УДК 677.051.128

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФРИКЦИОННЫХ НАМОТОЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ РЫЧАЖНОГО ТИПА

THE MATHEMATICAL MODEL FOR THE RESEARCH OF NONLINEAR VIBRATIONS OF FRICTION WINDING MECHANISMS OF LEVER TYPE

С.Г. СТЕПАНОВ, Д.С. МАЛЕЕВ, Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ
S.G. STEPANOV, D.S. MALEEV, G.I. CHISTOBORODOV

(Ивановская государственная текстильная академия, Ивановский государственный архитектурно-строительный университет)
(Ivanovo State Textile Academy; Ivanovo State University of Architecture and Civil Engineering)
E-mail: ttp@igta.ru

В статье получена математическая модель для исследования нелинейных колебаний фрикционных намоточных механизмов рычажного типа.

The mathematical model for the research of nonlinear vibrations of friction winding mechanisms of lever type has been received in the article.

Ключевые слова: намоточный механизм, расчетная динамическая модель, нелинейные колебания.

Keywords: a winding mechanism, a calculated dynamic model, nonlinear vibrations.

Анализ литературных источников по исследованию нелинейных колебаний намоточных устройств показал, что к настоящему времени помимо того, что опубликовано незначительное количество работ по этой тематике [1…4], остаются мало исследованными или вообще не исследованными целый ряд вопросов.

Рассмотрим расчетную динамическую модель намоточного механизма, которая приведена на рис. 1.

Фрикционный цилиндр 1 в подшипниках качения установлен на станине машины. Отправка 2 с телом намотки (в дальнейшем изложении – ротор) крепится на шпинделе 3, который через опоры качения установлен в теле рычага 4. Последний в опорах 5 помещен в станине машины. Для гашения колебаний рычага служит демпфер 6. Под действием упругой силы сжатой пружины 7 осуществляется прижим тела намотки к вращающемуся фрикционному цилиндру и имеет место его вращение за счет возникающих в пятне контакта сил трения.

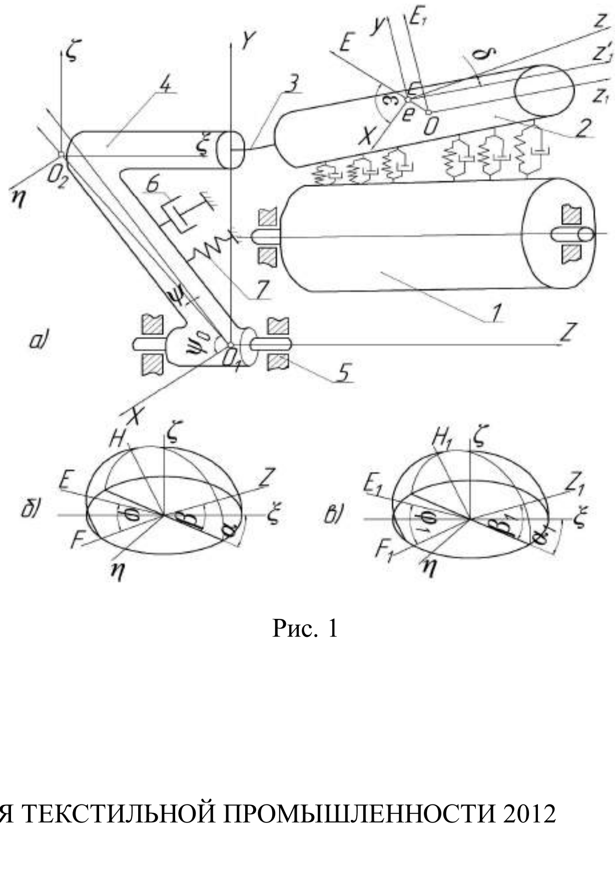

Рис. 1

Медленное изменение во времени иерционных характеристик системы, а также упруго-демпфирующих свойств, радиуса тела намотки позволяет считать эти параметры на малом промежутке времени постоянными величинами. Упруго-демпфирующие свойства материала тела намотки смоделируем распределенными по его длине упругими и демпфирующими элементами, характеристики которых не меняются вдоль длины тела намотки.

