

АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОМАССОБМЕНА НА НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ КОНТАКТНОЙ СУШКИ

И.П. КОРНЮХИН, Л.И. ЖМАКИН, Т.А. КОРНЮХИНА

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

В работах [1...3] экспериментально исследованы закономерности процесса контактной сушки тканей при температурах греющей поверхности, превышающих температуру насыщения воды при атмосферном давлении. На начальной стадии процесса давление под тканью резко возрастает, достигает максимума и затем спадает в более медленном темпе. Рост давления под тканью объясняется интенсивным процессом парообразования при контакте влажного материала с нагретой поверхностью.

В процессе сушки на лабораторной установке, когда ткань контактирует с нагретой поверхностью лишь одной своей стороной, это явление наблюдается однократно. В реальной барабанной сушилке, где стороны контакта ткани с поверхностью чередуются, указанное явление может повторяться. Интенсивному парообразованию будет способствовать и возможность миграции влаги в сторону свободной поверхности под действием градиента возникающего избыточного давления.

В настоящей работе с целью анализа закономерностей протекания процессов контактной сушки на их начальной стадии предлагается приближенная математическая модель, включающая процедуры анализа закономерностей процессов испарения и истечения газообразной фазы. При анализе процесса испарения влаги в предлагаемой одномерной модели рассматриваемая система состоит из трех слоев: нулевого (при $x < 0$) – слой высокотеплопроводного материала (обогреваемой стенки)

с начальной температурой, превышающей температуру насыщения t_s ; первого (при $0 < x < X$, где X – координата фазового перехода) – слой материала, из которого частично испарена капиллярная влага к моменту времени $\tau > 0$, и третьего (при $x > X$) слоя, в котором влагосодержание материала равно исходному.

В начальный момент времени ($\tau = 0$) второй слой приводится в соприкосновение с нулевым. При этом $X = 0$, и первый слой отсутствует. Приведенная нумерация слоев будет сохранена в дальнейшем в форме подстрочных индексов. Предполагается, что теплота передается от нулевого слоя к влажной ткани путем теплопроводности через поверхность контакта, и в точке с координатой X происходит процесс испарения влаги.

Физическая модель процесса в такой постановке представляет собой разновидность задачи Стефана о фазовом переходе [4]. Ограничения, накладываемые в работе на продолжительность процесса (начальная стадия), позволяют рассматривать области, занимаемые нулевым и вторым слоями, как полуограниченные: $-\infty < x < 0$ и $X < x < \infty$ соответственно. При таком подходе задача может решаться в автономной по характерному размеру постановке.

Значения коэффициентов переноса приняты постоянными. Возможность миграции влаги под действием капиллярных сил, диффузии и термодиффузии не учитывается. Поставленная задача сводится к

решению системы дифференциальных уравнений теплопроводности:

$$\frac{\partial t_0}{\partial \tau} = a_0 \frac{\partial^2 t_0}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}, \quad 0 < x \leq X, \quad (2)$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2}, \quad X < x < \infty, \quad (3)$$

где a_i – коэффициент температуропроводности соответствующего слоя.

Температуры нулевого и второго слоев в начальный момент времени предполагаются постоянными:

$$t_0 = \vartheta_0, \quad -\infty < x < 0, \quad (4)$$

$$t_2 = \vartheta_2, \quad 0 < x \leq X. \quad (5)$$

На границе нулевого и первого слоев температуры и тепловые потоки одинаковы:

$$t_0 = t_1, \quad -\lambda_0 \frac{\partial t_0}{\partial x} = -\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x}, \quad x = 0, \quad (6)$$

где λ_i – коэффициент теплопроводности; χ – доля поверхности ткани, контактирующей с твердым телом (доля опорной поверхности). Согласно измерениям [1] величина χ приблизительно равна 0,1...0,15.

На границе первого и второго слоев температуры одинаковы и равны температуре насыщения, а тепловые потоки отличаются на величину, затрачиваемую на испарение жидкости в единицу времени:

$$t_1 = t_s, \quad t_2 = t_s,$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} = r \xi \rho \frac{dX}{d\tau}, \quad (7)$$

$$x = X,$$

где r – удельная теплота парообразования; ρ – плотность жидкости; ξ – доля испаряемой жидкости.

Согласно данным, полученным в [1], [5], при начальных влагосодержаниях ткани, превышающих 0,9, кривые сушки при $\tau \rightarrow 0$ экстраполируются в точку с начальным влагосодержанием, равным $U_k = 0,9$. Такая экстраполяция может быть обоснована тем, что описанный выше процесс интенсивного испарения ввиду его кратковременности не фиксировался в указанных работах. Здесь величина U_k приближенно рассматривается в качестве конечного влагосодержания ткани в процессе интенсивного испарения.

В связи с этим доля испаренной влаги в указанном процессе может быть найдена как

$$\xi = \frac{U_n - U_k}{U_n},$$

где U_n – начальное влагосодержание ткани.

