

УДК 677.024.1:531.1

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТКАНИ МЕТОДАМИ СТРУКТУРНОЙ МЕХАНИКИ
DESIGNING OF A FABRIC BY THE METHODS OF STRUCTURAL MECHANICS

В. П. ЩЕРБАКОВ, А. П. БОЛОТНЫЙ, Б. М. ФОМИН
V.P. SHCHERBAKOV, A.P. BOLOTNY, B.M. FOMIN

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)
(Moscow State Textile University "A.N. Kosygin")
E-mail: office@msta.ac.ru

Дана теория двухосного растяжения ткани с учетом растяжимости нитей основы и утка и изменения структуры ткани при деформировании. Поставлена и решена задача расчета деформаций и возникающих при растяжении ткани нагрузок при заданной структуре ткани, плотности по основе и утку, линейных плотностях нитей, их деформационных характеристиках.

The theory of a fabric biaxial stretching subject to extensibility of warp and weft threads and a fabric structure change under deformation is represented. The problem of calculation of deformation and arising charges under a fabric stretching at the set fabric structure, warp and weft density, linear density of threads, their deformation characteristics, is delivered and solved.

Ключевые слова: нить, ткань, основа, уток, растяжение, деформация, натяжение, нелинейная механика, жесткость, порядок фазы строения.

Keywords: a thread, a fabric, warp, weft, stretching, deformation, tension, nonlinear mechanics, rigidity, an order of a structure phase.

Типичная процедура проектирования ткани заключается в установлении строения элементарной ячейки, определении ее геометрических параметров и их количественных соотношений между собой. Заметим что наряду с модными в 70-х годах прошлого столетия методами планирования эксперимента в последнее время в расчетах ткани появились методы теории размерностей. Но положенные в их основу идеи построения моделей не могут внести какой-либо существенный вклад в проектирование любых текстильных материалов, так как и в планировании, и в теории размерностей полностью игнорируется механизм явлений, возникающих в том или ином объекте и процессе. В методологии проектирования можно встретить два основных подхода: геометрический и механический. Первый метод стал преобладающим, его можно найти во многих учебниках и книгах по технологии ткачества и смежных областей текстильной промышленности, а также нашел применение для технического проектирования и расчета композитов с пространственными волокнистыми армирующими каркасами. Сторонники второго метода и, в первую очередь проф. С.Д. Николаев, указывают, что при проектировании тканей необходимо иметь функциональные зависимости между параметрами строения ткани и технологическими параметрами ее изготовления на ткацком станке [1]. При формировании ткани на станке нити подвергаются значительным нагрузкам, особенно в процессе прибивания утка к опушке ткани, когда бердо вдавливают уток между сильно натянутыми нитями основы. Формирование ткани построено таким образом, чтобы сохранить образованную при этом структуру даже после снятия ткани со станка. Поэтому в расчетах следует принять двухосное деформирование ткани, растяжение

нитей основы и утка, изменение профиля сечения нити.

Основу анализа должны составлять определение и количественное описание геометрической элементарной ячейки ткани. На первом этапе проектирования рассмотрим ткань в свободном состоянии, то есть внешняя нагрузка отсутствует. При этом следует иметь в виду, что реальная ткань существует как цельное физическое плоское тело вследствие взаимодействия между собой нитей основы и утка. Стремление изогнутой в ткачестве упругой нити восстановить естественную прямолинейную форму приводит к возникновению усилий, действующих в области контакта перекрещивающихся нитей. Результирующей распределенных здесь сил является сила, которая является следствием взаимодействия двух соприкасающихся нитей. Параметры, определяющие напряженно-деформированное состояние ненагруженной ткани, существенно зависят от жесткости при изгибе нитей основы и утка. Из-за большой кривизны обеих систем нитей методы сопротивления материалов непригодны, и описание состояния ткани будем проводить методами геометрически нелинейной теории упругой нити, где осевая линия нити принимается нерастяжимой. Расчетная схема приведена на рис.1.

Длина упругой линии неизвестна, но задано расстояние между опорами. Жесткость нити при изгибе определена по методике [2]. В данном случае анализ модели проводится на примере технической ткани полотняного переплетения, выработанной из крученой пряжи в два сложения линейной плотности 50×2 текс. Жесткость при изгибе нити равна $H = 1,2 \text{ сН} \cdot \text{мм}^2$. Наша задача сводится к рассмотрению изгиба консольной упругой нити на участке 01 (рис.1) [2], [3].

