

УДК 620.1.08.620.22

К ВОПРОСУ ИССЛЕДОВАНИЙ НДС МЯГКИХ КОМПОЗИТОВ ПОСРЕДСТВОМ КОЛЕБАНИЙ*

А.С. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, В.Ю. МИШАКОВ, О.И. КУДРЯШОВ

(Московский государственный университет дизайна и технологий)

Релаксационные свойства мягких волокнистых композитов (тканей, трикотажа и др.) в значительной мере определяют ка-

чество и экономичность подготовительно-раскройных операций и процессов влажно-тепловой обработки (ВТО) в производстве

*Начало.

Работа выполняется при финансовой поддержке Министерства образования РФ (грант Т02-10.4-1784).

швейных изделий.

Известно, что релаксация напряжения мягких композитов, в том числе текстильных материалов, при постоянной деформации приближенно описывается моделью Кольрауша-Слонимского [1]. Однако численные значения коэффициентов модели, характеризующие процесс релаксации напряжения материалов, зависят от их физико-механических свойств и могут быть определены только экспериментальным путем.

В процессе релаксации напряжения мягких композитов изменяется обобщенный модуль упругости и соответственно собственная частота колебаний материалов. Эти изменения и соответствующая этому изменению реакция на возмущающее воздействие положены в основу предлагаемого метода исследований напряженно-деформированного состояния (НДС) материалов.

С учетом технической сложности ре-

ализации прямого измерения параметров колебаний мягких композитов в работе рассматривается косвенный метод. В частности, процесс релаксации напряжений мягкого композита предлагается оценивать посредством измерения параметров колебаний металлической части неоднородной пластины.

Первая (теоретическая) часть решения общей задачи сводится к определению координат положения пучностей и узловых линий стоячих волн, формируемых посредством генератора механических колебаний на составных частях неоднородной пластины.

Итак, дана прямоугольная горизонтально расположенная неоднородная по составу пластина, состоящая из образца мягкого композита (отрезок $x \in [0; l_1]$), скрепленного с металлической полосой (отрезок $x \in [l_1; l_1 + l_2]$).

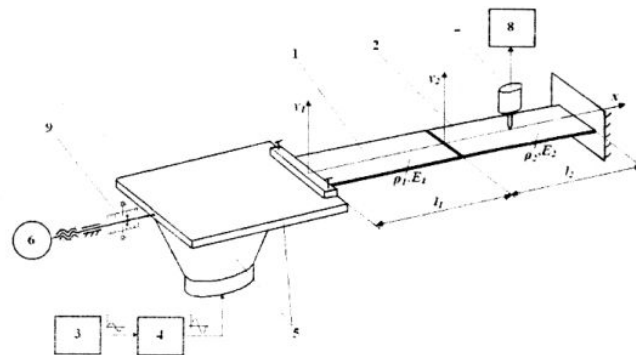


Рис. 1

Пластина колеблется под воздействием постоянно действующей периодической силы, приложенной к ее незаземленному концу (рис. 1, где показана расчетная схема: 1,2 – участки неоднородной пластины; 3 – генератор звуковой частоты; 4 – усилитель; 5 – генератор механических колебаний; 6 – устройство нагружения образца; 7 – вибродатчик; 8 – виброизмерительный прибор с процессором и блоком сопряжения; 9 – индикатор нагрузки и деформации). Пересечение центральных осей со стороны свободного конца пластины прием за начало координат. Второй конец

неоднородной пластины закреплен неподвижно.

Возмущающая сила, действующая на свободный конец пластины, обеспечивает постоянную круговую частоту (ω) ее поперечных колебаний. Необходимо определить координаты узловых линий и пучностей – место расположения датчика колебаний пластины.

Известно [2], что дифференциальное уравнение поперечных свободных колебаний однородной пластины имеет вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -b^2 \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4}, \quad (1)$$

где $y(x, t)$ – ордината продольной оси пластины с абсциссой x в момент времени t ;

$b^2 = \frac{EI}{\rho S}$ – квадрат собственной частоты

колебаний системы; EI – изгибная жесткость в плоскости колебаний; ρ – объемная плотность материала пластины; S – площадь поперечного сечения; ρS – погонный вес пластины.

Для однородного отрезка пластины $x \in [0; \ell_1]$, представляющего собой мягкий композит, соотношение (1) запишем в виде

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} = -b_1^2 \frac{\partial^4 y_1(x, t)}{\partial x^4}, \quad (2)$$

где $b_1^2 = \frac{E_1 I_1}{\rho_1 S_1}$ – квадрат собственной частоты колебаний отрезка мягкого композита $x \in [0; \ell_1]$.