Проведенный анализ конструкций ряда намоточных механизмов показал, что жестко закрепленная на шпинделе массивная оправка имеет значительно большую изгибную жесткость и массу, чем шпиндель. Поэтому ее можно принять, воспользовавшись подходом, предложенным в работах [5…8] за абсолютно жесткое тело, имеющее массу, а шпиндель считать гибким и невесомым. Считаем также, что подшипниковые опоры шпинделя обладают упругими изотропными характеристиками. Фрикционный цилиндр и рычаг, а также их оси и подшипниковые опоры считаем абсолютно жесткими телами. Считаем также, что поперечное сечение тела намотки имеет погрешность формы в виде круглого эксцентрика, обусловленную в основном неточностью его зажима механизмом фиксации бобинодержателя [6].

Введем неподвижную систему координат O_1XYZ при условии перемещения рычага в плоскости $O_1XУ$ с осью качания O_1Z (рис.1). Положение рычага в каждый момент времени относительно системы O_1XYZ определяется углом:

$$\psi_1 = \psi_0 + \psi, \tag{1}$$

где Ψ_0 – значение угла Ψ_1, соответствующее положению статического равновесия рычага под действием веса рычага, веса ротора и упругой силы сжатой пружины; Ψ – динамическая составляющая угла.

Система координат $O_2\zeta\eta\xi$ введена таким образом, что соответствующие оси этой системы параллельны осям системы O_1XYZ, причем ось $O_2\xi$ совпадает с неизогнутой осью шпинделя в положении статического равновесия рычага.

Пусть z_1 – геометрическая ось ротора. Проведем через центр тяжести ротора точку C, отстоящую от оси z_1 на величину эксцентриситета e, плоскость, перпендикулярную главной центральной оси z, образующей с осью z_1 угол δ. Точку пересечения этой плоскости с осью z_1 обозначим O.

Положение ротора полностью определяется шестью координатами двумя способами: координатами центра тяжести ζ_c, η_c, ξ_c и углами Резаля α, β, φ (рис. 1-б); координатами точки O геометрической оси ζ, η, ξ и тремя другими углами Резаля α_1, β_1, φ_1 (рис. 1-в).

Поскольку ψ, ζ_c, ζ, η_c, η, β, β_1, α, α_1 – малые величины, учитываем только члены первого порядка малости относительно этих величин. Для указанных координат справедливы зависимости [9]:

$$\zeta_c = \zeta + e\sin\phi, \quad \eta_c = \eta + e\cos\phi, \quad \beta = \beta_1 + \delta\cos(\phi - \varepsilon), \quad \alpha = \alpha_1 - \delta\sin(\phi - \varepsilon), \quad \phi = \phi_1. \tag{2}$$

Величина радиальной деформации тела намотки вдоль линии, соединяющей две точки – на оси z_1 и на оси цилиндра, принадлежащие перпендикулярной оси последнего плоскости, проходящей на расстоянии ℓ от левого края тела намотки (рис. 1), с точностью до величин первого порядка малости:

$$W = R_1(\phi) + R_2 - a_1 - a_2[\zeta + (\ell - \ell_0)\beta_1] - a_3[\eta + (\ell - \ell_0)\alpha_1], \tag{3}$$

где $a_1 = \sqrt{(L\sin\phi_0 - Y_0)^2 + (L\cos\phi_0 - X_0)^2}$;
$a_2 = \dfrac{(L\sin\phi_0 - Y_0)}{a_1}$; $\quad a_3 = \dfrac{(L\cos\phi_0 - X_0)}{a_1}$;
X_0, Y_0 – координаты оси фрикционного цилиндра по осям X и Y; L – расстояние между точками O_1 и O_2; ℓ_0 – расстояние от левого края тела намотки до точки O (рис. 1); $R_2, R_1(\phi)$ – соответственно ради-

ус фрикционного цилиндра и текущий радиус тела намотки, для которого имеем:

$$R_1(\phi) = R_1 + \lambda_1 \cos(\phi + \nu_1), \tag{4}$$

где λ_1 – расстояние (малая величина) между осью вращения тела намотки и его геометрической осью; R_1 – радиус тела намотки; ν_1 – начальная фаза.