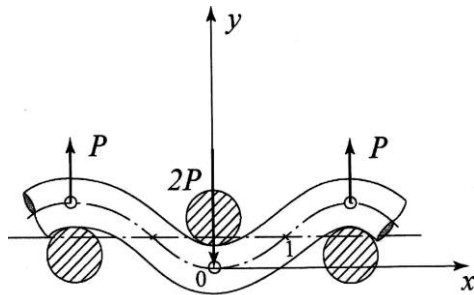


Рис. 1

При плотности ткани по основе $P_o = 127$ нитей/дм и $P_y = 125$ плотности по утку координаты $x_1 = 0,394$ мм и $y_1 = 0,191$ мм. Вторая координата определена экспериментально по микросрезам ткани доцентом кафедры МТВМ МГТУ им. А.Н. Косыгина А.А. Ликучевой. Величина y_1 реально отличается от радиуса $R = 0,2$ мм исходной нити. Уже отмечалось, что в деформированном состоянии изменяются диаметры нитей из-за возникающих в них натяжений. Уменьшение δ диаметра нити при деформировании ткани – функция сжимающей силы F_s [4]. Кривая $\delta = \delta(F_s)$ приведена на рис. 2.

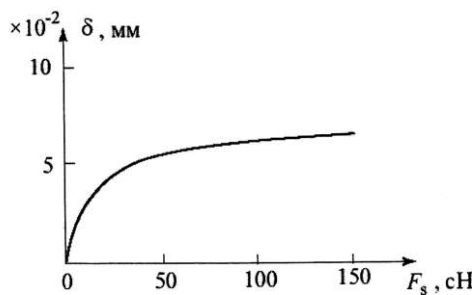


Рис. 2

В случае аппроксимации кривой $\delta = \delta(F_s)$ степенной функцией при $F_s = 8,8$ сН диаметр уменьшается на $0,017$ мм и $y_1 = (0,399 - 0,017) / 2 = 0,191$ мм. Значение F_s пока неизвестно, но, как будет показано позже, величина сжимающей силы даже в свободном состоянии ткани, то есть при отсутствии внешней нагрузки, составляет $8,8$ сН.

Длина осевой линии нити ℓ_0 неизвестна и подлежит определению так же, как и угол φ между осью нити и нейтральной линией структуры в точке 1. Уравнения

для вычисления четырех неизвестных ℓ_0 , P , k , α_0 приведены в [2], [3]:

$$F(k) - F(\alpha_0) = \omega, \quad k \sin \alpha_0 = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\frac{y_1}{\ell_0} = 1 - \frac{2}{\omega} [F(k) - F(\alpha_0)], \quad (1)$$

$$\frac{x_1}{\ell_0} = \frac{2}{\omega} k \cos \alpha_0.$$

Здесь введены обозначения:

$$F(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha,$$

$$F(\alpha_0) = \int_0^{\alpha_0} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}} d\alpha,$$

$$\omega = \sqrt{\frac{P \ell_0^2}{H}}.$$

Длина осевой линии участка $01 = \ell_0$ равна $0,447$ мм. Тогда можно вычислить уработку основной нити:

$$a_o = \frac{\ell_0 - x_1}{\ell_0} \cdot 100 = \frac{0,447 - 0,394}{0,447} \cdot 100 = 11,76 \%$$

Угол φ наклона касательной в конечной точке 1:

$$\varphi = 2 \arcsin k - \frac{\pi}{2} = 0,668 \text{ рад} = 38,265^\circ.$$

Решение системы (1) дает $P = 8,8$ сН. Но что гораздо важнее, так это то, что длина упругой линии не зависит от жесткости нити при изгибе. При тех же координатах точек 0 и 1 длина осевой линии участка $01 = \ell_0$ равна по-прежнему $0,447$ мм. Объяснение этого важного явления можно найти в статье G.A.V. Leaf 1957 года.

Рассмотрим теперь двухосное растяжение ткани под действием растягивающих нагрузок, направленных вдоль нитей основы и утка. К этой задаче теория упругих нитей неприменима, поскольку в качестве одной из основных гипотез этой теории

полагается нерастяжимость оси нити. Натяжение нити, возникающее при деформировании ткани, выпрямляет изогнутую нить. Реальная структура заменяется моделью, в которой оси основы и утка – прямые линии с точкой перегиба в центре перекрытия нитей [4] (рис. 3).

