

**УПРОЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ДЛЯ ПРОЧНОСТНОГО РАСЧЕТА НАПОРНЫХ ПОЖАРНЫХ РУКАВОВ
ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ***

**THE SIMPLIFIED MATHEMATICAL MODEL
FOR STRENGTH CALCULATION OF PRESSURE FIRE HOSES
UNDER HYDRAULIC INFLUENCE**

*Л.В. МОТОРИН, О.С. СТЕПАНОВ, Е.В. БРАТОЛЮБОВА
L.V. MOTORIN, O.S. STEPANOV, E.V. BRATOLYUBOVA*

**(Ивановская государственная текстильная академия)
(Ivanovo State Textile Academy)
E-mail: ttp@igta.ru**

Получена упрощенная математическая модель для прочностного расчета ткани несущей оболочки напорного пожарного рукава при гидравлическом воздействии.

The simplified mathematical model for a cloth strength calculation of a bearing coating of a pressure fire hose under hydraulic influence is received.

Ключевые слова: несущая оболочка пожарного рукава, внутреннее гидравлическое давление, ткани технического назначения, уточная нить, основная нить.

Keywords: a bearing coating of a fire hose, internal hydraulic pressure, fabrics of technical function, a weft thread, a warp thread.

В [1] получена нелинейная математическая модель (25)...(41) для прочностного расчета ткани несущей оболочки напорного пожарного рукава при гидравлическом воздействии.

Приведем систему (25)...(41) [1] к более компактному виду. Из уравнения (27) следует:

$$Q_y = -A_y \frac{d^2\alpha}{d\ell^2}. \quad (1)$$

Подставив это значение Q_y в уравнения (25) и (26) [1], получим:

$$\frac{dN_y}{d\ell} + A_y \frac{d^2\alpha}{d\ell^2} \frac{d\alpha}{d\ell} = 0, \quad (2)$$

$$-A_y \frac{d^3\alpha}{d\ell^3} + N_y \frac{d\alpha}{d\ell} - q^y = 0. \quad (3)$$

Преобразуем уравнение (2) к виду

$$\frac{dN_y}{d\ell} = -0,5A_y \frac{d}{d\ell} \left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2. \quad (4)$$

Интегрируя уравнение (4) от 0 до ℓ , получим:

$$N_y = -0,5A_y \left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 + C_1, \quad (5)$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Работа выполнена под руководством проф., докт. техн. наук С.Г. Степанова.

Постоянная интегрирования C_1 определяется из условия

$$\ell = 0, N_y = -0,5A_y \left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 \Big|_{\ell=0} + C_1 = N_{O_1}, \quad (6)$$

где N_{O_1} – натяжение уточной нити в точке O_1 (рис. 1-а) [1].

$$A_y \left\{ \frac{d^3\alpha}{d\ell^3} - 0,5 \left[\left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 \Big|_{\ell=0} - \left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 \right] \frac{d\alpha}{d\ell} \right\} - N_{O_1} \frac{d\alpha}{d\ell} + q^y = 0. \quad (8)$$

Итак, вместо трех уравнений (25)...(27) [1] получили одно уравнение (8) относительно одной переменной α .

Выражая из (6) постоянную C_1 и подставляя в (5), получим:

$$N_y = N_{O_1} + 0,5A_y \left[\left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 \Big|_{\ell=0} - \left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 \right]. \quad (7)$$

Подставив (7) в (3), после преобразований получим

Для отрезка основной нити, равновесие которого характеризуется уравнениями (30)...(32) [1], можно получить аналогичное (8) уравнение:

$$A_o \left\{ \frac{d^3\phi}{ds^3} - 0,5 \left[\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 \Big|_{s=0} - \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 \right] \frac{d\phi}{ds} \right\} - N_{O_2} \frac{d\phi}{ds} + q^o = 0, \quad (9)$$

где N_{O_2} – натяжение уточной нити в точке O_2 (рис. 1-б) [1].