В связи с тем, что на свободном конце пластины ($x = 0$) обращаются в ноль как изгибающий момент, так и поперечная сила, граничные условия соответственно запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} &= 0 \\ \frac{\partial^3 y_1}{\partial x^3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Это означает, что

$$\begin{aligned} M &= -EI \frac{\partial^2 y_1(x, t)}{\partial x^2} = 0, \\ \frac{\partial M}{\partial x} &= -EI \frac{\partial^3 y_1(x, t)}{\partial x^3} = 0. \end{aligned}$$

Для второго отрезка пластины $x \in [\ell_1; \ell_1 + \ell_2]$ соотношение (1) имеет аналогичный вид:

$$\frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} = -b_2^2 \frac{\partial^4 y_2(x, t)}{\partial x^4}, \quad (4)$$

где $b_2^2 = \frac{E_2 I_2}{\rho_2 S_2}$ – квадрат собственной частоты колебаний металлического отрезка пластины $x \in [\ell_1; \ell_1 + \ell_2]$.

Граничные условия при $x = \ell_1 + \ell_2$:

$$\left. \begin{aligned} y_2 &= 0; \\ \frac{\partial y_2}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

так как при жестком горизонтальном закреплении пластины ордината (y_2) и ее производная равны нулю.

Ищем решение в виде:

$$\left. \begin{aligned} y_1(x, t) &= Y_1(x) \sin(\omega t + \varphi), \\ x &\in [0; \ell_1], \\ y_2(x, t) &= Y_2(x) \sin(\omega t + \varphi), \\ x &\in [\ell_1; \ell_1 + \ell_2] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Подставляя в выражения (2) и (4) уравнения (6), получим

$$\left. \begin{aligned} -\omega^2 Y_1 \sin(\omega t + \varphi) &= -b_1^2 \frac{\partial^4 Y_1}{\partial x^4} \sin(\omega t + \varphi), \\ x &\in [0; \ell_1], \\ -\omega^2 Y_2 \sin(\omega t + \varphi) &= -b_2^2 \frac{\partial^4 Y_2}{\partial x^4} \sin(\omega t + \varphi), \\ x &\in [\ell_1; \ell_1 + \ell_2] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Преобразуя систему уравнений (7), получим дифференциальные уравнения четвертого порядка вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 Y_1}{dx^4} - k_1^4 Y_1 &= 0, \text{ где } k_1^4 = \frac{\omega^2}{b_1^2}; \\ \frac{d^4 Y_2}{dx^4} - k_2^4 Y_2 &= 0, \text{ где } k_2^4 = \frac{\omega^2}{b_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Общие решения этих уравнений имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} Y_1(x) &= C_1 \operatorname{chk}_1 x + C_2 \operatorname{shk}_1 x + C_3 \cos k_1 x + C_4 \sin k_1 x; \\ Y_2(x) &= B_1 \operatorname{chk}_2 x + B_2 \operatorname{shk}_2 x + B_3 \cos k_2 x + B_4 \sin k_2 x. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Граничные условия на свободном конце пластины согласно (3) должны выполняться независимо от времени и дают:

$$Y_1''(0) = 0 \Rightarrow C_1 = C_3, Y_1'''(0) = 0 \Rightarrow C_2 = C_4. \quad (10)$$

Поэтому

$$\left. \begin{aligned} Y_1(x) &= C_1 (\operatorname{chk}_1 x + \cos k_1 x) + C_2 (\operatorname{shk}_1 x + \sin k_1 x), \\ Y_1'(x) &= C_1 k_1 (\operatorname{shk}_1 x - \sin k_1 x) + C_2 k_1 (\operatorname{chk}_1 x + \cos k_1 x). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Согласно граничным условиям (5), когда $x = \ell_1 + \ell_2$, получим

$$\begin{aligned} Y_2(\ell_1 + \ell_2) = 0 \rightarrow & B_1 \operatorname{chk}_2(\ell_1 + \ell_2) + \\ & + B_2 \operatorname{shk}_2(\ell_1 + \ell_2) + B_3 \cos k_2(\ell_1 + \ell_2) + \\ & + B_4 \sin k_2(\ell_1 + \ell_2) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Для линии стыка разных частей пластины, то есть при $x = \ell_1$ обязательны следующие условия:

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad Y_1(\ell_1) &= Y_2(\ell_1), \\ (2) \quad Y_1'(\ell_1) &= Y_2'(\ell_1), \\ (3) \quad Y_1''(\ell_1) &= Y_2''(\ell_1), \\ (4) \quad Y_1'''(\ell_1) &= Y_2'''(\ell_1), \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

где 1) – условие непрерывности пластины на линии стыка; 2), 3), 4) – соответственно равенство углов поворотов сечений, изгибающих моментов и поперечных сил пластины на линии стыка.

