УДК 677.08.021. 16/22

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ И ОЧИСТКЕ ВОЛОКНИСТЫХ СМЕСЕЙ

В.Д. ФРОЛОВ, С.Ю. КАПУСТИН, А.П. БАШКОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

С увеличением числа Рейнольдса для двухфазного потока характер движения волокнисто-воздушной смеси перестраивается – в отличие от ламинарного течение становится неустойчивым. В нем появляются незатухающие поперечные пульсационные компоненты скорости. Сначала наблюдается резкий скачок сопротивления, который может достигать увеличения на 100% и более. Он соответствует зависимости

$$\frac{d(p+\gamma h)}{dz} \approx v^n, \qquad (1)$$

где v – средняя по течению скорость; n – степенной показатель, значение которого при турбулентном течении около 2 (рис.1), при ламинарном он равен 1; $d(p+\gamma h)/dz$ – значение, пропорциональное касательному напряжению сил вязкости, оказывающих сопротивление движению, то есть при равных расходах воздуха соблюдается неравенство $\tau_{турб} > \tau_{ламин}$.

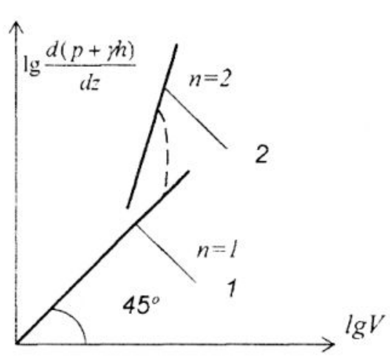

Рис. 1

В двумерной системе координат турбулентную (вихревую) вязкость, зависящую от соотношения турбулентного движения [1], Ж. Буссинеск выразил как

$$\tau_{турб} = \mu\frac{d\bar{u}}{dy} + \eta\frac{d\bar{u}}{dy}, \qquad (2)$$

где $\bar{u}$ – осредненная местная скорость, изменение которой в координатном направлении x определяется выражением

$$\bar{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u dt, \qquad (3)$$

μ – динамическая вязкость; η – некоторая динамическая турбулентность, зависящая от состояния турбулентного движения; $\mu(d\bar{u}/dt)$ – вязкое напряжение, вычисляемое по градиенту скорости осредненного движения; $\eta(d\bar{u}/dt)$ – дополнительное напряжение сил вязкости, связанное с турбулентностью.

Аналогично определяются мгновенные скорости для координатных направлений y и z.

При турбулентном течении происходят флуктуации мгновенной скорости и давления; в проекциях на координатные оси они будут иметь вид:

$$u = \bar{u} + u'; \qquad p_x = \bar{p}_x + p_x';$$
$$v = \bar{v} + v'; \qquad p_y = \bar{p}_y + p_y'; \qquad (4)$$
$$w = \bar{w} + w'. \qquad p_z = \bar{p}_z + p_z'.$$

Поскольку флуктуации имеют как положительное, так и отрицательное значения, среднее от u':

$$\bar{u}' = \frac{1}{T}\int_0^T u'dt \equiv 0, \qquad (5)$$

где T – время, значительно большее по сравнению с временным масштабом турбулентности.

Если на тело действует система внешних сил, то компоненты напряжений, возникающие по шести граням элементарного объема внутри тела с размерами сторон Δx, Δy, Δz, создают сумму сил, приложенных к элементарной частице в виде сорной примеси в проекции на ось x:

$$\Delta F_x \equiv (\varrho\Delta x\Delta y\Delta z)g_x - \delta_x\Delta y\Delta z' + (\delta_x + \frac{\partial\delta_x}{\partial x})\Delta y\Delta z + (\tau_{yx} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}\Delta y)\Delta x\Delta z -$$
$$- \tau_{zx}\Delta x\Delta y + (\tau_{zx} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z})\Delta x\Delta y, \qquad (6)$$

где δ – напряжения нормальных сил; τ – напряжения касательных сил.

