

УДК 677.05 : 621.01

## СИНТЕЗ НАПРАВЛЯЮЩЕГО ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ ПОЛНОГО ЧИСЛА ПАРАМЕТРОВ

А.Б. КИКИН

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

В статье предложен новый метод аналитико-оптимизационного синтеза направляющего шарнирного четырехзвенника, позволяющий найти все десять постоянных параметров кинематической схемы механизма. Предложенный алгоритм реализован в интерактивной компьютерной программе.

Направляющие механизмы (генераторы траектории) предназначены для воспроизведения заданного движения рабочей точки, расположенной на шатуне механизма, по некоторой заданной траектории. Например, направляющие механизмы используются для привода нитеукладчиков мотальных машин, боевых механизмов ткацких станков, нитеводителей и петлителей швейных машин и др.

К числу наиболее часто используемых направляющих механизмов относится шарнирный четырехзвенник (ШЧ), приведенный на рис. 1. Рабочей точкой механизма является шатунная точка E. Кинематическая схема направляющего ШЧ (рис.1) имеет девять постоянных параметров:  $x_A, y_A, x_D, y_D, a = AB, b = BC, c = CD, \lambda = \angle CBE, L = BE$ .

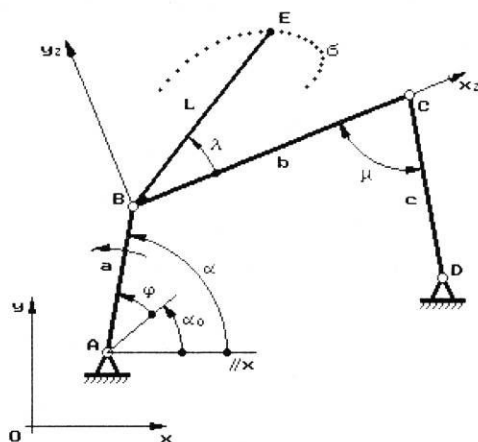


Рис. 1

Введем показатель  $\gamma$  сборки диады BCD, который может принимать значение +1 или -1 в зависимости от знака момента вектора BC относительно точки D. Дополнительно на рис. 1 обозначены углы:  $\mu = \angle BCD$  – угол передачи в диаде BCD, угол давления в диаде  $\vartheta = \pi/2 - \mu$ ;  $\alpha$  – угловая координата входного звена AB;  $\alpha_0$  – начальное значение угловой координаты  $\alpha$  входного звена AB;  $\varphi$  – угол поворота входного звена AB, отсчитываемый от его начального положения при  $\alpha = \alpha_0$ . Значения угла  $\varphi$  лежат в пределах  $0 \leq \varphi \leq \Phi$ ; для цикловых механизмов  $\Phi = 2\pi$ , для нецикловых –  $\Phi < 2\pi$ .

При синтезе направляющего ШЧ угол  $\alpha_0$  будем относить к постоянным параметрам механизма, так что общее число постоянных параметров равно десяти. При синтезе нециклового ШЧ добавляется еще одиннадцатый параметр – угол  $\Phi$ , задающий рабочий угол размаха входного звена АВ механизма.

Параметры  $\alpha$ ,  $\alpha_0$ ,  $\varphi$  связаны следующей зависимостью:

$$\alpha = \alpha_0 + v_1 \varphi,$$

где  $v_1$  – показатель направления вращения входного звена АВ, принимающий значения +1 (вращение против часовой стрелки) или –1 (вращение по часовой стрелке).

Требуется синтезировать направляющий ШЧ, шатунная точка Е которого должна наилучшим образом воспроизводить заданное движение по кривой  $\sigma$  (рис.1). Исходными данными для синтеза механизма будут являться N троек чисел:  $\{x_{Ei}, y_{Ei}, \varphi_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

Задача синтеза состоит в определении значений всех 10 постоянных параметров кинематической схемы ШЧ (рис. 1). Постоянные параметры механизма разделим на назначаемые, вычисляемые и свободные.