С учетом (8) обозначим

$$\lambda = \frac{k_1}{k_2} = \sqrt{\frac{b_2}{b_1}}. \quad (14)$$

Согласно (13) с учетом (10) из (9) получим следующие соотношения коэффициентов:

$$\left. \begin{aligned} B_1 \operatorname{chk}_2 \ell_1 + B_2 \operatorname{shk}_2 \ell_1 + B_3 \cos k_2 \ell_1 + B_4 \sin k_2 \ell_1 &= C_1 (\operatorname{chk}_1 \ell_1 + \cos k_1 \ell_1) + C_2 (\operatorname{shk}_1 \ell_1 + \sin k_1 \ell_1), \\ B_1 \operatorname{shk}_2 \ell_1 + B_2 \operatorname{chk}_2 \ell_1 - B_3 \sin k_2 \ell_1 + B_4 \cos k_2 \ell_1 &= \lambda C_1 (\operatorname{shk}_1 \ell_1 - \sin k_1 \ell_1) + \lambda C_2 (\operatorname{chk}_1 \ell_1 + \cos k_1 \ell_1), \\ B_1 \operatorname{chk}_2 \ell_1 + B_2 \operatorname{shk}_2 \ell_1 - B_3 \cos k_2 \ell_1 - B_4 \sin k_2 \ell_1 &= \lambda^2 C_1 (\operatorname{chk}_1 \ell_1 - \cos k_1 \ell_1) + \lambda^2 C_2 (\operatorname{shk}_1 \ell_1 - \sin k_1 \ell_1), \\ B_1 \operatorname{shk}_2 \ell_1 + B_2 \operatorname{chk}_2 \ell_1 + B_3 \sin k_2 \ell_1 - B_4 \cos k_2 \ell_1 &= \lambda^3 C_1 (\operatorname{shk}_1 \ell_1 + \sin k_1 \ell_1) + \lambda^3 C_2 (\operatorname{chk}_1 \ell_1 - \cos k_1 \ell_1). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Введем систему обозначений:

$$k_1 \ell_1 = \varphi; \quad k_2 \ell_1 = \psi; \quad \alpha = k_2 (\ell_1 + \ell_2); \quad \beta = \alpha - \psi = k_2 \ell_2 = \mu \varphi, \quad \text{где } \mu = \frac{\ell_2}{\lambda^2 \ell_1}. \quad (16)$$

Однородная система (15) имеет нетривиальное решение, если выполняется

уравнение:

$$\begin{aligned}
& 1 + \lambda^4 + (1 - \lambda^4)(\operatorname{ch}\varphi \cos \varphi + \operatorname{ch}\beta \cos \beta) + \lambda^3(\operatorname{ch}\varphi \sin \varphi + \operatorname{sh}\varphi \cos \varphi) \cdot \\
& \cdot (\cos \beta \operatorname{sh}\beta - \operatorname{ch}\beta \sin \beta) + \lambda(\operatorname{sh}\varphi \cos \varphi - \operatorname{ch}\varphi \sin \varphi)(\cos \beta \operatorname{sh}\beta + \operatorname{ch}\beta \sin \beta) + \\
& + (1 + \lambda^4)\operatorname{ch}\varphi \cos \varphi \operatorname{ch}\beta \cos \beta - 2\lambda^2 \operatorname{sh}\varphi \sin \varphi \operatorname{sh}\beta \sin \beta = 0.
\end{aligned} \tag{17}$$

Опустив промежуточные преобразования, из системы уравнений (15) и обозна-

чений (16) выразим B_1, B_2, B_3 и B_4 :