Из уравнений (28), (29), (33), (34) [1] следует:

$$\frac{dv}{dz} = \operatorname{tg}\alpha, \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\phi. \quad (10)$$

Примем допущение о том, что длины дуг контакта между основной и уточной нитями в расчетной модели для утка (рис. 1-а) [1] и между уточной и основной нитью в расчетной модели для отрезка основы (рис. 1-б) [1] равны соответственно диаметрам основной и уточной нитей. Эти допущения для комплексных нитей не противоречат экспериментальным данным [2].

Произведя в интегральных соотношениях (35)...(38) [1] замену переменных с помощью выражений

$$d\ell = \frac{dz}{\cos\phi}, \quad ds = \frac{dx}{\cos\phi}, \quad (11)$$

учитывая принятое допущение и симметрию системы, после интегрирования и преобразований получим

$$q_y^* d_o = q_o d_y, \quad (12)$$

$$q_y d_o = q_o^* d_y, \quad (13)$$

$$q_o d_y - q_{\Gamma O} (s^* - d_y) - q_o^* d_y = 0, \quad (14)$$

$$q_{\Gamma Y} (\ell^* - d_o) + q_y^* d_o - q_y d_o - 2N_{O1}\theta = 0. \quad (15)$$

С учетом (40), (41) [1] соотношение (39) [1] принимает вид:

$$y \Big|_{x=L_y} + v \Big|_{z=L_o} = d_o h_{OB} + d_y h_{yB}. \quad (16)$$

В результате выполненных преобразований вместо системы (25)...(41) [1] имеем

более компактную систему уравнений (8)...(10), (12)...(16):

$$\begin{aligned}
 A_y \left\{ \frac{d^3 \alpha}{d\ell^3} - 0,5 \left[\left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 \Big|_{\ell=0} - \left(\frac{d\alpha}{d\ell} \right)^2 \right] \frac{d\alpha}{d\ell} \right\} - N_{O_1} \frac{d\alpha}{d\ell} + q^y = 0, \quad \frac{dv}{dz} = \operatorname{tg} \alpha, \\
 A_o \left\{ \frac{d^3 \phi}{ds^3} - 0,5 \left[\left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 \Big|_{s=0} - \left(\frac{d\phi}{ds} \right)^2 \right] \frac{d\phi}{ds} \right\} - N_{O_2} \frac{d\phi}{ds} + q^o = 0, \\
 \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \phi, \\
 q_y^* d_o = q_o d_y, \\
 q_y d_o = q_o^* d_y, \\
 q_o d_y - q_{\Gamma O} (s^* - d_y) - q_o^* d_y = 0, \\
 q_{\Gamma Y} (\ell^* - d_o) + q_y^* d_o - q_y d_o - 2N_{O_1} \theta = 0, \\
 y|_{x=L_y} + v|_{z=L_o} = d_o h_{OB} + d_y h_{yB}.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Система (17) не имеет аналитического решения. Численное решение этой системы затруднено из-за неопределенности интервала интегрирования (длины деформированных осей нитей являются неизвестными величинами).

Отличительной особенностью ткани несущей оболочки пожарного рукава, находящейся под действием внутреннего гидравлического давления, в сравнении с другими тканями технического назначения является воздействие на уточные и основные нити больших по величине растягивающих усилий, достигающих нескольких сотен ньютонов, а также больших сил взаимного давления между нитями. Появление этих силовых факторов обусловлено действием гидравлического давления внутри пожарного рукава. Из-за больших сил взаимного давления между нитями имеет место сильное смятие нитей в радиальном направлении. Большие по величине растягивающие усилия при сильном смятии нитей в радиальном направлении вызывают существенное уменьшение кривизны нитей, они становятся более пологими, вследствие чего такие характеристики осевых линий нитей как прогибы, углы

поворота поперечных сечений, высоты волн изгиба нитей могут быть отнесены к малым величинам при действии гидравлического давления внутри пожарного рукава. На основании этого считаем малыми перечисленные характеристики осевых линий нитей в ткани пожарного рукава при действии внутреннего гидравлического давления.