Назначаемые параметры. Таких параметров при общей постановке задачи синтеза направляющего ШЧ может не быть. В практических задачах нередко бывает заданным положение шарнира А или размер а входного звена АВ, что предусмотрено в алгоритме. При синтезе нециклового меха-

низмов назначаемым параметром является величина  $\Phi$ , задающая рабочий угол для входного звена АВ.

Вычисляемые параметры. К этой группе относятся десять параметров:  $x_A, y_A, x_D, y_D, a, b, c, \alpha_0, \lambda$  и L (или  $x_{2E}$  и  $y_{2E}$ ), вычисляемых в два этапа. Кроме того, в алгоритме предусмотрено определение показателя  $\gamma$  сборки диады ВСД.

Свободные параметры. К свободным параметрам относится только показатель  $v_1$  направления вращения входного звена АВ механизма.

Основное условие синтеза – это воспроизведение синтезированным ШЧ требуемого движения шатунной точки Е по траектории  $\sigma$ . Качество выполнения основного условия будем оценивать по максимальному отклонению  $\delta_{\max}$  от заданной кривой:

$$\delta_{\max} = \max_{i=1,2,\dots,N} (|EE_i|). \quad (1)$$

Для сужения зоны поиска до механизмов, имеющих практическое значение, задается максимально допустимое отклонение  $(\delta_{\max})_{\text{доп}}$  и отбираются только те синтезированные механизмы, для которых  $\delta_{\max} \leq (\delta_{\max})_{\text{доп}}$ .

Дополнительные условия синтеза – это конструктивные ограничения на размер а входного звена АВ и положение точек А и D, выражающиеся неравенствами:

$$a_{\min} \leq a \leq a_{\max},$$

$$(x_A)_{\min} \leq x_A \leq (x_A)_{\max}, (y_A)_{\min} \leq y_A \leq (y_A)_{\max}, \quad (2)$$

$$(x_D)_{\min} \leq x_D \leq (x_D)_{\max}, (y_D)_{\min} \leq y_D \leq (y_D)_{\max}.$$

В число дополнительных условий синтеза включим также условие:

$$\vartheta(\varphi_i) \leq \vartheta_{\text{доп}} \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (3)$$

где  $\vartheta_{\text{доп}}$  – заданный допускаемый угол давления в синтезируемом ШЧ.

Алгоритм определения полного числа параметров направляющего ШЧ основан на разделении задачи синтеза на два последовательно решаемых этапа, на каждом из которых вычисляются по пять неизвестных параметров.

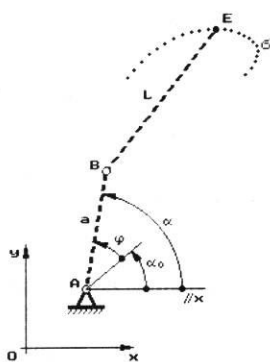


Рис. 2

$$l_i = B_i E_i = \sqrt{(x_A + a \cos \alpha_i - x_{Ei})^2 + (y_A + a \sin \alpha_i - y_{Ei})^2} \quad (i=1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

где  $\alpha_i = \alpha_0 + v_1 \varphi_i$ .

Целью синтеза является отыскание значений пяти неизвестных параметров:  $x_A$ ,  $y_A$ ,  $a$ ,  $L$  и  $\alpha_0$ . Будем определять эти неизвестные из условия наименьшего квадратического отклонения расстояний  $l_i$  (4) от постоянной  $L$ .