За обобщенные координаты примем Ψ, ζ, η, β_1,α_1. Кинетическая энергия системы с учетом (1), (2):

$$T = \frac{1}{2}J\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}M[(\dot{\zeta}^2 + \dot{\eta}^2) + 2e\dot{\phi}(\dot{\zeta}\cos\phi - \dot{\eta}\sin\phi)] + \frac{1}{2}A\{(\dot{\alpha}_1^2 + \dot{\beta}_1^2) - 2\delta\dot{\phi}[\dot{\alpha}_1\cos(\phi - \varepsilon) +$$

$$+\dot{\beta}_1\sin(\phi - \varepsilon)]\} + \frac{1}{2}C\dot{\phi}^2 + C\dot{\phi}[\dot{\alpha}_1\beta_1 + \delta\dot{\alpha}_1\cos(\phi - \varepsilon) - \delta\dot{\phi}\beta_1\cos(\phi - \varepsilon)], \tag{5}$$

где J – момент инерции рычага; M, A, C – соответственно масса, экваториальный и полярный моменты инерции ротора.

Нами была экспериментально получена зависимость упругой силы контактного взаимодействия между телом намотки из вискозных нитей и фрикционным цилиндром Q от радиальной деформации бобины W, имеющая нелинейный характер. Аппроксимируя эту экспериментальную кривую многочленом второй степени, получили с погрешностью не превышающей 6%:

$$Q = cW + \gamma W^2, \tag{6}$$

где $c = 625$ кН/м; $\gamma = 104\cdot10^4$ кН/м^2 – параметры радиальной жесткости паковки, отнесенные к единице длины.

Потенциальная энергия системы с учетом (6):

$$\Pi = \frac{1}{2}c_\Pi L_1^2\psi^2 + PL_2\psi\cos\psi_0 + P_1\zeta + \frac{1}{2}m_1\left[(\eta + L\psi\sin\psi_0)^2 + (\zeta - L\psi\cos\psi_0)^2\right] -$$

$$-m_2[(\eta + L\psi\sin\psi_0)\alpha_1 + (\zeta - L\psi\cos\psi_0)\beta_1] + \frac{1}{2}m_3(\alpha_1^2 + \beta_1^2) + \frac{1}{2}c\int_0^{b_1} W^2 d\ell + \frac{1}{3}\gamma\int_0^{b_1} W^3 d\ell, \tag{7}$$

где L_1,L_2 – соответственно расстояния от оси качания рычага до точек крепления пружины и центра тяжести рычага; c_Π – жесткость пружины; P,P_1 – соответственно вес рычага и вес ротора; m_1,m_2,m_3 – коэффициенты при деформациях, вычисляемые по тем же формулам, что в [9]; b_1 – длина тела намотки.

Диссипативная функция системы:

$$\Phi = \frac{1}{2}k_p\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}k\int_0^{b_1}\dot{W}^2 d\ell, \tag{8}$$

где $\dot{W} = -\dot{\phi}\left[\lambda_1\sin(\phi + \nu_1) + \delta_1\sin 2(\phi + \nu_2)\right] - \omega_\phi\lambda_2\sin(\omega_\Phi t + \gamma_1) - a_2\left[\dot{\zeta} + (\ell - \ell_0)\dot{\beta}_1\right] - a_3\left[\dot{\eta} + (\ell - \ell_0)\dot{\alpha}_1\right]$;

k_p – коэффициент демпфирования рычага; k – коэффициент демпфирования материала паковки, отнесенный к единице длины.

Кроме диссипативных сил на рассматриваемую систему будут действовать силы сопротивления при вращении тела намотки. Суммарный момент этих сил определяется выражением:

$$M_C = M_{ТР.П} + M_{ТР.К} + M_A,$$

где: $M_{ТР.П}$ – момент сил трения в подшипниках качения; $M_{ТР.К}$ – момент сил трения при качении тела намотки по фрикционному цилиндру; M_A – момент сил аэродинамического сопротивления при вращении тела намотки.

