

УДК 677.024

**ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ  
ДЛИНЫ ТЕКСТИЛЬНОГО МАТЕРИАЛА**

*А.Ю. КУТЬИН*

(Ивановская государственная текстильная академия)

Как показывают исследования [1], процесс формирования цилиндрической паковки длинномерного текстильного материала можно описать математической моделью, состоящей из четырех уравнений. Одно из этих уравнений связывает длину  $L$  наматываемых нитей с величиной угла  $\theta$ , на который повернулась паковка в процессе наматывания:

$$L = \int_0^{\theta} \rho(\theta) d\theta. \quad (1)$$

Уравнение (1) – это упрощенная формула спрямления дуги, где  $\rho$  – радиус намотки.

Рассмотрим, насколько оправдано использование данной формулы для вычисления длины наматываемого на паковку текстильного материала. С точки зрения интегрирования ее привлекательность очевидна, потому что полная длина  $L_n$  линии спирали в полярных координатах выражается интегралом [2]:

$$L_n = \int_0^{\theta} \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2} d\theta. \quad (2)$$

Впервые для вычисления длины нитей, навиваемых на паковку (ткацкую или сновальную) в условиях изменяющейся объемной плотности, упрощенную формулу (1) предложил использовать В.П. Зайцев [3]. Анализируя формулу (2) длины дуги, он заметил, что для текстильных паковок текущий радиус намотки намного (на не-

сколько порядков) больше его производной  $\left(\rho \gg \frac{d\rho}{d\theta}\right)$ , а следовательно, второе слагаемое в подкоренном выражении можно не учитывать.

В нашем случае, когда речь идет об использовании уравнения (1) в системе описания процесса наматывания любого длинномерного материала, необходимо четко оценить погрешность метода вычисления длины по этой формуле с тем, чтобы выяснить границы ее применения. При использовании нового способа формирования тождественных паковок эта погрешность должна учитываться вместе с другими (по  $\rho$  и  $\theta$ ) для расчета погрешности длины текстильного материала [4].

Итак, оценим погрешность метода вычисления, для чего сравним уравнения (1) и (2). Очевидно, что  $L < L_n$ :

$$\int_0^{\theta} \rho d\theta < \int_0^{\theta} \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2} d\theta. \quad (3)$$

В то же время, учитывая свойства радикалов и определенных интегралов, можно констатировать, что

$$\int_0^{\theta} \sqrt{\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2} d\theta < \int_0^{\theta} \rho d\theta + \int_0^{\theta} \frac{d\rho}{d\theta} d\theta. \quad (4)$$

Справедливость последнего неравенства не вызывает сомнений.

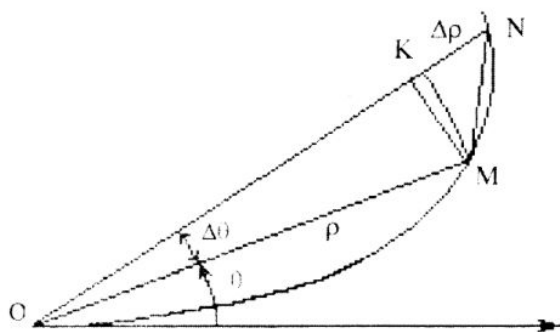


Рис. 1

Действительно, рассматривая прямоугольный треугольник KMN на рис. 1, где изображена дуга ON, можно выявить следующее [2]:

$$\begin{aligned} MN &\approx \sqrt{|KN|^2 + KM^2} \approx \\ &\approx \sqrt{d\varrho^2 + (\varrho d\theta)^2} < d\varrho + \varrho d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

или

$$\sqrt{\varrho^2 + \left(\frac{d\varrho}{d\theta}\right)^2} d\theta < \frac{d\varrho}{d\theta} d\theta + \varrho d\theta. \quad (6)$$

Из неравенств (3) и (4) вытекает, что

$$\int_0^\theta \varrho d\theta < \int_0^\theta \sqrt{\varrho^2 + \left(\frac{d\varrho}{d\theta}\right)^2} d\theta < \int_0^\theta \varrho d\theta + \Delta\varrho, \quad (7)$$

где  $\Delta\varrho = \varrho - \varrho_0$ ;  $\varrho_0$  – радиус основания паковки.

Величина  $\Delta\varrho$  возникает при интегрировании второго слагаемого в правой части неравенства (4):

$$\int_0^\theta \frac{d\varrho}{d\theta} d\theta = \int_{\varrho_0}^\varrho d\varrho = \varrho - \varrho_0 = \Delta\varrho. \quad (8)$$

Таким образом, можно утверждать, что абсолютная погрешность метода вычисления длины по формуле (1) не превышает величины разности радиуса  $\varrho$  намотки и радиуса  $\varrho_0$  основания паковки.

Возможность применения упрощенной формулы спрямления дуги для расчета

длины текстильного материала проиллюстрируем на следующем примере. Пусть сформирована сновальная паковка: длина снования 11000 м, радиус ствола сновального вала 0,12 м. Поскольку радиус намотки не может быть больше радиуса фланцев (0,33 м), следовательно, максимальная абсолютная погрешность метода вычисления по формуле (1) составит не более 0,21 м. По отношению к заданной длине снования это 0,002 %.

Аналогичные рассуждения о правомерности применения формулы (1) можно распространить на любой другой вид длинномерного материала, наматываемого в виде рулона. Но, очевидно, для большинства текстильных материалов возникающая при использовании формулы (1) погрешность метода вычисления ничтожно мала.

## ВЫВОДЫ

1. Предложена методика оценки величины погрешности, возникающей при расчете длины текстильного материала, наматываемого в виде рулона, по упрощенной формуле спрямления дуги.

2. Оценка величины погрешности позволяет сделать вывод о возможности применения упрощенной формулы спрямления дуги для расчета длины текстильного материала в условиях конкретной задачи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кутыин А.Ю., Кутыин Ю.К. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2001, № 2. С. 113...117.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. – М.: Физматгиз, 1961.
3. Зайцев В.П. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1970, № 3. С. 56...61.
4. Пат. 2178023 РФ, МКИ D 02 H 13/12. Способ формирования ткацких навоев / Ю.К. Кутыин, А.Ю. Кутыин, В.Л. Маховер, Н.А. Коробов (РФ). – № 2000107446/12(007711). – Оpubл. 2002. Бюл. № 1.

Рекомендована кафедрой прикладной математики и информационных технологий. Поступила 18.11.03.