С учетом этого допущения получим упрощенную математическую модель строения ткани несущей оболочки напорного пожарного рукава.

При малых прогибах нитей утка и основы $d\ell \approx dz$, $ds \approx dx$, радиус кривизны оси нити утка ρ_y и радиус кривизны оси нити

основы ρ_o являются большими величинами. Следовательно, кривизны осей нитей

утка $K_y = \frac{1}{\rho_y} = \frac{d\alpha}{d\ell} = \frac{d\alpha}{dz}$ и основы

$K_o = \frac{1}{\rho_o} = \frac{d\phi}{ds} = \frac{d\phi}{dx}$ будут малыми величинами.

Пренебрегая в первом и третьем уравнениях системы (17) квадратами кривизн как величинами второго порядка малости и учи-

тывая, что при малых прогибах нитей $\frac{dv}{dz} = \text{tg}\alpha \approx \alpha$, $\frac{dy}{dx} = \text{tg}\phi \approx \phi$, получим:

$$\begin{aligned} A_y \frac{d^4 v}{dz^4} - N_{O_1} \frac{d^2 v}{dz^2} + q^y(z) &= 0, \\ A_o \frac{d^4 y}{dx^4} - N_{O_2} \frac{d^2 y}{dx^2} + q^o(x) &= 0, \\ q_y^* d_o &= q_o d_y, \\ q_y d_o &= q_o^* d_y, \\ q_o d_y - q_{\Gamma O} (s^* - d_y) - q_o^* d_y &= 0, \\ q_{\Gamma y} (\ell^* - d_o) + q_y^* d_o - q_y d_o - 2N_{O_1} \theta &= 0, \\ y|_{x=L_y} + v|_{z=L_o} &= d_o h_{Ov} + d_y h_{yV}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для решения системы (18) воспользуемся основанным на принципе возможных перемещений приближенным методом, для которого необходимо записать интегральное соотношение, имеющее вид [3]:

$$\int_0^{2L_o} \left\{ -A_y a_y \alpha_y^4 \cos \alpha_y z - N_{O_1} a_y \alpha_y^2 \cos \alpha_y z + q^y(z) \right\} (1 - \cos \alpha_y z) dz = 0,$$

где функция внешних нагрузок $q^y(z)$ определяется выражением (14) [1].

$$A_y a_y \alpha_y^4 L_o + N_{O_1} a_y \alpha_y^2 L_o + (q_y - q_y^*) d_o - q_{\Gamma y} (2L_o - d_o) - (q_y + q_y^* - q_{\Gamma y}) \frac{1}{\alpha_y} \sin 0,5 \alpha_y d_o = 0. \quad (21)$$

Выразив из (21) параметр a_y и подставив

$$v = \frac{(q_y + q_y^* - q_{\Gamma y}) \frac{1}{\alpha_y} \sin 0,5 \alpha_y d_o - (q_y - q_y^*) d_o + q_{\Gamma y} (2L_o - d_o)}{L_o \alpha_y^2 (A_y \alpha_y^2 + N_{O_1})} (1 - \cos \alpha_y z).$$

Максимальный прогиб уточной нити

$$v|_{z=L_o} = h_y = 2 \frac{(q_y + q_y^* - q_{\Gamma y}) \frac{1}{\alpha_y} \sin 0,5 \alpha_y d_o - (q_y - q_y^*) d_o + q_{\Gamma y} (2L_o - d_o)}{L_o \alpha_y^2 (A_y \alpha_y^2 + N_{O_1})}. \quad (22)$$

$$\int_0^{\ell} L(a_i, \phi_i) \phi_j dz = 0, \quad (19)$$

где $L(a_i, \phi_i)$ – уравнение равновесия стержня (жесткой на изгиб нити), где искомая переменная выражена через известные функции ϕ_i , удовлетворяющие краевым условиям задачи; a_i – произвольные числа; ℓ – длина стержня (в нашем случае отрезка жесткой на изгиб нити).

