

УДК 677.21.051:681.3(075.8)

ДИНАМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФОРМИРОВАНИЯ ВОЛОКНИСТОГО СЛОЯ В БУНКЕРНОМ ПИТАТЕЛЕ

А.П. БАШКОВ, В.Д. ФРОЛОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Наблюдения за работой двухкамерного бункерного питателя СПР показали, что при установившемся режиме течения воздушного потока в шахтах возникают автоколебания давления воздуха. Определение периода колебаний такой динамической системы слоеформирования из единичных волокон и волокнистых комплексов может быть рассмотрено с учетом колебания плотности верхнего слоя 1 (рис. 1) волокнистого столба 2, образованного в узком пространстве. Поперечное сечение верхней шахты бункерного питателя имеет форму вытянутого прямоугольника 1100×100 мм.

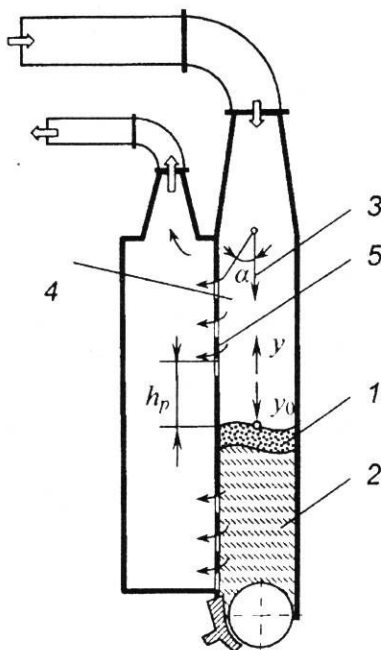


Рис. 1

Если в волокнисто-воздушном потоке существует плоскость раздела между двумя фазами в виде свободной поверхности, отделяющей данный поток от другого состояния волокна в виде столба с более высокой плотностью, то на такой поверхности возникают явления, связанные с увеличением или уменьшением ее площади при подъеме или опускании различных участков за счет оседания и вывода волокна из шахты. Такие изменения площади поверхности зависят от связей между волокнами, их деформации, то есть от поверхностного натяжения δ волокнистой фазы, измеряемого силой, действующей на единицу длины и ускорения свободного падения g .

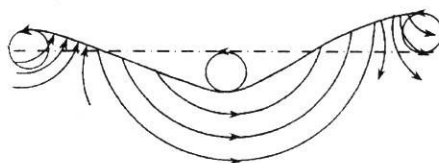


Рис. 2

Экспериментально обнаружено, что в установившемся волокнисто-воздушном потоке в виде волны простейшей формы частицы у поверхности движутся по круговым траекториям (рис. 2 — линии тока поверхности волн на глубоком столбе из волокон). Если частица описывает окружность радиусом k с частотой n , то ее окружная скорость равна $2\pi kn$. Тогда горизонтальная скорость на гребне волны будет [1]:

$$U_1 = c - 2\pi n, \quad (1)$$

а во впадине

$$U_1 = c + 2\pi n. \quad (2)$$

По теореме Бернулли при давлении на поверхности, равном атмосферному, находим:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2gh - 4gr, \quad (3)$$

откуда

$$r = \frac{g}{2\pi n} = \sqrt{\frac{gh}{2\pi}}, \quad (4)$$

поскольку длина волны

$$\lambda = \frac{c}{n}. \quad (5)$$

Если имеем две наложенные друг на друга системы волн с частотами f и f' и длинами волн λ и λ' соответственно, то их результирующая имеет вид:

$$\begin{aligned} A \left\{ \sin 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) + \sin 2\pi \left(f't - \frac{x}{\lambda'} \right) \right\} = \\ = 2A \sin \pi t (f + f') - \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda'} \right) x \times \\ \times \cos \pi t (f - f') - \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) x. \quad (6) \end{aligned}$$

В произвольный момент времени t_1 пикам волны соответствуют такие значения x , для которых $\cos x$ равен 1, то есть

$$t_1 (f - f') = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) x_1. \quad (7)$$

При групповой скорости пиков результирующая равна:

$$C_0 = \frac{x_1}{t} = \frac{\delta t}{\delta \lambda^{-1}}. \quad (8)$$

В технологической системе со многими частотами согласно выражениям (4) и (5) имеем:

$$C_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \frac{1}{2} C. \quad (9)$$

В технологической системе, если два потока 3 и 4 (рис. 1) с плотностями ρ и ρ' , определяемыми концентрацией волокна и давлением воздуха, движутся один над другим с относительной скоростью U , то относительно системы, движущейся со средней скоростью двух потоков, распространяется волна со скоростью (по Кельвину):

$$C^2 = \frac{\rho - \rho'}{\rho + \rho'} \frac{g\lambda}{2\pi} - \frac{\rho\rho'}{(\rho + \rho')^2} U^2. \quad (10)$$

Если имеет место неравенство

$$\frac{g\lambda}{2\pi} \frac{\rho^2 - \rho'^2}{\rho\rho'} < U^2, \quad (11)$$

то частоты колебаний поверхности раздела потоков (рис. 1) оказываются мнимыми. Это означает, что поверхность раздела будет неустойчивой.