Разделив это выражение на объем элементарной частицы, то есть сорной примеси, получим

$$\varrho g_x - \frac{\partial\delta_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} = \varrho a_x. \qquad (7)$$

Аналогично находим соответствующие выражения в проекциях на оси y и z:

$$\varrho g_y + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial\delta_y}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z} = \varrho a_y, \qquad (8)$$

$$\varrho g_z + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial\delta_z}{\partial z} = \varrho a_z. \qquad (9)$$

Из общего уравнения движения сплошной среды ускорение потока в проекции на ось x будет определяться как сумма частных производных:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}. \qquad (10)$$

Учитывая выражение (10) и заменив в (7) проекции δ_x на соответствующие проекции давления p_x, получим

$$\varrho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}\right) = \varrho g_x - \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}. \qquad (11)$$

Используя уравнение неразрывности для несжимаемой среды (воздух при малых скоростях в текстильных машинах и пневмотранспорте можно считать несжимаемым), при установившемся движении можно записать:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial v}{\partial y} + u\frac{\partial w}{\partial z} = 0. \qquad (12)$$

Сложив выражения (11) и (12), то есть, учтя взаимодействие частицы с потоком, имеем

$$\varrho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z}\right) = \varrho g_x - \frac{\partial p_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}. \qquad (13)$$

Подставив равенства (4) в (13) и выполнив условия осреднения по уравнениям (2...5), после преобразования в проекции на ось x запишем

$$\varrho\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)=$$

$$=\varrho g_x-\frac{\partial\bar{p}_x}{\partial x}+\frac{\partial\bar{\tau}_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial y}-\varrho\frac{\partial\overline{u'}^2}{\partial x}-\varrho\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial y}-\varrho\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z}. \qquad (14)$$

Преобразовав уравнения движения в форме Навье-Стокса применительно к турбулентному течению, представив скорость в виде суммы усредненной и пульсационной составляющих, получим

$$\begin{cases}\varrho\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z}\right)=\varrho g_x-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\bar{v}^2\bar{u}-\varrho\left(\frac{\partial\overline{u'}^2}{\partial x}+\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{u'w'}}{\partial z}\right),\\ \varrho\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial v}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial v}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{v}}{\partial z}\right)=\varrho g_y-\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}+\mu\bar{v}^2\bar{v}'-\varrho\left(\frac{\partial\overline{v'u'}^2}{\partial x}+\frac{\partial\overline{v'}^2}{\partial y}+\frac{\partial\overline{v'w'}}{\partial z}\right),\\ \varrho\left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial t}+\bar{u}\frac{\partial\bar{w}}{\partial x}+\bar{v}\frac{\partial w}{\partial y}+\bar{w}\frac{\partial\bar{w}}{\partial z}\right)=\varrho g_z-\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}+\mu\bar{v}^2\bar{w}-\varrho\left(\frac{\partial\overline{w'u'}^2}{\partial x}+\frac{\partial\overline{w'v'}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{w'}^2}{\partial z}\right).\end{cases} \qquad (15)$$

Применительно к аэродинамическим камерам для формирования волокнистого полотна при установившемся равномерном течении потока волокнисто-воздушной смеси в направлении оси x между параллельными горизонтальными стенками, ортогональными оси y, используем уравнение Рейнольдса при условии, что

$$\frac{\partial}{\partial t}=0;\quad \frac{\partial}{\partial z}=0;\quad \bar{v}=\bar{w}=0 \qquad (16)$$

и все частные производные по x, кроме $\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}$, равны 0.

Из первых двух уравнений (15) имеем:

$$\begin{cases}0=\varrho g_x-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2}-\varrho\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial y},\\ 0=\varrho g_y-\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}-\varrho\frac{\partial\overline{v'}^2}{\partial y},\end{cases} \qquad (17)$$

где γ – удельный вес воздуха; h – высотный напор, создаваемый потоком.

Второе выражение из системы уравнений (17) можно представить в виде

$$\frac{\partial}{\partial y}(\bar{p}+\gamma h)+\varrho\frac{\partial\overline{v'}^2}{\partial y}=0. \qquad (18)$$

После интегрирования выражения (18) записываем:

$$(\bar{p}+\gamma h)+\varrho\overline{v'}^2=\text{const}. \qquad (19)$$

Таким образом, распределение давления в плоскостях, перпендикулярных к направлению течения, отличается от гидродинамического давления на величину $\varrho\overline{v'}^2$.

Если касательные напряжения определяются степенью турбулентности, то в первом уравнении (17) остается

$$\frac{\partial(\bar{p}+\gamma h)}{\partial x}=\varrho\frac{\partial\overline{u'v'}}{\partial y}, \qquad (20)$$

где $\dfrac{\partial(\overline{p}+\gamma h)}{\partial x}$ не зависит от координаты y.

Тогда, интегрируя по y выражение (20), находим:

$$\frac{d(\overline{p}+\gamma h)}{dx}y=-\varrho u'v'=\tau, \qquad (21)$$

где имеем линейную зависимость касательного напряжения τ от y, то есть при равномерном турбулентном течении касательные напряжения с удалением от стенок камеры изменяются линейно.

Применяя уравнения Навье-Стокса в форме уравнений Рейнольдса к двумерному турбулентному пограничному слою около слабо искривленной поверхности, используем там же метод оценки порядка величин.