$$\begin{aligned}
B_1 = & \frac{\lambda(1 + \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{sh}k_2(\ell_1 + \ell_2) + \operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1 \cdot \right. \\
& \cdot (\operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2 + \\
& \left. + \operatorname{sh}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2) \right] + \frac{\lambda(1 - \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1 \operatorname{sh}k_2(\ell_1 + \ell_2) + \right. \\
& \left. + \operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2 + \operatorname{sh}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2 \right] - \\
& - \lambda^4 \operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2 (\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 + \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1) + \lambda^2 \operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2 (\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 - \\
& - \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1) + \lambda^3 \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 (\operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2 - \operatorname{sh}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2),
\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
B_2 = & \frac{\lambda(1 + \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{ch}k_2(\ell_1 + \ell_2) - \operatorname{ch}k_1\ell_1 \cdot \right. \\
& \cdot \operatorname{cos}k_1\ell_1 (\operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2 + \\
& \left. + \operatorname{sh}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2) \right] + \frac{\lambda(1 - \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1 \operatorname{ch}k_2(\ell_1 + \ell_2) - \right. \\
& \left. - \operatorname{sh}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2 - \right. \\
& \left. - \operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2 \right] + \\
& + \lambda^4 \operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2 (\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 + \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1) + \lambda^2 \operatorname{sh}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2 (\operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1 - \\
& - \operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1) + \lambda^3 \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 (\operatorname{ch}k_2\ell_1 \operatorname{cos}k_2\ell_2 - \operatorname{sh}k_2\ell_1 \operatorname{sin}k_2\ell_2),
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
B_3 = & \frac{\lambda(1 + \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{sin}k_2(\ell_1 + \ell_2) + \operatorname{ch}k_1\ell_1 \cdot \right. \\
& \cdot \operatorname{cos}k_1\ell_1 (\operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2 + \\
& \left. + \operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2) \right] + \frac{\lambda(1 - \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_2(\ell_1 + \ell_2) + \right. \\
& \left. + \operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2 + \right. \\
& \left. + \operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2 \right] + \\
& + \lambda^4 \operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2 (\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 + \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1) + \lambda^2 \operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2 \cdot \\
& \cdot (\operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1 - \operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1) + \lambda^3 \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 (\operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2 - \operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2),
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
B_4 = & -\frac{\lambda(1 + \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{cos}k_2(\ell_1 + \ell_2) + \operatorname{ch}k_1\ell_1 \cdot \right. \\
& \cdot \operatorname{cos}k_1\ell_1 (\operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2 - \\
& \left. - \operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2) \right] - \frac{\lambda(1 - \lambda^4)}{2} \left[\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_2(\ell_1 + \ell_2) + \right. \\
& \left. + \operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2 - \operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2 \right] - \\
& - \lambda^4 \operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2 (\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 + \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1) - \lambda^2 \operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2 (\operatorname{ch}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 - \\
& - \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{cos}k_1\ell_1) - \lambda^3 \operatorname{sh}k_1\ell_1 \operatorname{sin}k_1\ell_1 (\operatorname{cos}k_2\ell_1 \operatorname{ch}k_2\ell_2 + \operatorname{sin}k_2\ell_1 \operatorname{sh}k_2\ell_2).
\end{aligned} \tag{21}$$

С коэффициентами, вычисленными по формулам (18...21), составляется функция $Y_2(x)$:

$$\begin{aligned}
Y_2(x) = & B_1 \operatorname{ch}k_2 x + B_2 \operatorname{sh}k_2 x + \\
& + B_3 \operatorname{cos}k_2 x + B_4 \operatorname{sin}k_2 x.
\end{aligned} \tag{22}$$

Для нахождения координат положения узловых линий стоячей поперечной волны на отрезке пластины $x \in [\ell_1; \ell_1 + \ell_2]$ требуется решить уравнение:

$$\begin{aligned}
Y_2(x) = 0 \Rightarrow & B_1 \operatorname{ch}k_2 x + B_2 \operatorname{sh}k_2 x + \\
& + B_3 \operatorname{cos}k_2 x + B_4 \operatorname{sin}k_2 x = 0,
\end{aligned} \tag{23}$$

а для нахождения пучностей – уравнение:

$$Y_2'(x) = 0 \Rightarrow B_1 \operatorname{sh} k_2 x + B_2 \operatorname{ch} k_2 x - B_3 \sin k_2 x + B_4 \cos k_2 x = 0. \quad (24)$$

$$B_1 \left(k_2 x + \frac{k_2^3 x^3}{3!} + \frac{k_2^5 x^5}{5!} + \dots \right) + B_2 \left(1 + \frac{k_2^2 x^2}{2!} + \frac{k_2^4 x^4}{4!} + \frac{k_2^6 x^6}{6!} + \dots \right) - B_3 \left(k_2 x - \frac{k_2^3 x^3}{3!} + \frac{k_2^5 x^5}{5!} - \dots \right) + B_4 \left(1 - \frac{k_2^2 x^2}{2!} + \frac{k_2^4 x^4}{4!} - \frac{k_2^6 x^6}{6!} + \dots \right) = 0.$$

