

УДК 677.024

**НОВАЯ МОДЕЛЬ ДИССИПАТИВНЫХ  
СВОЙСТВ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ****A NEW MODEL OF DISSIPATIVE PROPERTIES OF TEXTILE MATERIALS***О.А. САВВИН, П.С. БАЛАБАЕВ*  
*O.A. SAVVIN, P.S. BALABAEV*

(Костромской государственный технологический университет)  
(Kostroma State Technological University)  
E-mail: balabaev-p@rambler.ru

*Предложена математическая модель нити с нелинейным, в отличие от классической модели, коэффициентом жесткости. Анализ результатов численного моделирования показал, что при свободных колебаниях наблюдается кажущееся увеличение коэффициента жесткости по сравнению со статическими условиями. Период колебаний незначительно увеличивается по мере их затухания, что согласуется с результатами натурных экспериментов.*

*The mathematical model of a thread with a nonlinear stiffness factor, unlike a classical model, is offered in the article. The analysis of the numerical modelling results has shown that the seeming rising of a stiffness factor in comparison with static conditions is observed under free vibrations. The period of fluctuations slightly increases in the process of their damping that is co-ordinated with the results of natural experiments.*

**Ключевые слова:** математическая модель нити, нелинейный коэффициент жесткости, статические условия, колебания груза, численное моделирование.

**Keywords:** mathematical model of a thread, a nonlinear stiffness factor, static conditions, numerical modelling of load vibrations.

Исследуя свойства нитей основы, В.А. Гордеев [1] установил, что коэффициент жесткости нитей в динамических условиях несколько выше, чем в условиях статики. До настоящего времени нет математической модели, позволяющей описать это явление. При описании диссипативных свойств нитей обычно предлагают использовать

модели с вязким трением, пропорциональным скорости.

Рассмотрим свободные вертикальные колебания груза массой  $m$ , подвешенного на нитях основы рис. 1 (модель свободных колебаний груза на нити). Пусть в некоторый момент времени  $t$  на груз, кроме его веса, действует восстанавливающая сила

$\vec{S}$  и сила сопротивления движению  $\vec{F}$ . Обе эти силы создаются нитями основы. Остановимся на этом подробнее. Будем считать, что сила  $\vec{S}$  характеризует упругие связи в нитях основы.

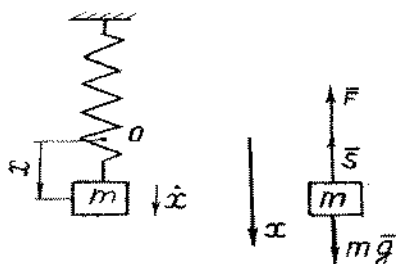


Рис. 1

На основании многочисленных опытов в [1, с.36...66] установлено, что силы упругости, возникающие в нитях основы, пропорциональны их деформации, но меняются по закону, отличному от линейного. Пусть время  $t$  получило элементарное приращение  $dt$  и стало  $t+dt$ . Упругая составляющая  $S$  получит при этом приращение  $dS$  и станет равной  $S+dS$ . Перемещение  $x$  тоже увеличится на величину  $dx$ . Сразу же заметим, что

$$dx = d\delta, \quad (1)$$

где  $d\delta$  — приращение деформации нитей основы.

В [1, с. 66] отмечено, что ...коэффициент жесткости нитей основы и ткани в динамических и статических условиях является величиной переменной. По мере увеличения натяжения образца коэффициент жесткости возрастает. Наиболее быстро увеличение коэффициента жесткости происходит в начальный период увеличения натяжения.

Для большинства текстильных материалов коэффициент жесткости в динамических условиях деформации больше коэффициента жесткости в статических условиях деформации.

Экспериментальные зависимости коэффициента  $K_1$  жесткости основы хорошо

описываются эмпирической формулой:

$$K_1 = a_1 - a_2 e^{-a_3 S}, \quad (2)$$

где  $a_1, a_2, a_3$  — некоторые постоянные (размерные) коэффициенты.

Вернемся к силе сопротивления движению  $\vec{F}$ . Обычно считается, что эта сила пропорциональна скорости и, как правило, прямо пропорциональна. То есть полагается, что

$$F = c \frac{dx}{dt}, \quad (3)$$

где  $c$  — коэффициент вязкого трения.

Не в пользу такой модели говорит тот факт, что при вязком трении амплитуда колебаний уменьшается в геометрической прогрессии и теоретически продолжается сколь угодно долго, асимптотически приближаясь к нулю. Совершающая свободные колебания система постепенно возвращается в положение статического равновесия. Положение статического равновесия — это положение, в которое возвращается колеблющаяся система, когда колебания прекратятся, а сила сопротивления станет равной нулю.