На практике этими колебаниями необходимо управлять, например, путем введения в поток устойчивой плотности в случаях:

1) при переходе через поверхность раздела;

2) при смещении границы за счет касательных сил;

3) при регулировании поверхностного натяжения между двумя слоями.

Влияние поверхностного напряжения сказывается в добавлении к ускорению g величины $\frac{4\pi\sigma}{x^2\rho}$ в выражении (4). Тогда с

учетом действия обеих сил имеем:

$$C = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi} \left(g + \frac{4\pi\sigma}{\lambda^2\rho} \right)}. \quad (12)$$

Из выражения (12) следует, что величина σ значима, когда λ мало.

При

$$\lambda = \sqrt{\frac{4\pi^2\sigma}{g\rho}} \quad (13)$$

имеет место минимум, что можно проверить дифференцированием.

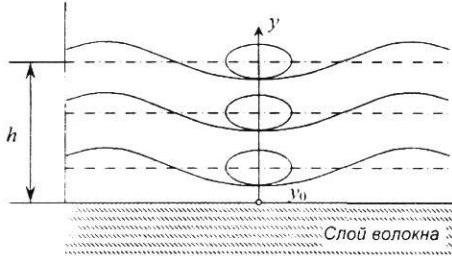


Рис. 3

При поверхностном напряжении твердые примеси, то есть сорные частицы и волокно, вблизи поверхности движутся по эллипсоидным траекториям (рис. 3), которые образуются за счет сложения вертикального движения по закону:

$$A \sin 2\pi ft \quad (14)$$

и горизонтального движения при отсосе через перфорацию 5 (рис. 1) по закону:

$$B \cos 2\pi ft. \quad (15)$$

Высота волны при колебаниях смеси будет:

$$h = A \cos 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (16)$$

Применяя теорему Бернулли к поверхностному слою 1 (рис. 1) при расстоянии h_p от перфорации 5, получим

$$\frac{1}{2} \rho C^2 \left(\frac{h}{h+h_p} \right)^2 + \rho gh = \frac{1}{2} \rho C^2. \quad (17)$$

откуда горизонтальная скорость поверхностных частиц будет:

$$C = U_r (h + h_p), \quad (18)$$

где U_r – наблюдаемая горизонтальная скорость.

Для случая колебаний поверхности с малой амплитудой h по сравнению с расстоянием h_p , пренебрегая вертикальным движением, при стабильном давлении $p = \text{const}$ будем иметь:

$$C = \sqrt{gh}. \quad (19)$$

а с учетом поверхностного напряжения:

$$C = \sqrt{\left(g + \frac{4\pi^2\sigma}{\lambda^2\rho} \right) h_p}. \quad (20)$$

Скорость движения частиц примесей (волокна и сорных частиц) по эллиптической траектории вблизи поверхности слоя при отсутствии трения можно определить по выражению:

$$\frac{C}{h} A \cos 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right), \quad (21)$$

но при этом вертикальное перемещение уменьшается и зависит от волнового значения h_0 после перфорации. На высоте h над поверхностью слоя 1 имеем:

$$h = \frac{h_0}{h_p} 2\pi f A \sin 2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (22)$$

Частицы сорных примесей и волокна на таком расстоянии от верхнего слоя 1 описывают эллипсы, полуоси которых равны соответственно: yA/h и $\lambda A/2\pi h$.

Уравнение движения свободной поверхности верхнего слоя 1, выраженное через потенциал, определяется выражением:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0. \quad (23)$$

Уравнение Бернулли для поверхности слоя 1 при давлении, равном атмосферному, записывается в виде:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = gh. \quad (24)$$

Вертикальная компонента скорости частиц в момент формирования поверхности должна быть равна скорости колебаний самой поверхности:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = - \left[\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right]_{y=h}. \quad (25)$$

Пусть потенциал $\varphi = E \cos(2\pi x / \lambda)$. Умножим простое гармоническое движение на некоторую функцию времени и, подставляя это выражение в формулу (23) при условии, что производная $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0$

$$\delta p = g\rho \frac{\text{Ch}2\pi \frac{y+h_p}{\lambda}}{\text{Ch}2\pi \frac{h_p}{\lambda}} = g\rho \left(\text{Ch}2\pi \frac{y}{\lambda} + \text{sh}2\pi \frac{y}{h_p} \text{tgh}2\pi \frac{h_p}{\lambda} \right). \quad (29)$$

Распределение амплитуды давления по высоте h_p на оси y уменьшается у поверхностного слоя до значения $\rho g s \text{ch} \frac{2h}{\lambda}$ против статического ρgh , при котором длина волны максимальна.