Группируя слагаемые, получаем:

$$(B_2 + B_4) \left(1 + \frac{k_2^4 x^4}{4!} + \frac{k_2^8 x^8}{8!} + \dots + \frac{k_2^{4n} x^{4n}}{(4n)!} + \dots \right) + (B_1 - B_3) \left(k_2 x + \frac{k_2^5 x^5}{5!} + \frac{k_2^9 x^9}{9!} + \dots + \frac{k_2^{4n+1} x^{4n+1}}{(4n+1)!} + \dots \right) + (B_2 - B_4) \left(\frac{k_2^2 x^2}{2!} + \frac{k_2^6 x^6}{6!} + \frac{k_2^{10} x^{10}}{10!} + \dots + \frac{k_2^{4n+2} x^{4n+2}}{(4n+2)!} + \dots \right) + (B_1 + B_3) \left(\frac{k_2^3 x^3}{3!} + \frac{k_2^7 x^7}{7!} + \frac{k_2^{11} x^{11}}{11!} + \dots + \frac{k_2^{4n+3} x^{4n+3}}{(4n+3)!} + \dots \right) = 0. \quad (25)$$

Количество членов разложения (n) выбирается из условия требуемой точности (ε):

$$\frac{[k_2(\ell_1 + \ell_2)]^{4n}}{(4n-1)!(4n - k_2(\ell_1 + \ell_2))} < \varepsilon.$$

Задавшись значением (ε) и отбрасывая остальные члены ряда (25), необходимо решить уравнение (24) относительно x . Проведя преобразование уравнения (17) и ограничившись несколькими первыми членами разложения в ряд Тейлора [3], участвующих в нем функций (с точностью до φ^4), и решая уравнение (17) относительно (φ), получим:

$$\varphi = \sqrt[4]{\frac{12}{\left(1 + \frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^4 - \left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^4 \left(1 - \frac{b_1^2}{b_2^2}\right)}}. \quad (26)$$

Таким образом, появление резонанса в режиме стоячих волн на отрезке пластины $x \in [\ell_1; \ell_1 + \ell_2]$ зависит от физико-

Используя разложения функции (24) в ряд Тейлора, имеем

механических свойств неоднородной пластины, частоты вынужденных колебаний (ω) и длин отрезков ℓ_1 и ℓ_2 .

На основании полученных соотношений представляется возможным решить поставленную задачу в следующих вариантах.

1. При заданных линейных параметрах ℓ_1 и ℓ_2 , а также известных физико-механических характеристиках и собственных частотах колебаний частей пластины b_1 и b_2 согласно (26) определяем значение φ . Из первого уравнения системы обозначений (16) вычисляем k_1 , а из (8) – вынужденную частоту колебаний, обеспечивающую стоячие волны в режиме резонанса на отрезке пластины $x \in [0; \ell_1]$.

Из уравнения (14) находим k_2 . Вынужденную частоту колебаний, обеспечивающую стоячие волны в режиме резонанса на отрезке пластины $x_2 \in [\ell_1; \ell_1 + \ell_2]$, определяем из уравнения (8).

2. Задавшись значением вынужденной частоты колебаний (ω) и зная собственные

частоты колебаний b_1 и b_2 частей неоднородной пластины, определяемые физико-механическими свойствами, из соотношения (8) вычислим параметры k_1 и k_2 .

Затем, задавшись значением ℓ_1 из (16), находим φ . Далее, решая уравнение (26) относительно ℓ_2 , определяем длину металлической части пластины, которая при заданной частоте генерации возмущения будет совершать резонансные колебания в режиме стоячих волн.

Определив согласно (18...21) коэффициенты B_1, B_2, B_3 и B_4 по известным значениям ℓ_1, ℓ_2, k_1, k_2 и решив трансцендентные уравнения (22) и (23) относительно x , найдем положение узловых линий и пучностей, то есть рекомендуемые расположения датчика измерения релаксации напряжения.

ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель колебаний неоднородной пластины из композитного материала (в том числе текстильного), позволяющая рассчитать координаты положения узловых линий и пуч-

ностей стоячих волн при заданных входных параметрах и тем самым определить рекомендуемое положение датчика измерения фазовой скорости – параметра, характеризующего релаксацию напряжения мягкого композита при постоянной деформации.

2. Математическая модель колебаний пластины из композитных материалов при известных физико-механических свойствах составных частей неоднородной пластины дает возможность рассчитать резонансные частоты их вынужденных колебаний, обеспечивающих максимальную чувствительность измерительной схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клименко А.Я. и др. // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 1977, №5. С.51...55.
2. Афанасьев А.М., Марьин В.А. Лабораторный практикум по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1975.
3. Бронштейн И.И., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука, 1986.

Рекомендована кафедрой материаловедения.
Поступила 05.04.03.