Получим выражения для каждой составляющей.

Согласно [10] при высокой частоте вращения и относительно небольших нагрузках наиболее существенным является момент сил трения в подшипниках качения, возникающий в основном от гидродинамических потерь в смазке:

$$M_{ТР.П}=4{,}47\cdot10^{-10}\sum_{i=1}^{i}f_i(\upsilon_i\dot{\phi})^{2/3}D_i^3,\ Н\cdot м, \quad (9)$$

где $f_i,\upsilon_i,\dot{\phi},D_i$ – соответственно коэффициент, зависящий от типа i -го подшипника и условий его смазки, кинематическая вязкость смазки, угловая скорость и средний диаметр для i -го подшипника.

Момент сил трения при качении тела намотки по фрикционному цилиндру:

$$M_{ТР.К}=f_K F_1, \quad (10)$$

где f_K – коэффициент трения качения; F_1 – сила контактного взаимодействия между телом намотки и фрикционным цилиндром, для которой имеем

$$F_1=k\int_0^{b_1}\dot{W}d\ell+\int_0^{b_1}Qd\ell=k\int_0^{b_1}\dot{W}d\ell+c\int_0^{b_1}Wd\ell+\gamma\int_0^{b_1}W^2d\ell=$$

$$=-kb_1G(\dot{\zeta},\dot{\eta},\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1,\phi,\dot{\phi})+cb_1Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)+\gamma b_1\left[Q^2(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)+\frac{b_1^2}{12}L^2(\alpha_1,\beta_1)\right],$$

где $G(\dot{\zeta},\dot{\eta},\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1,\phi,\dot{\phi})=\left[\dot{\phi}\lambda_1\sin(\phi+\nu_1)+a_2\dot{\zeta}+a_3\dot{\eta}+d_0(a_2\dot{\beta}_1+a_3\dot{\alpha}_1)\right]$; $Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)=$

$$=\left[\rho_0+\lambda_1\cos(\phi+\nu_1)-a_2\zeta-a_3\eta-d_0(a_2\beta_1+a_3\alpha_1)\right]; \quad (11)$$

$$L(\alpha_1,\beta_1)=\left(a_2\beta_1+a_3\alpha_1\right);\ \rho_0=R_1+R_2-a_1;\ d_0=0{,}5b_1-\ell_0.$$

В формуле (10) f_K представляет собой не что иное, как обусловленное гистерезисом плечо нормальной реакции фрикционного цилиндра относительно оси вращения тела намотки. Однако формула (10) соответствует случаю, когда имеет место качение идеально круглых тел, у которых центры масс лежат на осях вращения. В нашем случае одно из тел качения (тело намотки) представляет собой круглый эксцентрик, с учетом чего (10) принимает вид:

$$M_{ТР.К}=\left[f_K-\lambda_1\cos\left(\phi-\nu_1\right)\right]F_1. \quad (12)$$

Момент сил аэродинамического сопротивления при вращении тела намотки определяется по формуле [11]:

$$M_0=\beta_0\rho\dot{\phi}^2D^5\left(1+\frac{10H}{D}\right), \quad (13)$$

где ρ – плотность воздуха; D, H – соответственно диаметр и высота тела намотки (в нашем случае $H=b_1$); $\beta_0=\dfrac{\lambda}{R_e}$; λ – коэффициент трения воздуха о поверхность тела намотки; $R_e=3000$ – число Рейнольдса.

Получим выражение для силы трения, возникающей в зоне контакта между телом намотки и фрикционным цилиндром. Величина и характер этой силы будет зависеть от ряда параметров, одним из которых является суммарный момент сил сопротивления вращению тела намотки. При относительно невысоких скоростях вращения тела намотки (силы сопротивления вращению будут малыми) и достаточной силе прижима его к вращающемуся фрикционному цилиндру в зоне контакта между телами будут доминировать участки сцепления с появлением неполной силы трения между фрикционным цилиндром и телом намотки, которую представим в виде:

$$F_{ТР} = к_0 f F_1, \quad (14)$$

где $к_0$ – коэффициент, характеризующий величину неполной силы трения ($0<к_0<1$); f – коэффициент трения между фрикционным цилиндром и телом намотки.