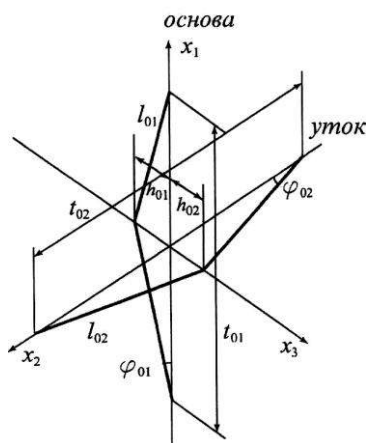


Рис. 3

Обозначим длину (шаг) структурного элемента вдоль x_1 через t_{01} , вдоль x_2 – через t_{02} . В дальнейшем индекс 0 соответствует недеформированному состоянию, индекс 1 – величине, относящейся к нитям основы, индекс 2 – к нитям утка. Шаг связан с плотностью нитей P (число нитей на 10 дециметров) соотношением:

$$t_{0i} = \frac{100}{P_i} \quad (i = 1, 2). \quad (2)$$

Расстояние между нейтральной линией структуры и осью нити в точке перегиба в направлении толщины нити – h_{0i} .

Напряжение в нити σ_f , вызванное ее растяжением, связано с деформацией ε_f степенной зависимостью $\sigma_f = E\varepsilon_f^m$. Полное представление о свойствах нити при одноосном растяжении дает диаграмма растяжения $\sigma \sim \varepsilon$ (термин «диаграмма» принят во всей технической литературе). Испытания нити проведены на машине FP-100/1. Аппроксимация кривой растяжения проведена методами численной оптимизации. Общепринятым при решении задач выравнивания или сглаживания является метод наименьших квадратов:

$\sum_{i=1}^n (\sigma_{i0} - E\varepsilon_i^m)^2 \rightarrow \min$. Решением оптимизационной задачи являются $E = 0,349$ ГПа и $m = 0,551$.

Дальнейшее описание напряженно-деформированного состояния ткани непосредственно на ткацком станке в процессе ткачества основано на работе Kawabata, Niwa, Kawai [4].

На границах ткани действует растягивающая сила f_i . Если на длину ткани приходится n_i нитей, то на конце одной нити по оси x_i действует сила $F_i = f_i / n_i$ (рис. 4).

При растяжении ткани по обеим осям в нитях возникает натяжение T_{fi} , связанное с силой, действующей на ткань, зависимостью

$$F_i = T_{fi} \cos \varphi_i, \quad (3)$$

где φ_i – угол между осью нити и нейтральной линией структуры в деформированном состоянии (рис. 4).

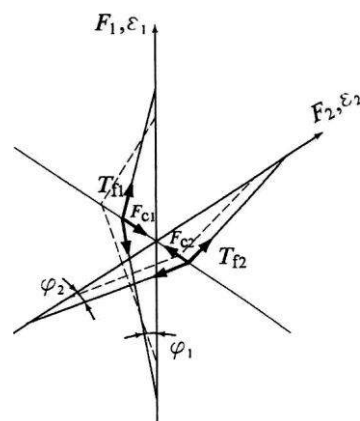


Рис. 4

При моделировании растяжения ткани полагаем, что расстояния между нитью основы и нитью утка на линии их контакта сохраняются постоянными при условии неизменяемых поперечных размеров нитей:

$$h_1 + h_2 = h_{01} + h_{02}. \quad (4)$$

Начальное положение нитей основы и утка, когда внешняя нагрузка на ткань отсутствует, на рис. 4 показано пунктирными

линиями. На ткацком станке в процессе формирования ткани при большем натяжении основных нитей уток смещается в направлении равнодействующей натяжений T_{f1} изогнутых на утке ветвей основной нити, то есть в направлении толщины ткани (ось x_3). Конечное взаимное расположение нитей изображено на этом рисунке сплошной линией. Если в результате изменения натяжения обеих систем нитей в ткачестве устанавливается расстояние h_1 между нейтральной линией структуры и осью основной нити в точке перегиба, то для уточной нити $h_2 = h_{01} + h_{02} - h_1$.

