

УДК 66.011

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОСАЖДЕНИЯ ВЗВЕСЕЙ
В НИЗКОНАПОРНОМ ГИДРОЦИКЛОНЕ**

**THE HYDRODYNAMIC MODEL OF SUSPENSIONS CONCRETION
IN LOW PRESSURE HYDROCYCLONE**

Л.М. КОЧЕТОВ, Б.С. САЖИН, М.П. ТЮРИН
L.M. KOCHETOV, B.S. SAZHIN, M.P. TYURIN

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)
(Moscow State Textile University "A.N. Kosygin")
E-mail: paxt@yandex. ru

Предложена математическая модель открытого низконапорного гидроциклона, позволяющая оценить скорости движения жидкой и твердой фаз. Установлено, что присутствие мелких твердых частиц не оказывает существенного влияния на скорости потока жидкости.

The mathematical model of opened low pressure hydrocyclone, allowing to estimate the speed of liquid and solid phases movement has been offered. It is established that the presence of small solid particles does not influence significantly the speed of a fluid flow.

Ключевые слова: модель математическая, гидроциклон, гидродинамика, дисперсные системы.

Keywords: a mathematical model, hydrocyclone, hydrodynamics, dispersion systems.

Центробежное разделение суспензий, осуществляемое в низконапорных гидроциклонах, обеспечивает более высокую интенсивность разделения фаз чем гравитационная седиментация. Такие процессы могут использоваться для удаления взвешенных твердых частиц, мелких волокон, а также эмульгированных масел или жиров в процессах очистки сточных вод, в том числе в текстильном производстве.

Открытый гидроциклон обычной конструкции имеет вертикальный цилиндри-

конический корпус, снабженный одним или двумя тангенциальными каналами для подачи разделяемого потока, а также центральным патрубком для выхода очищенной жидкости. Отделенный дисперсный материал оседает в виде шлама в коническую часть гидроциклона, откуда периодически удаляется.

Для теоретического описания процесса центробежной седиментации в условиях вращающегося потока вязкой жидкости может быть использована система уравне-

ний, включающая уравнение Навье-Стокса и уравнение неразрывности потока. Эти

уравнения, записанные в цилиндрических координатах, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_\phi \frac{\partial v_r}{r \partial \phi} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\phi^2}{r} &= -\frac{\partial p}{\rho \partial r} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{r^2 \partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{\partial v_r}{r \partial r} - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2v_\phi}{r^2 \partial \phi} \right), \\ \frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + v_\phi \frac{\partial v_\phi}{r \partial \phi} + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \frac{v_\phi v_r}{r} &= \\ = -\frac{\partial p}{\rho \partial \phi} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_\phi}{r^2 \partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial z^2} + \frac{\partial v_\phi}{r \partial r} - \frac{v_\phi}{r^2} + \frac{2v_r}{r^2 \partial \phi} \right), \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_\phi \frac{\partial v_z}{r \partial \phi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= -\frac{\partial p}{\rho \partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_z}{r^2 \partial \phi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{\partial v_z}{r \partial r} \right), \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_\phi}{r \partial \phi} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Движение потока жидкости в гидроциклоне может рассматриваться как трехмерное, характеризующееся наличием радиальной v_r , осевой v_z и окружной составляющих скорости v_ϕ .

Для установившегося движения:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0.$$

Решение вышеназванной системы уравнений в общей форме имеет вид:

$$v_\phi = f_\phi(V, r, z, \phi), \quad v_r = f_r(V, r, z), \quad v_z = f_z(V, r, z), \quad (3)$$

где V – расход жидкости; z – осевая координата рассматриваемой точки, считая от тангенциального канала.

В гидроциклонах плотности жидкостной фазы и твердых частиц являются величинами одного порядка, поэтому присутствие твердой фазы не вносит существенных искажений в картину движения высоковязкого потока жидкости. Характер распределения окружных скоростей однофазного жидкостного потока в основном объеме гидроциклона можно получить, рассматривая движение закрученного вихря от периферии к центру. При этом предполагается, что течение жидкости имеет осесимметричный характер. С учетом вышеназванных условий из уравнений (1) и (2) может быть получено выражение:

$$v_\phi = Cr^{-k}, \quad (4)$$

где r – радиус рассматриваемой точки по отношению к геометрической оси аппарата; k – показатель степени, зависящий от вязкости потока, а также от геометрических размеров и соотношений аппарата.

Величина k может быть определена из соотношений, приведенных в работе [1]. На основании экспериментальных исследований $k \approx 0,5-0,7$.