На рис. 4 (распределение амплитуды давления по высоте h на оси y) изображены графики численных величин, стоящих в скобках выражения (29), для различных значений h/λ .

Распределение амплитуды давления по высоте h_p на оси y в значительной степени является следствием волнового сопротивления, которое появляется при преодолении поверхностного трения волокнистых комплексов, транспортируемых по сечению шахты бункера и создающих силу, образуемую диссипацией энергии вихреобразования в следе.

перед волокнистым слоем 1 (рис. 1), где $y = -h_p$, E будет гиперболической функцией типа

$$\text{Ch} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (y + h_p). \quad (26)$$

При давлении p , равном атмосферному, на поверхности слоя имеем

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0. \quad (27)$$

С учетом уравнения Бернулли

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} - gy \quad (28)$$

получаем амплитуду давления системы волн в точке y_0 (рис. 3):

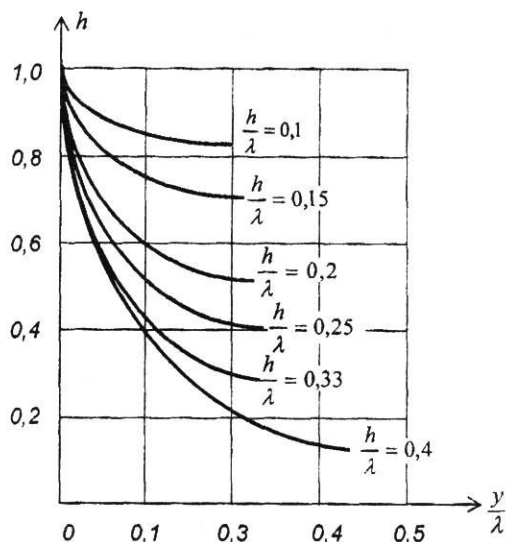


Рис. 4

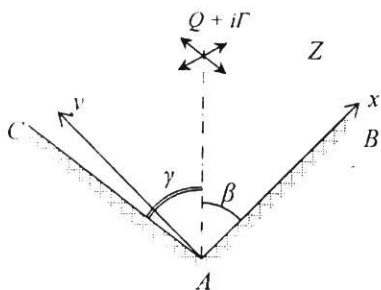


Рис. 5

Рассмотрим течение волокнисто-воздушного потока в двугранном угле ВАС, ограниченного твердыми стенками АВ и АС при стационарном и потенциальном течении (рис. 5 – схема расположения вихреисточника внутри угла ВАС). Вихреисточник интенсивностью $Q+i\Gamma$ расположен на расстоянии a от вершины А двугранного угла; прямая АО образует со стенками АВ и АС углы β и γ , причем $\beta+\gamma \leq \pi$ (рис. 6 – схема расположения вихреисточника на вспомогательной плоскости Z_1).

Используя метод конформного отображения [2], преобразуем угол ВАС в полуплоскость с помощью выражения

$$Z_1 \approx Z^{\frac{\pi}{\beta+\gamma}}. \quad (30)$$

Для решения условия непротекания через границу ВАС необходимо получить

$$\omega = \frac{Q+i\Gamma}{2\pi} \ln(Z^k - a^k e^{ik\beta}) + \frac{Q-i\Gamma}{2\pi} \ln(Z^k - a^k e^{-ik\beta}). \quad (32)$$

Текущие значения радиуса-вектора и полярного угла в равенстве (32) выражаем через r и θ , получая таким образом формулу для функции тока:

$$\psi = \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg}(\xi + C) + \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{4\pi} \ln \frac{\chi_1}{\chi_2}, \quad (33)$$

где
$$\xi = \frac{\bar{r}^k \sin 2k\theta - \sin 2k\theta \cos k\beta}{\bar{r}^k \cos 2k\theta - 2 \cos k\theta \cos k\beta + \bar{r}^k},$$

$$\chi_1 = \bar{r}^{2k} + 1 - 2\bar{r}^k \cos[k(\theta - \beta)],$$

$$\chi_2 = \bar{r}^{2k} + 1 - 2\bar{r}^k \cos[k(\theta + \beta)],$$

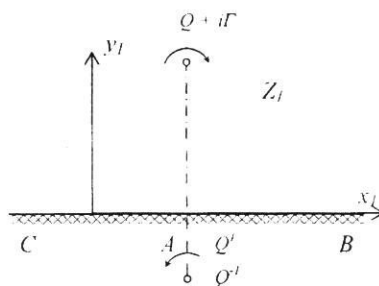


Рис. 6

уравнение линий тока $\psi = \text{const}$, формулы для скорости \bar{V} и ее составляющих u и v , а также координаты критической точки К, где скорость $\bar{V} = 0$. Положение точки К на сторонах угла ВАС является точкой раздела волокнисто-воздушного потока на поток для отсоса отработанного воздуха через перфорацию и поток для формирования волокнистого столба.