Напомним, что на данном этапе работы поставлена задача расчета деформаций и возникающих при двухосном растяжении ткани сил при заданной структуре ткани, плотности по основе и утку P_i , линейных плотностях нитей T_i , их деформационных характеристиках. Натяжение нити определяется ее деформацией в соответствии с выражением $\sigma = E\varepsilon^m$:

$$T_{fi} = E_i \varepsilon_{fi}^m \frac{T_i}{\rho_i}. \quad (5)$$

Деформация ткани ε_i связана с деформацией нити ε_{fi} зависимостью:

$$\varepsilon_{fi} = \frac{\ell_i}{\ell_{0i}} - 1 = \frac{t_{0i}}{2} \sqrt{\left(\frac{2h_i}{t_{0i}}\right)^2 + (1 + \varepsilon_i)^2} - 1. \quad (6)$$

Ранее отмечено, что реальная структура ткани заменяется моделью, в которой оси основы и утка – прямые линии с точкой перегиба в центре перекрытия нитей. Форма и длина нити в структурном элементе уже определены в первой части работы, где рассматривалось свободное состояние ткани. Эта длина нити основы $\ell_{01} = 0,447$ мм подвергается растяжению при нагружении ткани. Изогнутая нить выпрямляется. При начальной длине нити ℓ_{01} и шаге структурного элемента t_{01} вычисляется расстояние между нейтральной линией структуры и осью нити вдоль оси x_3 в точке перегиба: $h_{01} = \sqrt{\ell_{01}^2 - (t_{01}/2)^2} = 0,21$ мм. Нить утка находится в равновесии под действием сил натяжения T_{f2} и реакции N нити основы, направленной по оси x_3 в точке контакта нитей основы и утка. На нить основы действует реакция N' нити утка, равная по модулю и направленная противоположно силе N . Обе реакции уравниваются силами давления нитей друг на друга, которые сжимают нити и вызывают смещение обеих систем нитей по оси x_3 (рис. 4). В деформированном состоянии $h_2 = h_{01} + h_{02} - h_1$. Сжимающая сила связана с натяжением нити соотношением $F_{c1} = 2T_{fi} \sin \varphi_i$. Здесь

$$\sin \varphi_i = \frac{h_i}{\sqrt{h_i^2 + \left[\frac{(1 + \varepsilon_i)t_{0i}}{2}\right]^2}} = \frac{2h_i / t_{0i}}{\sqrt{\left(\frac{2h_i}{t_{0i}}\right)^2 + (1 + \varepsilon_i)^2}}. \quad (7)$$

Из равенства $F_{c1} = F_{c2}$ или

$$\left(E_1 \varepsilon_{f1}^m \frac{T}{\rho}\right) \frac{4h_1 / t_{01}}{\sqrt{\left(\frac{2h_1}{t_{01}}\right)^2 + (1 + \varepsilon_1)^2}} = \left(E_2 \varepsilon_{f2}^m \frac{T}{\rho}\right) \frac{4(h_{01} + h_{02} - h_1) / t_{02}}{\sqrt{\left[\frac{2(h_{01} + h_{02} - h_1)}{t_{02}}\right]^2 + (1 + \varepsilon_2)^2}} \quad (8)$$

и соотношений (6) при деформации ткани вдоль утка $\varepsilon_2 = 0$ получаем выражение для определения $h_1, \varepsilon_{f1}, \varepsilon_{f2}, \varepsilon_1$.

Обратимся теперь к процессу ткачества непосредственно на станке. В предыдущем абзаце записаны соотношения для деформации $\varepsilon_2 = 0$. Действительно, ткань при формировании на станке находится в условиях двухосного растяжения под действием шпартуток. В противном случае кромки принимают криволинейную форму, и натяжение нитей основы по ширине станка существенно различно. В начале статьи отмечено, что формирование ткани построено таким образом, чтобы сохранить образованную структуру даже после снятия ткани со станка. Для этого все ткани за малым исключением вырабатываются с заступом, когда закрывающийся зев фиксирует прибитую к опушке ткани нить утка. Тогда в равенство (8) введем натяжение основы при приборе $T_{f1} = E_1 \varepsilon_{f1}^m \frac{T_1}{\rho_1}$, определяемое формулой (5), в момент прибора. В это же равенство (8) запишем натяжение утка $T_{f2} = E_2 \varepsilon_{f2}^m \frac{T_2}{\rho_2}$.