Функцию прогиба отрезка уточины (рис. 1, а) [1] зададим в виде

$$v = a_y (1 - \cos \alpha_y z), \quad (20)$$

где a_y – постоянная, подлежащая определению; $\alpha_y = \pi/L_o$; L_o – геометрическая плотность по основе.

Интегральное соотношение (19) для отрезка уточной нити в элементе ткани пожарного рукава, равновесие которого описывается первым уравнением системы (18), при выборе приближенного решения в виде (20) имеет вид:

После интегрирования и преобразований имеем:

в (20), получим:

Выбирая функцию прогиба для отрезка основной нити (рис. 1-б) [1] в виде

$$y = a_0(1 - \cos \alpha_0 x), \quad (23)$$

где a_0 – постоянная, подлежащая определению; $\alpha_0 = \pi/L_y$, L_y – геометрическая

$$y = \frac{(q_0 + q_0^* - q_{Г0}) \frac{1}{\alpha_0} \sin 0,5\alpha_0 d_y + (q_0 - q_0^*) d_y - q_{Г0}(2L_y - d_y)}{L_y \alpha_0^2 (A_0 \alpha_0^2 + N_{O_2})} (1 - \cos \alpha_0 x).$$

Максимальный прогиб основной нити (ее высота волны) будет при $x=L_y$:

$$y|_{x=L_y} = h_0 = 2 \frac{(q_0 + q_0^* - q_{Г0}) \frac{1}{\alpha_0} \sin 0,5\alpha_0 d_y + (q_0 - q_0^*) d_y - q_{Г0}(2L_y - d_y)}{L_y \alpha_0^2 (A_0 \alpha_0^2 + N_{O_2})}. \quad (24)$$

Подставляя (22) и (24) в последнюю формулу системы (18) и учитывая при этом соотношения $q_0 = q_y^* \frac{d_0}{d_y}$, $q_0^* = q_y \frac{d_0}{d_y}$,

плотность по основе, и применив изложенную выше методику приближенного решения для второго уравнения системы (18), характеризующего равновесие отрезка основной нити, получим следующее выражение для функции прогиба отрезка основы:

вытекающие из третьего и четвертого уравнений этой же системы, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{(q_y + q_y^* - q_{Гy}) \frac{1}{\alpha_y} \sin 0,5\alpha_y d_0 - (q_y - q_y^*) d_0 + q_{Гy}(2L_0 - d_0)}{L_0 \alpha_y^2 (A_y \alpha_y^2 + N_{O_1})} + \\ & + \frac{\left[(q_y + q_y^*) \frac{d_0}{d_y} + q_{Г0} \right] \frac{1}{\alpha_0} \sin 0,5\alpha_0 d_y - (q_y - q_y^*) d_0 - q_{Г0}(2L_y - d_y)}{L_y \alpha_0^2 (A_0 \alpha_0^2 + N_{O_2})} = 0,5(d_0 h_{0B} + d_y h_{yB}). \quad (25) \end{aligned}$$

С учетом тех же соотношений $q_0 = q_y^* \frac{d_0}{d_y}$, $q_0^* = q_y \frac{d_0}{d_y} \sqrt{a^2 + b^2}$ из пятого уравнения системы (18) следует:

$$q_y - q_y^* = - \frac{(s^* - d_y)}{d_0} q_{Г0}. \quad (26)$$

Вычитая из левой и правой частей (26) величину $2q_y$, после домножения на -1 получим:

$$q_y + q_y^* = \frac{(s^* - d_y)}{d_0} q_{Г0} + 2q_y \quad (27)$$

Подставив (26), (27) в (25), после пре-

образований имеем:

$$q_y = \frac{1}{2 \left(\frac{\sin 0,5\alpha_y d_o}{\alpha_y A} + \frac{d_o \sin 0,5\alpha_o d_y}{\alpha_o d_y B} \right)} \{0,5(d_o \eta_{oB} + d_y \eta_{yB}) -$$

$$-\frac{q_{Гy}}{A} (2L_o - d_o + \frac{\sin 0,5\alpha_y d_o}{\alpha_y}) + \frac{q_{Го}}{B} (2L_y - d_y - \frac{\sin 0,5\alpha_o d_y}{\alpha_o}) -$$

$$-q_{Го} (s^* - d_y) \left[\frac{1}{A} \left(\frac{\sin 0,5\alpha_y d_o}{d_o \alpha_y} + 1 \right) + \frac{1}{B} \left(\frac{\sin 0,5\alpha_o d_y}{d_y \alpha_o} + 1 \right) \right] \},$$