В центральной зоне аппарата характер движения жидкостного потока изменяется и преобразуется в квазитвердое вращение [1]. Для этой зоны $k = -1$ и уравнение (4) приводится к виду:

$$v_\phi = Cr. \quad (5)$$

Учитывая осесимметричный характер течения газа, для $z = \text{const}$ можно получить закон распределения радиальных скоростей жидкости:

$$v_r r = A = \text{const}. \quad (6)$$

Постоянные A и C определяются из условий:

$$\begin{aligned} A = v_{rR} R &= \frac{V(H-z)}{\pi H^2}, \\ C = v_{\phi(R)} R^k &= \varepsilon \frac{V}{\sum S} R^k \frac{(H-z)}{H}, \end{aligned} \quad (7)$$

где H – высота рабочей зоны гидроциклона; $\sum S$ – суммарное сечение тангенциальных каналов; ε – коэффициент, учитывающий расширение струи после выхода из

тангенциального канала и зависящий от отношения суммарной площади тангенциальных каналов к площади поперечного сечения камеры, $\Sigma S_{\text{вх}}/S_{\text{к}}$.

Осевые скорости v_z потока имеют разнонаправленный характер. В периферийной зоне осевые скорости направлены вниз, тогда как в центральной – вверх. Благодаря этому твердые частицы увлекаются нисходящим потоком в шламонакопительную зону аппарата, что повышает эффективность разделения, по сравнению с вертикальным отстойником.

Для периферийной зоны гидроциклона (нисходящий поток) $R > r > r^*$:

$$v_z = \frac{V(H-z)}{\pi H \left(R^2 - \left(r_0 + (R-r_0) \frac{z}{H} \right)^2 \right)}. \quad (8)$$

Для центральной зоны гидроциклона (восходящий поток) $r^* > r > 0$:

$$v_z = \frac{V(z-H)}{\pi H \left(r_0 + (R-r_0) \frac{z}{H} \right)^2}, \quad (9)$$

где $r^* = r_0 + (R-r_0) \frac{z}{H}$ – радиус пограничной зоны между нисходящим и восходящим потоками; r_0 – радиус центрального выходного отверстия аппарата; R – радиус корпуса гидроциклона.

Абсолютная скорость твердой частицы в условиях трехмерного потока записывается в виде векторной суммы

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}, \quad (10)$$

где u – абсолютная скорость твердой частицы; v – скорость потока жидкости; w – скорость твердой частицы относительно потока жидкости.

Для ламинарного режима осаждения твердой частицы ($Re \leq 2$) вертикальная составляющая относительной скорости определяется по формуле Стокса:

$$w_z = \frac{gd^2}{18\mu} (\rho_1 - \rho) \psi, \quad (11)$$

где d – эквивалентный диаметр оседающей частицы; ρ_1 и ρ – плотности твердой частицы и жидкости; μ – динамическая вязкость жидкости; ψ – коэффициент формы частиц; g – ускорение свободного падения.

Вертикальная составляющая абсолютной скорости частицы

$$u_z = w_z + v_z.$$

В радиальном направлении на твердую частицу действуют центробежная сила, направленная от центра, и сила встречного сопротивления потока жидкости, направленная к центру и выполняющая роль центростремительной силы. Для ламинарного режима радиальная составляющая относительной скорости определяется по формуле:

$$w_r = \frac{ad^2}{18\mu} \rho_1 \psi = \frac{u_\phi^2 d^2}{18\mu} \rho_1 \psi, \quad (12)$$

где a – центробежное ускорение, действующее на частицу.

Радиальная составляющая абсолютной скорости частицы

$$u_r = w_r + v_r.$$

Окружная составляющая относительной скорости:

$$w_\phi = \frac{\eta d^2}{18\mu} \rho_1 \psi = \frac{u_r v_\phi d^2}{9r\mu} \rho_1 \psi, \quad (13)$$

где η – ускорение Кориолиса, действующее на частицу.

Легко убедиться, что величина w_ϕ очень мала по сравнению с v_ϕ , потому что $u_\phi \approx v_\phi$.

Полученные соотношения позволяют рассчитать скорости несущей и дисперсной фаз в гидроциклоне, время сепарации твердых частиц различного размера и, посредством этих параметров, оценить эффективность улавливания взвешенных частиц в гидроциклоне. Эта величина зависит от технологического режима работы гидроциклона, в первую очередь, окружной скорости несущего потока, а также от дисперсного состава взвеси, характеризуемого функцией распределения частиц по

размерам. Не последнюю роль играют и конструктивные особенности гидроциклона. Использование полученной модели позволяет уточнить результаты расчетов эффективности улавливания, основанные на полуэмпирических решениях, изложенных в работе [2].

ВЫВОДЫ

1. Предложена математическая модель открытого низконапорного гидроциклона, позволяющая рассчитать скорости движения жидкой фазы и твердых частиц в процессе их осаждения.

2. Показано, что присутствие тонкодисперсных твердых частиц в потоке жидкости не оказывает существенного влияния

на величину и характер распределения скоростей жидкой фазы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочетов Л. М., Сажин Б. С., Тюрин М. П. Гидродинамические особенности низконапорных гидроциклонов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. — 2012, №6. С.113...117.

2. Кочетов Л. М., Сажин Б. С., Сажина М. Б., Тюрин М. П. Оценка эффективности разделения суспензий в низконапорных гидроциклонах // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. — 2010, №4. С. 107...111.

Рекомендована кафедрой процессов и аппаратов химической технологии и безопасности жизнедеятельности. Поступила 02.10.12.