

УДК 677.057.615

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ
ТКАНИ ПРИ СЖАТИИ**

**MODELLING OF THE FABRIC DEFORMATION PROCESS
UNDER SHRINKAGE**

Т.П. ТУЦКАЯ, Ю.Г. ФОМИН
T.P. TUTSKAJA, JU.G. FOMIN

(Ивановская государственная текстильная академия)
(Ivanovo State Textile Academy)
E-mail: info@igta.ru

На основании предложенной механической модели ткани приведено математическое описание процесса деформации ткани при сжатии.

On the basis of the offered fabric mechanical model the mathematical description of the fabric deformation process under shrinkage is given.

Ключевые слова: деформация сжатия, механическая модель, вынужденная высокоэластическая деформация, валковые машины.

Keywords: shrinkage deformation, the mechanical model compelled rubber-like deformation, roll cars.

Основным физическим воздействием, которое текстильный материал испытывает под действием нагрузки в жале валов валковых машин, является деформация сжатия, состоящая из упругой, эластической и пластической составляющих. Взаимосвязь и одновременность протекания упругой и пластической компонент деформации сжатия характеризуют особенность данного процесса.

Экспериментальные исследования [1] показывают, что даже при невысоких давлениях, не превышающих предел упругости материала, наряду с упругими деформациями развивается и пластическая, обуславливающая уплотнение ткани. При ве-

личинах давления, превышающих предел упругости, начинает проявляться тенденция снижения упругой (обратимой) деформации и роста пластической (остаточной) деформации, то есть упругие связи "трансформируются" в пластические в результате микроразрывов и перегруппировки макромолекул волокон.

Однако при "мягких" режимах деформации сжатия в валковых машинах нарушения межволоконных связей не наблюдается и даже часто имеет место повышение разрывного усилия. Последнее объясняется тем, что остаточная деформация далеко не всегда является пластической, а может быть вызвана образованием дополнитель-

ных межволоконных связей, которые стремятся удержать структуру ткани в деформированном состоянии. Такую деформацию можно назвать вынужденной высокоэластической деформацией.

Эффект удержания деформации в текстильном материале может быть промоделирован с помощью упругого и пластического (подчиняющегося закону сухого трения) элемента [2], соединенного параллельно или последовательно (рис.1-а), при условии, что упругий элемент предварительно растянут с напряжением σ_y , равным напряжению трения $\sigma_{тр}$ пластического элемента (рис. 1-б). На рис. 1 представлена механическая модель ткани при сжатии (а) и механический аналог вынужденной высокоэластической деформации (б).

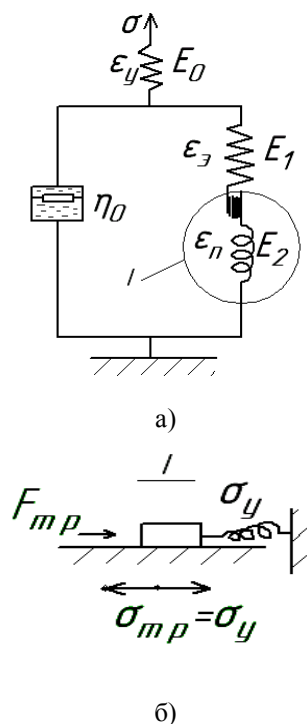


Рис. 1

Включение в модель линейной релаксирующей среды указанного элемента, тормозящего процесс релаксации, значительно облегчает математическое описание процессов деформации ткани при сжатии.

Основное уравнение деформации этой модели выводится из законов деформации составляющих ее элементов, условий равновесия и неразрывности

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{\sigma}{E_0}, \varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2, \\ \varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E_1}, \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon_3, \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_1}{E_2}, \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma, \\ \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_2}{\eta_0} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где E_0 и E_1 – мгновенный и высокоэластический модули упругости, характеризующие связь между приложенным (внешним) напряжением и соответственно мгновенной и высокоэластической деформациями; E_2 – модуль упругости, характеризующий связь между начальными внутренними микронапряжениями в материале и пластической деформацией; η_0 – коэффициент кажущейся вязкости.

