2-0,5$ . (Здесь d<sub>0</sub> – диаметр выходного отверстия; D – диаметр камеры).

На рис. 2 проведено сопоставление расчетных и экспериментальных значений

общего коэффициента сопротивления камеры ξ. Точками обозначены экспериментальные значения, определенные в соответствии с формулой (29), сплошной линией – расчетные значения, полученные по формулам (14)...(28). Можно отметить их хорошее согласование.

Таким образом, констатируем, что предложенная математическая модель течения однофазного потока в дисковой вихревой камере имеет удовлетворительное соответствие экспериментальным данным и может быть использована для расчета реальных аппаратов.

## В Ы В О Д Ы

1. Предложена математическая модель и расчетные соотношения для оценки потерь напора в дисковой вихревой камере в условиях однофазного потока газа.

2. Показано, что общий коэффициент сопротивления камеры ξ не зависит от расхода газа и при определенных геометрических соотношениях камеры является величиной постоянной.

3. Установлено, что зависимость потерь напора от расхода газа имеет квадратичный характер, что подтверждается результатами экспериментов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сажин Б.С., Сажин В.Б. Научные основы техники сушки. – М.: Наука, 1997.

2. Кочетов Л.М., Сажин Б.С., Отрубянников Е.В. Исследование процесса сушки дисперсных материалов в вихревых камерах // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2008, №2С.

3. Сажин Б.С., Кочетов Л.М., Белоусов А.С. Удерживающая способность и структура потоков в вихревых аппаратах // Теоретические основы химической технологии. – 2008, № 2.

Рекомендована кафедрой процессов и аппаратов химической технологии и безопасности жизнедеятельности. Поступила 22.11.10.

---