С увеличением окружных скоростей тела намотки существенно возрастают силы сопротивления вращению. При этом имеет место нестабильность силы прижима паковки к цилиндру вследствие вибрации тела намотки и рычага, эксцентричности тела намотки. Совокупное действие этих причин может привести к тому, что на каком-то интервале времени в зоне контакта между телами вращения сила трения достигнет максимума, а затем сменится силой трения скольжения, которая также будет нестабильной во времени. Эта сила трения, с одной стороны, является ведущей силой, обусловливающей вращение тела намотки, но, с другой стороны, безусловно, является дестабилизирующим фактором и будет оказывать влияние на характер вибрации намоточного устройства. Наиболее часто силу трения между телами представляют в виде разрывной функции, зависящей от относительной скорости скольжения тел [12]. В соответствии с этим силу трения $F_{ТР}$, возникающую между телом намотки и фрикционным цилиндром, принимаем функцией относительной скорости U и будем аппроксимировать разрывной функцией

$$F_{ТР} = fF_1 T(U), \quad (15)$$

где $$T(U) = \operatorname{sgn} U - \alpha_1^* U + \alpha_3^* U^3; \quad (16)$$

$$U = R_2\omega_\varphi - \dot{\phi}\left[R_1(\phi) - W_{|\ell=0,5b_1}\right] - a_2(\dot{\eta} + d_0\dot{\alpha}_1) + a_3(\dot{\zeta} + d_0\dot{\beta}_1); \quad (17)$$

α_1^*, α_3^* – положительные постоянные; $\omega_Ф$ – угловая скорость фрикционного цилиндра;

$$\operatorname{sgn} U = \begin{cases} 1 \text{ при } U > 0; \\ 0 < к_0 < 1 \text{ при } U = 0; \\ -1 \text{ при } U < 0. \end{cases} \quad (18)$$

В качестве относительной скорости U принята скорость точки в зоне контакта между фрикционным цилиндром и телом намотки на расстоянии $\ell=0,5b_1$ от края последнего.

При отсутствии скольжения в зоне контакта между телом намотки и фрикционным цилиндром (U = 0) из формулы (15) с учетом (16), (18) как частный случай следует (14).

Получим выражение для обобщенных сил. Обобщенные силы, соответствующие координатам ζ и η, будут:

$$Q_\zeta = -F_{ТР} a_3; Q_\eta = F_{ТР} a_2. \quad (19)$$

Для координаты φ:

$$Q_\varphi = -M_c + F_{рт}\left[R_1(\varphi) - W_{|\ell=0,5b_1}\right]. \quad (20)$$

Для координат α и β имеем:

$$Q_\beta = -M_{ТР} a_3; Q_\alpha = M_{ТР} a_2, \quad (21)$$

где $M_{ТР} = fK_1 T(U)$;

$$K_1 = -kb_1\left[d_0 G(\dot{\zeta}, \dot{\eta}, \dot{\alpha}_1, \dot{\beta}_1, \phi, \dot{\phi}) + \frac{b_1^2}{12} P(\dot{\alpha}_1, \dot{\beta}_1)\right] +$$

$$+ cb_1\left[d_0 Q(\zeta, \eta, \alpha_1, \beta_1, \phi) - \frac{b_1^2}{12} L(\alpha_1, \beta_1)\right] -$$

$$-\gamma b_1\left[\frac{b_1^2}{6} L(\alpha_1, \beta_1) Q(\zeta, \eta, \alpha_1, \beta_1, \phi) - d_0\{Q^2(\zeta, \eta, \alpha_1, \beta_1, \phi) + \frac{b_1^2}{12} L^2(\alpha_1, \beta_1)\}\right];$$

$$P(\dot{\alpha}_1, \dot{\beta}_1) = (a_2\dot{\beta}_1 + a_3\dot{\alpha}_1).$$

Подставив полученные выражения для кинетической, потенциальной энергий, предиссипативной функции системы, обобщенных координат в уравнение Лагранжа для неконсервативной системы, после преобразований получим:

$$
\begin{gathered}
J\ddot{\psi}+k_p\dot{\psi}+c_{\Pi}L_1^2\psi+m_1L\left[(\eta+L\psi\sin\psi_0)\sin\psi_0-(\zeta-L\psi\cos\psi_0)\cos\psi_0\right]-\\
-m_2L(\alpha_1\sin\psi_0-\beta_1\cos\psi_0)+PL_2\cos\psi_0=0,\\
M\ddot{\zeta}+ka_2b_1G(\dot{\zeta},\dot{\eta},\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1,\phi,\dot{\phi})-ca_2b_1Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)-\\
-\gamma a_2b_1\left[Q^2(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)+\frac{b_1^2}{12}L^2(\alpha_1,\beta_1)\right]+m_1(\zeta-L\psi\cos\psi_0)-\\
-m_2\beta+P_1=Me\dot{\phi}^2\sin\phi-Me\ddot{\phi}\cos\phi-fF_1T(U)a_3,\\
M\ddot{\eta}+ka_3b_1G(\dot{\zeta},\dot{\eta},\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1,\phi,\dot{\phi})-ca_3b_1Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)-\\
-\gamma a_3b_1\left[Q^2(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)+\frac{b_1^2}{12}L^2(\alpha_1,\beta_1)\right]+m_1(\eta+L\psi\sin\psi_0)- \qquad (22)\\
-m_2\alpha_1=Me\dot{\phi}^2\cos\phi+Me\ddot{\phi}\sin\phi+fF_1T(U)a_2,\\
A\ddot{\beta}_1-C\dot{\phi}\dot{\alpha}_1+ka_2b_1\left[d_0G(\dot{\zeta},\dot{\eta},\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1,\phi,\dot{\phi})+\frac{b_1^2}{12}P(\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1)\right]-\\
-ca_2b_1\left[d_0Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)-\frac{b_1^2}{12}L(\alpha_1,\beta_1)\right]+\\
+\gamma a_2b_1\left[\frac{b_1^2}{6}L(\alpha_1,\beta_1)Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)-d_0\{Q^2(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)+\frac{b_1^2}{12}L^2(\alpha_1,\beta_1)\}\right]-\\
-m_2(\zeta-L\psi\cos\psi_0)+m_3\beta_1=-(C-A)\delta\dot{\phi}^2\cos(\phi-\varepsilon)+A\delta\ddot{\phi}\sin(\phi-\varepsilon)-fK_1T(U)a_3,\\
A\ddot{\alpha}_1+C\dot{\phi}\dot{\beta}_1+C\ddot{\phi}\beta_1+ka_3b_1\left[d_0G(\dot{\zeta},\dot{\eta},\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1,\phi,\dot{\phi})+\frac{b_1^2}{12}P(\dot{\alpha}_1,\dot{\beta}_1)\right]-\\
-ca_3b_1\left[d_0Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)-\frac{b_1^2}{12}L(\alpha_1,\beta_1)\right]+\\
+\gamma a_3b_1\left[\frac{b_1^2}{6}L(\alpha_1,\beta_1)Q(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)-d_0\{Q^2(\zeta,\eta,\alpha_1,\beta_1,\phi)+\frac{b_1^2}{12}L^2(\alpha_1,\beta_1)\}\right]-\\
-m_2(\eta+L\psi\sin\psi_0)+m_3\alpha_1=(C-A)\delta\dot{\phi}^2\sin(\phi-\varepsilon)-(C-A)\delta\ddot{\phi}\cos(\phi-\varepsilon)+fK_1T(U)a_2,\\
C\ddot{\phi}+M_c=Me(\ddot{\eta}\sin\phi-\ddot{\zeta}\cos\phi)-A\delta[\ddot{\alpha}_1\cos(\phi\text{-}\varepsilon)+\ddot{\beta}_1\sin(\phi\text{-}\varepsilon)]-C\ddot{\alpha}_1\beta_1-\\
-C\dot{\alpha}_1\dot{\beta}_1-C\ddot{\alpha}_1\delta\cos(\phi-\varepsilon)+2C\ddot{\phi}\beta_1\delta\cos(\phi-\varepsilon)+2C\phi\ddot{\beta}_1\delta\cos(\phi-\varepsilon)-\\
-C\dot{\phi}^2\sin(\phi-\varepsilon)+fF_1T(U)\left[R_1(\phi)-W_{/\ell=0,5b_1}\right].
\end{gathered}
$$

