

УДК 677.057.615

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ
ПРОЦЕССОВ НАМОТКИ**

**MATHEMATICAL MODELLING AND RESEARCH
OF TWISTING PROCESSES.**

С.А. РОМАНОВ, Ю.Г. ФОМИН
S.A. ROMANOV, JU.G. FOMIN

(Ивановская государственная текстильная академия)
(Ivanovo State Textile Academy)
E-mail: ttp@igta.ru

Решена задача о распределении радиальных и касательных напряжений по толщине рулона. Построены графики функциональных зависимостей радиальных и касательных напряжений от радиуса рулона. Выявлено распределение давления между слоями ткани в рулоне с учетом влияния всех намотанных выше слоев ткани.

The problem of distribution of radial and shearing stress over the roll thickness is solved. Schedules of the functional dependences of radial and shearing stress on the roll radius are drawn. Pressure distribution between fabric layers in a roll taking into account influence of all fabric layers winded above is revealed.

Ключевые слова: рулон ткани, плотность рулона, деформация, графики зависимостей, радиус рулона, радиальные, касательные напряжения, слои ткани.

Keywords: a fabric roll, roll density, deformation, schedules of dependences, roll radius, radial and shearing stress, fabric layers.

Обеспечение плотности рулонов ткани потребительских размеров – важнейшее требование к накатным машинам. Это требование обуславливается необходимостью сохранения формы рулона при его транспортировании и хранении. Плотность рулона зависит от натяжения ткани между раскатом и опорным валом, от величины силы прижима рулона к опорным валам и от дополнительных тангенциальных усилий на поверхностный слой ткани приводного, прижимного и второго опорного вала (рис. 1).

Для этой цели необходимо обеспечение требуемого натяжения ткани не только поверхностных наматываемых слоев, но и в толще рулона. Все перечисленные факторы вызывают увеличение натяжения поверхностного слоя ткани, наматываемой на рулон. Плотность рулона характеризуется давлением между слоями ткани, которое зависит от давления, вызываемого натяжением каждого наматываемого на рулон слоя ткани. Для управления качеством намотки необходимо выявление распределения радиальных и касательных напряжений по толще рулона.

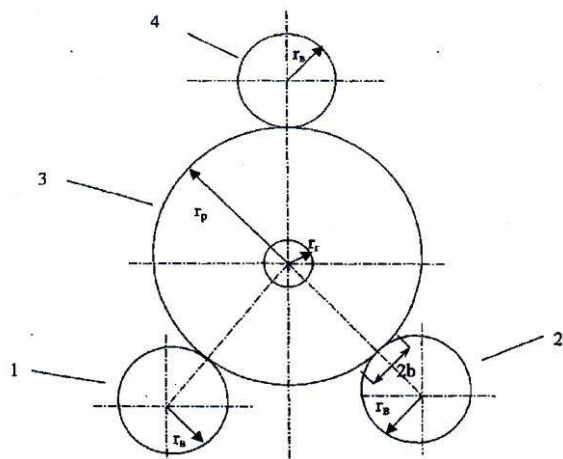


Рис. 1

Для моделирования распределения давления между слоями ткани воспользуемся теорией плоской деформации толстостенных цилиндров, нагруженных постоянным по периметру и по длине давлением p [1]:

$$p = \frac{q}{r_p}, \quad (1)$$

где q – линейное натяжение ткани; r_p – радиус рулона.

Рассмотрим толстостенный цилиндр с наружным радиусом r_p и внутренним радиусом, равным радиусу гильзы r_r , на который действует равномерно распределенное давление p от натяжения поверхностного слоя ткани (рис. 2).

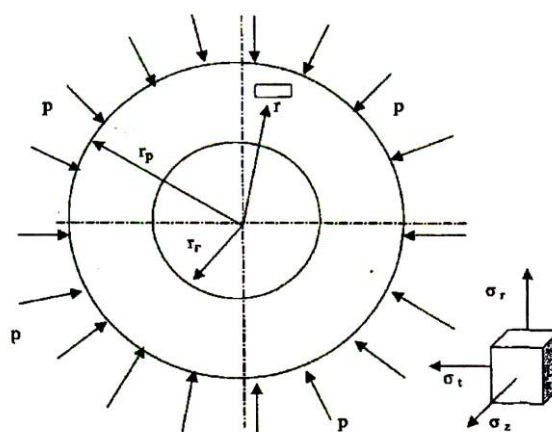


Рис. 2

Введем обозначения: $\sigma_r, \sigma_t, \sigma_z$ – радиальное, касательное и аксиальное напряжения; $\varepsilon_r, \varepsilon_t, \varepsilon_z$ – относительные удлинения в соответствующих направлениях; p –

безразмерный текущий радиус рулона, $p = \frac{r}{r_p}$; r – радиус рулона для слоя, в котором определяется напряжение; k – отношение внутреннего радиуса рулона к наружному, $k = \frac{r_r}{r_p}$; u – радиальное перемещение; g_c – скорость станка; i – количество слоев в рулоне; E_δ, E_p – модули продольной упругости ткани и рулона; q – натяжение ткани.

На рулон не действуют продольные силы, поэтому $\sigma_z = 0$.