Исключив из уравнений (1) напряжения и деформации, относящиеся к отдельным элементам, получим:

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_1}{E_2}, \quad (2)$$

откуда

$$\sigma = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon_3, \quad (3)$$

поскольку $\dot{\varepsilon} \eta_0 = \sigma - \sigma_1$, то выразив σ_1 согласно уравнению (3), имеем:

$$\eta_0 \dot{\varepsilon}_3 = \sigma - \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \varepsilon_3. \quad (4)$$

Учитывая, что $\varepsilon_3 = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_0}$ и

$$\dot{\varepsilon}_3 = \dot{\varepsilon} - \left(\frac{\dot{\sigma}}{E_0} \right), \text{ получаем:}$$

$$\eta_0 \left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_0} \right) = \sigma - \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \left(\varepsilon - \frac{\sigma}{E_0} \right). \quad (5)$$

Окончательные преобразования выражения (5) приводят к уравнению:

$$\varepsilon + \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \eta_0 \dot{\varepsilon} = \sigma \left(\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) + \eta_0 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \left(\frac{\dot{\sigma}}{E_0} \right). \quad (6)$$

Произведение $\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \eta_0 = T_3$ имеет

размерность времени и характеризует время запаздывания деформации при изменении напряжения. Сумма

$\frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} = \frac{1}{H_\sigma}$ представляет податли-

вость системы при длительном нагружении ($t \rightarrow \infty$), а величина H_σ носит название длительного модуля упругости.

После прекращения роста пластической деформации и изменения знака ее скорости на противоположный следует процесс восстановления. При этом, как отмечалось ранее, пластическая деформация фиксируется элементом сухого трения. Процесс восстановления реализуется при условии $E_2 = \infty$ и $\varepsilon_{об} = \varepsilon - \varepsilon_{п}^д$, где $\varepsilon_{об}$ – обратимая деформация (сумма упругой и высокоэластической); $\varepsilon_{п}^д$ – достигнутая пластическая деформация.

$$\varepsilon + \frac{E_2}{E_1 + E_2} T_3 \dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + (\gamma - 1) \frac{E_2}{E_1 + E_2} \right) + \left(\frac{\dot{\sigma}}{E_0} \right) \frac{T_3 E_2}{E_1 + E_2} + \varepsilon_{п}^д. \quad (10)$$

Обозначим отношение $\frac{E_2}{E_1}$ через n .

$$\varepsilon + \frac{n}{1+n} T_3 \dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{E_0} \left(1 + \frac{(\gamma - 1)n}{1+n} \right) + \left(\frac{\dot{\sigma}}{E_0} \right) \frac{T_3 n}{1+n} + \varepsilon_{п}^д. \quad (11)$$

Приведенное уравнение позволяет получить закон изменения напряжения или деформации при разгрузке материала.

ВЫВОДЫ

1. При "мягких" режимах деформации сжатия в валковых машинах часто имеет место повышение разрывного усилия за счет возникновения в текстильном мате-

риале вынужденной высокоэластической деформации.

$$\varepsilon_{п}^д + \frac{\sigma_1}{E_1} + \frac{\sigma_0}{E_0} = \varepsilon. \quad (7)$$

Поскольку $\sigma - \sigma_1 = \eta_0 \left(\dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_0} \right)$, то

$$\sigma_1 = \sigma + \eta_0 \frac{\dot{\sigma}}{E_0} - \eta_0 \dot{\varepsilon}. \quad (8)$$

Подставляя это выражение в уравнение (7), получим:

$$\varepsilon_{п}^д + \frac{1}{E_1} \left(\sigma + \frac{\eta_0}{E_0} \dot{\sigma} - \eta_0 \dot{\varepsilon} \right) + \frac{\sigma}{E_0} = \varepsilon \quad (9)$$

или

Тогда уравнение (10) можно записать в виде:

риале вынужденной высокоэластической деформации.

2. Приведено математическое описание процесса сжатия при нагружении и разгрузке текстильного материала на основании предложенной механической модели ткани, включающей упругий и пластический элементы с эффектом удержания деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Смирнов Ю.Н., Фейгин В.Б., Чичаев В.А.* Оборудование для отделки и резки бумаги. – М.: Лесная промышленность, 1985.
2. *Тиранов В.Г., Чайкин В.А.* К задаче моделирования нитей с нелинейными реологическими

свойствами // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1993, № 5. С. 5...8.

Рекомендована кафедрой проектирования текстильного отделочного оборудования. Поступила 20.12.10.