Введем сумму  $S = S(x_A, y_A, a, \alpha_0, L)$  квадратов взвешенной разности:

$$S = \sum_{i=1}^N (\ell_i^2 - L^2)^2. \quad (5)$$

Пять неизвестных параметров можно найти из условия минимума суммы (5):

$$\frac{\partial S}{\partial x_A} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial y_A} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial a} = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha_0} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial L} = 0.$$

Решение системы пяти уравнений (6) представляет собой непростую задачу кинематической геометрии [1] и возможно только численным способом. В [2] при фиксированном значении угла  $\alpha_0$  систему (6) удалось свести к одному уравнению 9-й степени относительно параметра  $a$ . Однако если зафиксировать два любых неизвестных, например,  $x_A$  и  $y_A$  (или  $a$  и  $\alpha_0$ ), то оставшиеся три неизвестных могут быть найдены однозначно по формулам метода "Вставки Двухпарного Звена" (ВДЗ), предложенному в [3].

Этап 1 – синтез двухзвенной цепи АВЕ механизма (рис. 2). Движение шатунной точки  $E$  задано координатами  $\{x_{Ei}, y_{Ei}\}$ , движение входного звена  $AB$  механизма задано углами  $\{\varphi_i\}$  для  $i = 1, 2, \dots, N$ . Расстояние  $l_i$  между двумя синхронно движущимися точками  $B$  и  $E$  определяется так:

Для численного перебора в заданных пределах (сканирования) двух неизвестных параметров используется предложенная автором интерактивная технология "Автоматического Сканирования Координат" (АСК) [4]. Технология АСК дает возможность автоматически уменьшать диапазон и шаг перебора параметров.

В разработанной компьютерной программе SY4BT\_LS для синтеза направляющего ШЧ реализован полуавтоматический режим работы АСК. В этом случае ход сканирования параметров отображается на дисплее ПК в виде гистограммы. Гистограмма имеет поле прямоугольной формы, состоящее из клеток (ячеек), каждая из которых соответствует узлу сканирования, то есть определенному сочетанию двух перебираемых параметров, например,  $x_A$  и  $y_A$ .

Для оценки качества синтеза двухзвенной цепочки АВЕ и отбора результатов на первом этапе синтеза критерием служит величина  $\Delta \ell_{\max} \leq \Delta \ell_{\text{доп}}$ , где

$$\Delta \ell_{\max} = \max_{i=1, 2, \dots, N} (|BE_i - L|). \quad (7)$$

В процессе сканирования двух перебираемых переменных (например,  $a$  и  $\alpha_0$ ) поле гистограммы на экране ПК заполняется цветными клетками в соответствии с определенными правилами. Цвет каждой клетки гистограммы зависит от значения критериев, с помощью которых оценивается качество выполнения условий синтеза, то есть на дисплее отображается наглядная

цветная картина решения задачи условной минимизации функции (7), например,  $\Delta l_{\max} = \Delta l_{\max}(a, \alpha_0)$  с одновременным учетом первых трех ограничений (2). Гистограмма заполняется динамически, являясь одновременно индикатором хода выполнения на ПК процесса синтеза.

После завершения сканирования, когда все поле гистограммы заполняется клетками соответствующих цветов, программа SY4BT\_LS автоматически находит и отмечает на экране все имеющиеся локальные минимумы функции (7), или выдает сообщение об их отсутствии. Пользователь может выбрать любой из найденных программой локальных минимумов, посмотреть и оценить результаты, полученные на первом этапе синтеза, и далее принять решение – забраковать этот минимум или запустить для этого локального узла процесс АСК, позволяющий автоматически уточнить сканируемые параметры вплоть до требуемой точности. Затем для любого из найденных локальных минимумов можно перейти ко второму этапу синтеза.

Этап 2 – определение пяти оставшихся неизвестных параметров четырехзвенника, а именно:  $x_D$ ,  $y_D$ ,  $b$ ,  $c$  и  $\lambda$ , а также варианта  $\gamma$  сборки механизма. Вычисление указанных параметров становится возможным, если будут известны уравнения плоскопараллельного движения шатуна ВС механизма.