Согласно [2] комплексный потенциал течения потока

$$p g s \operatorname{sch} \frac{2h}{\lambda}, \quad (31)$$

где $k = \frac{\pi}{\beta + \gamma}$.

Заменив Z_1 на Z , с помощью формулы (30) получим выражение для комплексного потенциала течения в плоскости Z :

безразмерные параметры $\bar{\psi} = \frac{\psi}{Q}$, $\bar{r} = \frac{r}{Q}$,

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\Gamma}{Q}.$$

Дифференцируя ω по Z , отделяя действительную и мнимую части и учитывая выражения

$$u = \operatorname{Re} \frac{d\omega}{dZ}, \quad v = -\operatorname{Im} \frac{d\omega}{dZ},$$

получим:

$$\bar{u} = \frac{u}{Q/a} = \mu \left[\frac{\bar{r}^k \sin(\alpha + \theta) - \sin v_1}{\chi_1} - \frac{\sin v_2 + \bar{r}^k \sin(\theta - \alpha)}{\chi_2} \right], \quad (34)$$

$$\bar{v} = \frac{v}{Q/a} = \mu \left[\frac{\cos v_1 - \bar{r}^k \cos(\alpha + \theta)}{\chi_1} + \frac{\bar{r}^k \cos(\theta - \alpha) - \cos v_2}{\chi_2} \right], \quad (35)$$

где $v_1 = k\beta + \alpha - (k-1)\theta$;

$$v_2 = k\beta + \alpha + (k-1)\theta; \quad \mu = \frac{k\bar{r}^{k-1}}{2\pi \sin \alpha}.$$

Скорость течения \bar{V} имеет значение:

$$\bar{V} = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \exp\left(i \arctg \frac{\bar{v}}{\bar{u}}\right). \quad (36)$$

Тогда критическая точка К расположена либо на стороне АВ, либо на стороне АС, либо в точке А, вершине двугранного угла.

Если критическая точка К находится на стороне АВ, то ее положение может быть найдено из условия $\bar{u} = 0$, $\theta = 0$. Согласно выражению (34) находим

$$\bar{r}_k = (\operatorname{ctg} \alpha \sin k\beta + \cos k\beta)^{1/k}. \quad (37)$$

Если точка К на стороне АС, то условием служит $\bar{u} = 0$, $\theta = 0$, $\theta = \beta + \gamma$. Тогда

$$\bar{r}_k = [-(\operatorname{ctg} \alpha \sin k\beta + \cos k\beta)]^{1/k}. \quad (38)$$

Из (37) и (38) устанавливаем связь между α , β , γ и \bar{r}_k и местоположение точки К:

если $\operatorname{ctg} \alpha > -\operatorname{ctg} k\beta$, то точка К располагается на стороне АВ;

если $\operatorname{ctg} \alpha < -\operatorname{ctg} k\beta$, то точка К лежит на стороне АС;

если $\operatorname{ctg} \alpha = -\operatorname{ctg} k\beta$, то точка К находится в вершине А.

Из выражений (37) и (38) следует, что уменьшение угла закрутки α (рис. 1) приводит к отдалению точки К от вершины А

двугранного угла. При $\alpha = 0$ точка К бесконечно удалена от вершины А, а при $\alpha = 90^\circ$ положение точки К полностью определяется положением источника вихреобразования внутри двугранного угла, то есть величиной углов β и γ . В диапазоне $0 \leq \alpha \leq 20^\circ$ даже незначительное изменение α приводит к резкому изменению координаты \bar{r}_k , а следовательно, положения вихреисточника, что вызывает поворот потока к перфорированной стенке для очистки волокнистой массы от мелких примесей.

ВЫВОДЫ

1. Теоретически и экспериментально определено, что в бункерном питателе при отсосе воздуха через перфорированную стенку имеется два наложенных друг на друга волокнисто-воздушных потока.

2. Определена критическая точка, от положения которой зависит соотношение наложенных потоков.

3. Даны предпосылки для моделирования и регулирования устойчивости слоеобразования при работе технологической системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Karman Th.* NASA. Tech. Note № 32, 1930.
2. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функции комплексного переменного. – М.: Наука, 1973.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 14.02.05.