Система с вязким трением достаточно хорошо описывает поведение тел, в том числе и их колебания, в вязкой среде, то есть в жидкости или масле. Такая модель плохо описывает поведение тел с внутренним трением, к которым относятся и нити основы. Для описания колебаний груза, подвешенного на нитях основы, больше подходит система с сухим трением между отдельными волокнами, входящими в состав нити. В этом случае сила сопротивления определяется по закону Кулона:

$$F = fN, \quad (4)$$

где  $f$  и  $N$  — коэффициент трения и сила нормального давления.

Характер колебаний груза при такой силе сопротивления показан на рис.2 — свободные колебания грузов различной массы на нитях.

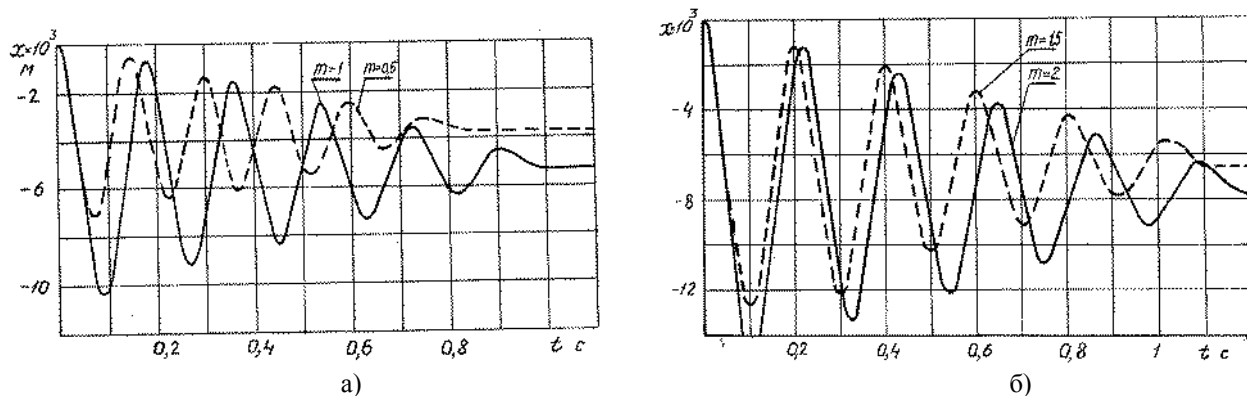


Рис. 2

В такой модели груз, совершив конечное число колебаний, останавливается. Остановка происходит не в положении статического равновесия, а в одном из крайних положений, где  $\frac{dx}{dt} = 0$ . Для остановки необходимо, чтобы “движущая” сила стала меньше предельной силы сопротивления, то есть необходимо выполнение условий:

$$\frac{dx}{dt} = 0 \text{ и } |mg - S| \leq F. \quad (5)$$

Именно такой характер носят колебания груза на нити. Трудность при выборе подобной модели заключается в том, что необходимо знать, что принять за силу нормального давления.

Так как нить представляет собой крученный продукт, то очевидно, что увеличение силы натяжения нити вызовет увеличение давления внешних волокон на внутренние, то есть приведет к росту силы нормального давления. Это предположение согласуется с проведенными нами экспериментами, в которых при одинаковом отклонении груза от положения статического равновесия и нулевой начальной скорости система совершает тем меньше полных колебаний, чем больше вес груза, то есть сила сопротивления возрастает с увеличением натяжения нити.

Поэтому будем считать, что в первом приближении сила сопротивления прямо пропорциональна натяжению нитей. Таким образом:

$$F = -fS \operatorname{sign}\left(\frac{dx}{dt}\right), \quad (6)$$

где  $f$  – некоторый безразмерный коэффициент, который мы назовем коэффициентом внутреннего трения. Знак минус взят потому, что сила сопротивления всегда противоположна скорости груза.

Однако такой выбор силы сопротивления не позволяет объяснить, почему происходит возрастание коэффициента жесткости в динамических условиях. В случае опытов В.А.Гордеева со свободными колебаниями подвешенного груза этот рост не объясняет и модель с вязким трением. Наоборот, при вязком трении период свободных колебаний груза несколько увеличивается, что эквивалентно кажущемуся снижению коэффициента жесткости.

Таким образом, для груза, подвешенного на нитях основы, модель хорошо описывает явление затухания свободных колебаний, характерное для реального процесса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гордеев В.А. Динамика механизмов отпуска и натяжения основы ткацких станков. – М.: Легкая индустрия, 1965.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов. Поступила 25.04.10.