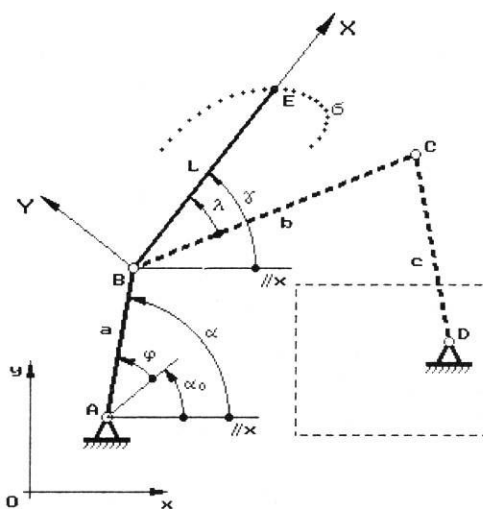


Рис. 3

Закон движения шатунной плоскости ВХУ, жестко связанной со звеном ВС механизма таким образом, что ось ВХ проходит через шатунную точку Е механизма (рис. 3), определяется координатами  $x_{B_i}$ ,  $y_{B_i}$  и углом  $\gamma_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ).

Для численного (приближенного) определения этого закона в программе синтеза предусмотрены два способа. Эти способы отличаются друг от друга методом расположения звена ВЕ синтезированной на первом этапе цепи АВЕ в плоскости Оху.

В первом случае точка В последовательно занимает положения

$$x_{B_i} = x_A + a \cos \alpha_i; \quad (8)$$

$$y_{B_i} = y_A + a \sin \alpha_i \quad (i = 1, 2, \dots, N),$$

а угол  $\gamma_i$  определяется линией  $BE_i$ .

Во втором случае точка Е звена ВЕ последовательно совмещается с заданными на траектории  $\sigma$  точками  $E_i$ , и для каждого  $i$ -го положения вычисляется новое скорректированное значение угла  $\varphi_i$ .

Алгоритм второго этапа синтеза ШЧ также построен на использовании интерактивного метода АСК в комбинации с методом ВДЗ. Координаты точки D, задающие положение второго неподвижного шарнира механизма, сканируются методом АСК с учетом двух последних ограничений (2), что отражается на дисплее в виде новой гистограммы для второго этапа. При известных координатах  $x_D$  и  $y_D$  параметры  $\lambda$ ,  $b$  и  $c$  вычисляются с помощью метода ВДЗ однозначно. Результаты синтеза направляющего ШЧ для каждого узла гистограммы второго этапа оцениваются критерием (1) и ограничением (3).

Программная реализация технологии АСК позволяет осуществлять навигацию между гистограммами различных уровней и этапов (с возможностью возврата назад), анимировать варианты синтезированных цепей и механизмов, визуально сравнивать заданную и воспроизводимую траектории и т.п.

Предложенный алгоритм аналитико-оптимизационного синтеза направляющего ШЧ реализован в интерактивной програм-

ме SY4BT\_LS, написанной на языке C++. Для удобства практического применения в программе предусмотрен ряд вариантов постановки задачи синтеза, указанных в

табл. 1. Ниже приведены два примера решения задачи синтеза ШЧ с помощью программы SY4BT\_LS.

Таблица 1

Постановка задачи	Назначаемые параметры	Этап синтеза	Вычисляемые параметры	
			численно	аналитически
Вариант 1	$x_A, y_A$	Этап 1	нет	AB, BE, $\alpha_0$
		Этап 2	$x_D, y_D$	$\lambda, BC, CD$
Вариант 2	AB	Этап 1	$\alpha_0$	$x_A, y_A, BE$
		Этап 2	$x_D, y_D$	$\lambda, BC, CD$
Вариант 3	нет	Этап 1	AB, $\alpha_0$	$x_A, y_A, BE$
		Этап 2	$x_D, y_D$	$\lambda, BC, CD$
Вариант 4	нет	Этап 1	$x_A, y_A$	AB, BE, $\alpha_0$
		Этап 2	$x_D, y_D$	$\lambda, BC, CD$

Пример 1. Требуется воспроизвести шатунной точкой ШЧ равномерное движение по прямой линии длиной 300 мм;  $\Phi=120^\circ$ ;  $N = 31$ .