Пренебрегая массовыми (инерционными) силами, получаем

$$\begin{cases} \varrho\left(\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial t}+\overline{u}\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\overline{v}\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial y}+\overline{w}\dfrac{\partial\overline{u}}{\partial z}\right)=-\dfrac{\partial\overline{p}_x}{\partial x}-\varrho\dfrac{\partial\overline{u'}^2}{\partial x}+\mu\dfrac{\partial^2\overline{u}}{\partial y^2}-\varrho\dfrac{\partial\overline{u'v'}}{\partial y}, \\ 0=\dfrac{\partial(\overline{p}+\varrho\overline{v'}^2)}{\partial y}. \end{cases} \qquad (22)$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial y}=0. \qquad (23)$$

Интегрируя второе выражение системы (22), получаем

$$\overline{p}+\varrho v'^2=\text{const}. \qquad (24)$$

Из уравнения (24) следует, что давление в пограничном слое зависит от среднеквадратического значения компонента турбулентной пульсации v'.

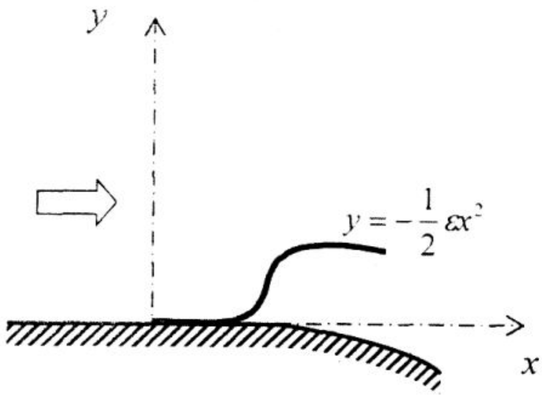

Рис. 2

Неявный характер деформирования координат в достаточно простых случаях может быть разрешен и решение получено в явной форме. Гладкая выпуклая стенка (рис. 2), где хорда профиля совпадает с отрезком оси x, длина которой может быть принята за единицу. Форма профиля задана уравнением

$$y=\pm\varepsilon T(x), \qquad (25)$$

где ε – некоторый параметр толщины; T(x) – функция порядка единицы, которая дает распределение толщины.

Изменение ε дает семейство аффинно подобных профилей, при этом

$$T(x)=-\frac{x^2}{2} \quad \text{при} \quad x>0. \qquad (26)$$

Как с физической, так и с математической точки зрения должна быть деформирована координата ξ, описывающая линию Маха. Введем слегка деформированное переменное S вместо ξ. Из соображений неразрывности следует, что до первого порядка вертикальная скорость также является той же функцией от S, какой она была от ξ в линеаризованной теории.

Первое приближение для компонент скорости будет:

$$u' \cong \frac{\Delta u}{U} \sim -\varepsilon \frac{T'(S)}{B} + \ldots,$$
$$v' \cong \frac{v}{U} \sim \varepsilon T'(S) + \ldots, \qquad (27)$$

где параметрическое переменное S определяется неявным выражением

$$x - By \sim S - \frac{\gamma+1}{2}\frac{M^4}{B^2}\varepsilon y T'(S) + \ldots, \qquad (28)$$

где B – коэффициент, определяющий соотношение координат.

Это решение имеет простую физическую интерпретацию. Линии S=const в действительности представляют собой исправленные линии Маха, вычисленные с использованием скоростей первого приближения.

Тогда уравнение (28) примет вид:

$$x - By = S\left(1 + \varepsilon \frac{\gamma+1}{2}\frac{M^4}{B^2} y\right). \qquad (29)$$

Данное соотношение может быть разрешено так:

$$S = \frac{x - By}{1 + \varepsilon \frac{\gamma+1}{2}\frac{M^4}{B^2} y}. \qquad (30)$$

Тогда формула (27) определяет компоненту скорости в любой точке:

$$B\frac{\Delta u}{U} = \frac{v}{V} = \varepsilon S = \varepsilon \frac{x - By}{1 + \varepsilon \frac{\gamma+1}{2}\frac{M^4}{B^2} y}. \qquad (31)$$

ВЫВОДЫ

Предложенный анализ возникновения и поведения турбулентного волокнисто-воздушного потока, связанного с технологическими условиями и использованием конструктивных элементов, дает возможность управлять структурой потока и эффективно проводить очистку и рассортировку смесей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Карман Т., Бюргер Н.* Теоретическая механика идеальных жидкостей. – Берлин: "Шпрингер", 1935.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 16.12.03.