где $A = L_o \alpha_y^2 (A_y \alpha_y^2 + N_{O1})$; $B = L_y \alpha_o^2 (A_o \alpha_o^2 + N_{O2})$.

С учетом (28) из выражения (26) следует:

$$q_y^* = \frac{1}{2 \left(\frac{\sin 0,5\alpha_y d_o}{\alpha_y A} + \frac{d_o \sin 0,5\alpha_o d_y}{\alpha_o d_y B} \right)} \{0,5(d_o \eta_{oB} + d_y \eta_{yB}) -$$

$$-\frac{q_{Гy}}{A} (2L_o - d_o + \frac{\sin 0,5\alpha_y d_o}{\alpha_y}) + \frac{q_{Го}}{B} (2L_y - d_y - \frac{\sin 0,5\alpha_o d_y}{\alpha_o}) -$$

$$-q_{Го} (s^* - d_y) \left[\frac{1}{A} \left(\frac{\sin 0,5\alpha_y d_o}{d_o \alpha_y} + 1 \right) + \frac{1}{B} \left(\frac{\sin 0,5\alpha_o d_y}{d_y \alpha_o} + 1 \right) \right] \} + \frac{(s^* - d_o)}{d_o} q_{Го}.$$

Силы взаимного давления между нитями в зонах их контакта (рис. 1-а, б) [1] при найденных значениях интенсивностей распределенных нагрузок (28), (29) определяются по формулам:

$$Q_1 = q_y d_o; Q_2 = q_y^* d_o. \quad (30)$$

Подставляя выражения (28), (29) в предпоследнее уравнение системы (18), после преобразований получаем важную формулу для оценки прочности несущей тканой оболочки пожарного рукава при гидравлическом воздействии:

$$q_{Гy}(l^* - d_o) + q_{Гy}(s^* - d_y) - 2N_{O1} \theta = 0. \quad (31)$$

Анализ тканых несущих оболочек напорных пожарных рукавов показал, что

вследствие наличия больших по величине растягивающих усилий в уточных нитях, вызванных давлением жидкости внутри пожарного рукава, последние имеют очень малые прогибы, а следовательно, и очень малую высоту волны изгиба ($h^y \approx 0$). В этом случае длина деформированной оси уточины l^* будет близка к удвоенной геометрической плотности по основе, то есть к $2L_o$. На основании этого принимаем $l^* = 2L_o$, $h^y = 0$. Вместе с тем, натяжение основных нитей, хотя и значительное по величине, существенно уступает натяжению уточных нитей. Вследствие этого нити основы имеют значительно большие прогибы по сравнению с уточными нитями, что и наблюдается при визуальном осмотре напорных пожарных рукавов. Мы считаем, что ткани несущих оболочек на-

порных пожарных рукавов имеют по классификации проф. Н.Г.Новикова фазу строения, близкую к IX, характеризующуюся тем, что уточные нити вытянуты «в струну», имея нулевые прогибы, а основные нити максимально изогнуты. Вместе с тем, ввиду значительного смятия в радиальном направлении и существенного натяжения в нитях основы, последние, как мы считаем, удовлетворяют условию малости прогибов.