Полученная нелинейная система дифференциальных уравнений описывает колебания роторной системы под действием статической и динамической неуравновешенности, кинематического возбуждения, вызванного погрешностью формы тела намотки. Она учитывает также наличие автоколебательного механизма, обусловленного нелинейностью силы трения во фрикционной паре тело намотки – фрикционный цилиндр, который может вызвать при определенных условиях и параметрах системы устойчивые незатухающие колебания в роторной системе (автоколебания). Учет погрешности поперечного сечения паковки в виде эксцентрика и нелинейности силы контактного взаимодействия между телом намотки и фрикционным цилиндром привел к появлению в системе (22) уравнений с периодическими коэффициентами, изменяющимися по гармоническому закону, что свидетельствует о возможности возникновения в системе параметрически возбуждаемых колебаний.

Действительно, функция $Q(\zeta, \eta, \alpha_1, \beta_1, \phi)$ (см. выражение (11)) входит в систему (22) в уравнения со второго по пятое во второй степени. Перемножая выражение (11) само на себя, получаем помимо нелинейных величин $\zeta^2, \eta^2, \alpha_1^2, \beta_1^2$ члены с периодическими коэффициентами.

Возможное возникновение в системе автоколебаний и параметрически возбуждаемых колебаний, а также их взаимодействие с вынужденными колебаниями приведет к качественному и количественному изменению характера колебаний фрикционного намоточного механизма, что указывает на необходимость исследования нелинейных колебательных процессов в подобных намоточных устройствах.

В Ы В О Д Ы

Получена математическая модель для исследования нелинейных колебаний фрикционных намоточных механизмов рычажного типа.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Мазин Л.С., Луганцева Т.А.* О динамике маятниковых устройств контактного наматывания нити // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1980, №2. С. 98…101.

2. *Луганцева Т.А., Мазин Л.С., Климов В.Л.* О влиянии упругих опор на динамику устройств контактного наматывания нити // Автоматизация проектирования процессов и устройств текстильной и легкой промышленности: Межвуз. сб. научн. тр. – Л.,1980. С.108…115.

3. *Коритысский Я.И.* Динамика упругих систем текстильных машин. – М.,1982.

4. *Мазин Л.С.* Разработка теории и научные основы проектирования приемно-намоточных механизмов текстильных машин: Дис.…докт. техн. наук. – Л.,1986.

5. *Коритысский Я.И.* Исследование динамики и конструкций высокопроизводительных веретен текстильных машин. – М.,1963.

6. *Акимов А.А.* Исследование влияния неуравновешенности бобинодержателя маятникого типа и биения поверхности тела намотки на динамические характеристики: Дис….канд. техн. наук. – М., 1983.

7. *Степанов С.Г., Светик Ф.Ф., Живов С.В.* О математической модели и собственных частотах колебаний фрикционных намоточных механизмов рычажного типа // Изв. вузов. Технология текстильной промышлености. – 1984, №4. С. 82…88.

8. *Степанов С.Г.* Исследование и проектирование фрикционных намоточных механизмов машин для производства химических волокон: Дис. канд. техн. наук. – М., 1984..

9. *Николаи Е.П.* Теория гироскопов. – М., 1948.

10. *Перель Л.Я.* Подшипники качения. – М.: Машиностроение, 1983.

11. *Прошков А.Ф.* Машины для производства химических волокон. – М.: Машиностроение, 1974.

12. *Алифов А.А., Фролов К.В.* Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. – М.: Наука, 1985.

Рекомендована кафедрой инженерной графики. Поступила 03.10.12.