Приведенные выше исходные и вычисленные параметры ткани относятся к технической ткани, выработанной на станке при натяжении нити основы в процессе прибора $T_{f1} = 80$ сН и натяжении утка $T_{f2} = 70$ сН. В этих условиях формирования ткани на станке из решения равенств (6) и (8) получаем $\varepsilon_1 = 0,015$ и $h_1 = 0,199$ мм. Тогда $h_2 = h_{01} + h_{02} - h_1 = 0,238$ мм.

Длина элемента основы в деформированном состоянии становится равной

$$\ell_1 = \frac{t_{01}}{2} \sqrt{\left(\frac{2h_1}{t_{01}}\right)^2 + (1 + \varepsilon_1)^2} = 0,446 \text{ мм.}$$

При этом изменяется и длина полу волны изгиба основы: $t_1 = t_{01}(1 + \varepsilon_1) = 0,799$ мм. Напомним, что для учета деформационных характеристик нити и ткани реальная форма нитей основы и утка была преобразована в прямую. Теперь, зная геометрические параметры ткани в деформированном со-

стоянии, которые со временем изменяются сравнительно немного, опять перейдем от прямолинейной формы нити к реальной криволинейной, описываемой, как показано выше, эллиптическими функциями.

Прежде всего учтем, что при деформировании изменились размеры элемента основы и утка. Для вычисления амплитуды волны изгиба \tilde{h}_1 воспользуемся той же системой уравнений (1), заменив в ней ℓ_0 на ℓ_1 и x_1 на $\tilde{x}_1 = t_1 / 2$:

$$F(k) - F(\alpha_0) = \omega_1, \quad k \sin \alpha_0 = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\frac{\tilde{y}_1}{\ell_1} = 1 - \frac{2}{\omega_1} [F(k) - F(\alpha_0)], \quad \frac{\tilde{x}_1}{\ell_1} = \frac{2}{\omega_1} k \cos \alpha_0. \quad (9)$$

Решение дает $\tilde{y}_1 = 0,18$, $P = 8,8$ сН. Амплитуда волны изгиба основной нити $\tilde{h}_1 = 2\tilde{y}_1 = 0,36$ мм.

Аналогично рассчитывается амплитуда уточной нити. При этом длина элемента в деформированном состоянии:

$$\ell_2 = \frac{t_2}{2} \sqrt{\left(\frac{2h_2}{t_2}\right)^2 + 1} = 0,465.$$

Тогда из (9) с учетом замены индексов 1 (основная нить) на 2 (уточная нить) и том же контактном взаимодействии $P = 8,8$ сН получаем $\tilde{y}_2 = 0,22$ и соответственно $\tilde{h}_2 = 0,44$ мм.

Наконец, вычисляем соотношение амплитуд волн изгиба основной и уточной нитей $s = \frac{\tilde{h}_1}{\tilde{h}_2} = 0,818$ и порядок фазы строения ткани:

$$PFS = \frac{9s + 1}{s + 1} = 4,6. \quad (10)$$

Таким образом, получено описание двухосного растяжения ткани полотняного переплетения. Вследствие деформирования ткани изменяются параметры структуры элемента ткани и взаимное расположе-

ние нитей основы и утка. В зависимости от натяжения обеих систем нитей изменяются и амплитуды волн изгиба основной и уточной нитей и, следовательно, порядок фазы строения, который в значительной мере определяет деформационные и механические свойства ткани. В теории других структур, таких как саржа, сатин и т.п., может быть использована изложенная здесь теория. Предлагаемая теория позволяет объяснить механизм явлений при деформировании и нагружении полотна и управлять процессом ткачества для получения ткани с заданными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Николаев С.Д.* Прогнозирование технологических параметров изготовления тканей заданного строения и разработка методов их расчета: Дис. ...докт. техн. наук. – М.: МТИ им. А.Н. Косыгина, 1988.
2. *Щербаков В.П., Скуланова Н.С.* Основы теории деформирования и прочности текстильных материалов: Монография. – М., 2008.
3. *Попов Е.П.* Теория и расчет гибких упругих стержней. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
4. *Kawabata S., Niwa M., Kawai H., J.* // Text. Inst. – 64, 1973, 21.

Рекомендована кафедрой ткачества. Поступила 31.01.11.