Напряжения σ_r и σ_t удовлетворяют условию равновесия:

$$\frac{d(p\sigma_r)}{dp} - \sigma_t = 0. \quad (2)$$

Деформации ε_r и ε_t связаны с радиальными перемещениями уравнениями:

$$\varepsilon_r = \frac{1}{r_p} \frac{du}{dp}, \quad \varepsilon_t = \frac{1}{r_p} \frac{u}{p}. \quad (3)$$

Исключая из уравнения (3) радиальные перемещения, приходим к уравнению совместности деформаций:

$$\frac{d}{dp}(p\varepsilon_t - \varepsilon_r) = 0. \quad (4)$$

Выражая деформации через напряжения с помощью уравнений закона Гука, получаем формулы:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{1}{E_p}(\sigma_r - \mu\sigma_t), \\ \varepsilon_t &= \frac{1}{E_p}(\sigma_t - \mu\sigma_r), \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E_p}(-\mu\sigma_r - \mu\sigma_t). \end{aligned} \quad (5)$$

Учитывая, что $\frac{d\sigma_z}{dp} = 0$, уравнение совместности, выраженное через напряжения, преобразуется к виду:

$$\frac{d}{dp}(p\sigma_t) - \sigma_t - \mu \left[\frac{d}{dp}(p\sigma_r) - \sigma_r \right] = 0. \quad (6)$$

Совместное решение уравнений (2) и (6) приводит к формулам:

$$\sigma_r = A - B \frac{1}{p^2}, \quad \sigma_t = A + B \frac{1}{p^2}. \quad (7)$$

Произвольные постоянные A и B , возникающие при интегрировании дифференциальных уравнений, могут быть найдены из граничных условий при: $r = r_r, p = k, \sigma_r = 0$; при $r = r_p, p = 1, \sigma_r = -p$.

Таким образом, определим A и B :

$$A = -\frac{p}{1-k^2}, \quad B = -\frac{pk^2}{1-k^2}.$$

Учитывая, что $r_p = r_r + i\delta$, получим формулы для нахождения радиальных и касательных напряжений σ_r и σ_t в отдельно взятом слое в зависимости от натяжения поверхностного слоя ткани без учета действия натяжения нижележащих слоев:

$$\sigma_r = -\frac{q}{(r_r + i\delta) \left(1 - \frac{r_r^2}{(r_r + i\delta)^2} \right)} \left(1 - \frac{r_r^2}{r^2} \right), \quad (8)$$

$$\sigma_t = -\frac{q}{(r_r + i\delta) \left(1 - \frac{r_r^2}{(r_r + i\delta)^2} \right)} \left(1 + \frac{r_r^2}{r^2} \right). \quad (9)$$

Графики зависимостей радиальных и касательных напряжений от радиуса рулона при постоянном натяжении $q = 1,6$ кН/м и различных значениях максимального радиуса рулона представлены на рис. 3 и 4. Из представленных графиков видно, что с

увеличением радиуса рулона значение радиальных напряжений увеличивается, а

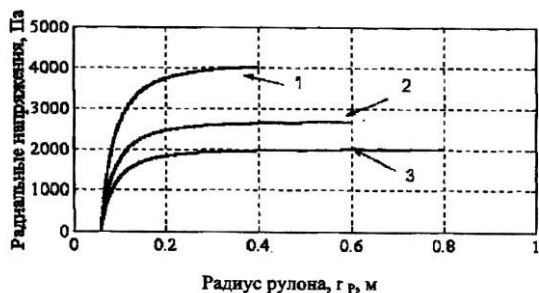


Рис. 3

По напряжениям σ_r и σ_t определяется радиальное перемещение слоя с радиусом r :

$$u_r = \frac{1}{E_p} (\sigma_t - \mu \sigma_r) r. \quad (10)$$

На промежуточный слой ткани радиуса r действует давление от всех вышележащих по радиусу слоев ткани, поэтому необходимо провести суммирование напряжений по всем слоям ткани в рулоне. Будем предполагать, что натяжение ткани постоянно во всех слоях рулона и равно ее натяжению при намотке, упругие свойства рулона линейны. Ползучестью (релаксацией напряжений) ткани пренебрегаем.

Напряжения σ_r и σ_t в отдельном слое ткани радиуса r с учетом действия всех намотанных выше слоев определяются по формулам:

$$\sigma_r = - \sum_{i=N_R}^N \frac{q}{(r_i + i\delta) \left(1 - \frac{r_i^2}{(r_i + i\delta)^2} \right)} \left(1 - \frac{r_r^2}{r^2} \right), \quad (11)$$

$$\sigma_t = - \sum_{i=N_R}^N \frac{q}{(r_i + i\delta) \left(1 - \frac{r_i^2}{(r_i + i\delta)^2} \right)} \left(1 + \frac{r_r^2}{r^2} \right), \quad (12)$$

касательных напряжений уменьшается для внутренних слоев рулона.



Рис. 4

где N — полное число витков ткани в рулоне, N_R — число витков ткани в рулоне от радиуса r до радиуса r_p , причем

$$N = \frac{(r_p - r_r)}{\delta} \text{ и } N_R = \frac{(r_p - r_r)}{\delta} \quad [2].$$

ВЫВОДЫ

1. Для обеспечения требуемой плотности намотки рулона ткани решена задача о распределении радиальных σ_r и касательных σ_t напряжений по толще рулона.
2. Построены графики функциональных зависимостей радиальных и касательных напряжений от радиуса рулона, а также выявлено распределение давления между слоями ткани в рулоне с учетом влияния всех намотанных выше слоев ткани.

ЛИТЕРАТУРА

1. Расчеты на прочность в машиностроении: Справочник, в 3-х т. / Под ред. С.Д. Пономарева. — М.: Машгиз, 1959.
2. Терентьев О.А. Массоподача и равномерность полотна. — М.: Лесная промышленность, 1986.

Рекомендована кафедрой проектирования текстильного отделочного оборудования. Поступила 18.04.11.