Параметры синтезированного направляющего ШЧ:  $x_A = 150$ ;  $y_A = 557,803$ ;  $x_D = 146,452$ ;  $y_D = 414,500$ ; AB = 75,4872; BC = 269,130; CD = 170,695;  $\angle CBE = 40,2559^\circ$ ; BE = 633,292;  $\alpha_0 = 30^\circ$ .

Наибольшее отклонение  $\delta_{\max}$  от заданного закона движения шатунной точки E: на первом этапе синтеза 0,0025 мм, на втором этапе – 1,2311 мм. Наибольшее отклонение от прямолинейности: на первом этапе синтеза – 0,0015 мм, на втором этапе – 0,4222 мм. Экстремальный угол передачи на рабочем участке  $\mu_{\text{ext}} = 45^\circ$ .

Пример 2. Рабочая точка нитераскладчика мотальной машины должна равномерно двигаться по дуге окружности радиуса  $R = 236,01$  мм. Угловой размах этой дуги составляет  $64^\circ$ ;  $N = 33$ . Была выполнена серия расчетов для значений угла  $\Phi$ : 64; 96; 128; 160 и  $192^\circ$ . Лучшие результаты были получены для  $\Phi = 128^\circ$ .

Параметры синтезированного направляющего ШЧ:  $x_A = 1075,64$ ;  $y_A = 753,172$ ;  $x_D = 731,864$ ;  $y_D = 480,619$ ; AB = 98,7178; BC = 681,382; CD = 425,206;  $\angle CBE = 318,583^\circ$ ; BE = 1175,83;  $\alpha_0 = 331^\circ$ .

Наибольшее отклонение  $\delta_{\max}$  от заданного закона движения шатунной точки E: на первом этапе синтеза 0,0119 мм, на втором этапе – 1,1621 мм. Наибольшее отклонение от дуги окружности: на первом эта-

пе синтеза – 0,0070 мм, на втором этапе – 0,7789 мм. Экстремальный угол передачи на рабочем участке  $\mu_{\text{ext}} = 45,02^\circ$ .

## ВЫВОДЫ

1. Предложен оригинальный аналитико-оптимизационный метод синтеза направляющего шарнирного четырехзвенника. Метод позволяет в два этапа найти полное число – десять параметров кинематической схемы механизма. Четыре параметра находятся численно, шесть параметров вычисляются по формулам. Метод сочетает интерактивную технику, численные вычисления и квадратический синтез.

2. Предложенный алгоритм реализован в интерактивной программе SY4BT\_LS для ПК, предназначенной специально для аппроксимационного синтеза направляющего шарнирного четырехзвенника с использованием оригинальных методик. В программе предусмотрен ряд вариантов постановки задачи синтеза.

3. В качестве примера приведены параметры двух синтезированных четырехзвенных механизмов, приближенно воспроизводящих равномерное движение шатунной точки по прямой и по дуге окружности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саркисян Ю.Л. Аппроксимационный синтез механизмов. – М.: Наука, 1982.

2. *Al-Dwairy A.F., Kikin A.B.* Multipurpose Technique for Least-Squares Synthesis of Linkages. / Proc. 11<sup>th</sup> World Congress in Mechanisms and Machines Science. – Tianjin, China, 2004. P. 181...185.

3. *Пейсах Э.Е., Нестеров В.А.* Система проектирования плоских рычажных механизмов / Под ред. К. В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1988.

4. *Kikin A.B.* Interactive Technique for Analytic-optimization Synthesis of Mechanisms / Proc. 28<sup>th</sup> Summer school "Actual Problems in Mechanics". – St.-Petersburg, Russia, 2000. Vol. 2. P. 416...423.

Рекомендована кафедрой автоматизационных процессов. Поступила 03.03.05.

---