Из последнего уравнения системы (18) с учетом принятого допущения ($h^y = v|_{z=L_0} = 0$) следует:

$$h^0 = y|_{x=L_y} = d_0 h_{0B} + d_y h_{yB}. \quad (32)$$

Зная высоту волны изгиба рассматриваемого отрезка основы h^0 и принимая $h^y=0$, не составляет труда определить приближенно длину деформированной оси основы. Действительно, согласно рис. 1 (геометрия основной и уточной нитей в тканой несущей оболочке пожарного рукава) длина деформированной оси основной

нити между двумя соседними уточинами в первом приближении может быть определена как гипотенуза треугольника ABC:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{L_y^2 + h^0{}^2}. \quad (33)$$

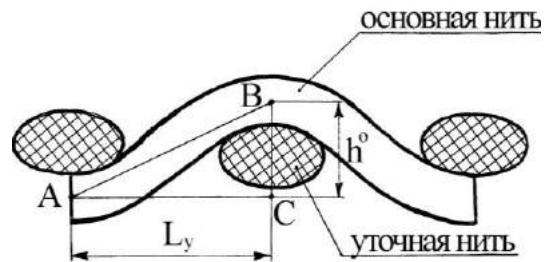


Рис. 1

С учетом формулы (32) для полной длины деформированного отрезка основы имеем:

$$s^* = 2AB = 2\sqrt{L_y^2 + (d_0 \eta_{0B} + d_y \eta_{yB})^2}. \quad (34)$$

Подставив в (31) выражение (34), а также учитывая, что $\ell^* = 2L_0$, получим:

$$q_{Гy}(2L_0 - d_0) + q_{Г0} \left[2\sqrt{L_y^2 + (d_0 \eta_{0B} + d_y \eta_{yB})^2} - d_y \right] - 2N_{01} \theta = 0. \quad (35)$$

Из этого уравнения с учетом формул (1)...(3) [1] следует выражение, связывающее натяжение в уточной нити N_{01} и

внутреннее гидравлическое давление p в пожарном рукаве:

$$N_{01} = \frac{pR}{2L_0} \left\{ L_y(2L_0 - d_0) + L_0 \left[2\sqrt{L_y^2 + (d_0 \eta_{0B} + d_y \eta_{yB})^2} - d_y \right] \right\}. \quad (36)$$

Если необходимо определить разрывное внутреннее гидравлическое давление $p = p_{\text{разр}}$ в пожарном рукаве по разрывной

нагрузке $N_{01} = N_{\text{разр}}$ в уточной нити, получим:

$$p_{\text{разр}} = \frac{2N_{\text{разр}}L_0}{R \left\{ L_y(2L_0 - d_0) + L_0 \left[2\sqrt{L_y^2 + (d_0 \eta_{0B} + d_y \eta_{0B})^2} - d_y \right] \right\}}. \quad (37)$$

Разрывное давление является одной из важнейших прочностных характеристик пожарных напорных рукавов при гидравлическом воздействии, регламентируемых ГОСТом Р 51049–97. Формула (37) позволя-

ет исследовать влияние таких факторов, как разрывное усилие уточных нитей $N_{\text{разр}}$, радиус рукава R , геометрические плотности по основе L_0 и утку L_y , диаметры нитей основы d_0 и утка d_y , коэффициенты

вертикального смятия нитей основы $\eta_{ов}$ и утка $\eta_{ув}$ на величину разрывного давления напорного пожарного рукава, или, фактически, оценить его прочность.

Достоверность теоретических положений и формулы (37) для прочностного расчета напорных пожарных рукавов при гидравлическом воздействии подтверждена достаточно хорошим совпадением расчетных данных по разрывным давлениям, полученным на основе этой формулы, и существующих экспериментальных данных.

ВЫВОДЫ

Получена упрощенная математическая модель для прочностного расчета ткани

несущей оболочки напорного пожарного рукава при гидравлическом воздействии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Моторин Л.В., Степанов О.С., Братолобова Е.В.* Математическая модель для прочностного расчета напорных пожарных рукавов при гидравлическом воздействии // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010, №8. С.103...109.

2. *Чистобородов Г.И., Степанов С.Г., Федоров Ю.А.* Прикладные задачи нелинейной механики гибких нитей. – Иваново, 2008.

3. *Светлицкий В.А.* Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 20.11.10.