В силу автомодельности задачи по характерному размеру решение системы (1)...(3) может быть представлено в виде

$$t_0 = \vartheta_0 - A[1 + \operatorname{erf}(-\zeta_0)], \quad (8)$$

$$t_1 = B - C \operatorname{erf}(\zeta_1), \quad (9)$$

$$t_2 = \vartheta_2 + D \operatorname{erfc}(\zeta_2), \quad (10)$$

где A, B, C, D – константы.

Интеграл вероятности и дополнительный интеграл вероятности [6] определены соответственно как

$$\operatorname{erf}(\zeta_1) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\zeta_1} \exp(-\zeta^2) d\zeta,$$

$$\operatorname{erf}(-\zeta_0) = -\operatorname{erf}(\zeta_0),$$

$$\operatorname{erfc}(\zeta_2) = 1 - \operatorname{erf}(\zeta_2),$$

причем

$$\zeta_i = \frac{x}{2\sqrt{a_i \tau}}, \quad i = 0, 1, 2.$$

Формулы (8)...(10) записаны с учетом начальных условий (4) и (5).

Граничные условия (6) дают

$$\vartheta_0 - A = B, \quad \frac{\lambda_0}{\sqrt{a_0}} A = \frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} \chi C. \quad (11)$$

Два первых граничных условия (7) позволяют получить

$$B - C \operatorname{erf}(X) = \vartheta_2 + D \operatorname{erfc}(X) = t_s. \quad (12)$$

Значение температуры фазового перехода t_s предполагается постоянным, поэтому равенства (12) будут действительными только в том случае, если координата точки фазового перехода пропорциональна корню квадратному из времени $X \sim \sqrt{\tau}$, например:

$$X = 2\gamma\sqrt{a_1\tau}, \quad (13)$$

где γ – константа.

Система уравнений (11)...(13) позволяет выразить константы C и D через постоянную γ :

$$C = \frac{\vartheta_0 - t_s}{\chi\sqrt{\frac{m_1}{m_0} + \operatorname{erf}(\gamma)}}, \quad D = \frac{t_s - \vartheta_2}{\operatorname{erfc}\left(\gamma\sqrt{\frac{a_1}{a_2}}\right)}, \quad (14)$$

где $m = \sqrt{\lambda\rho c}$ – коэффициент теплоусвоения.

Из последнего из условий (7) нетрудно получить

$$C \exp(-\gamma^2) - D \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \exp\left(-\gamma^2 \frac{a_1}{a_2}\right) = \frac{r\xi\gamma\rho\sqrt{\pi}}{c_1\rho_1}. \quad (15)$$

Решение нелинейной системы уравнений (14), (15) позволяет найти величину γ . После чего константы C и D рассчитываются по уравнениям (14), а константы A и B – по уравнениям (11). Это позволяет найти температурные поля по уравнениям (8)...(10).

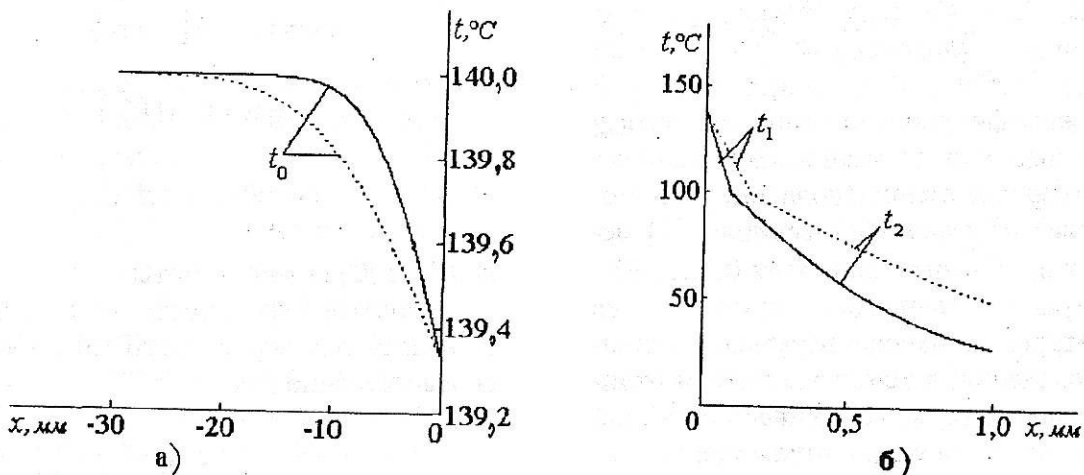


Рис. 1

В качестве примера на графиках рис. 1 представлены рассчитанные таким образом температурные поля для двух моментов времени: $\tau = 1$ с (сплошные кривые) и $\tau = 3$ с (пунктирные кривые). Изменение температуры в пределах пластины из алюминиевого сплава с коэффициентом теплопроводности $\lambda_0 = 200$ Вт/(м·К), представленное на рис. 1-а, не превышает 1С,

что по порядку величины совпадает с наблюдавшимся в экспериментах [2] понижением температуры поверхности греющей пластины.

Расчеты, выполненные для стальной греющей пластины, показали, что температура ее поверхности понижается примерно на 1,2°С. При этом характер изменения температуры остается таким же. Тем-

пературные поля во влажном материале (рис. 1-б) имеют излом в точке фазового перехода, координата которой растет с течением времени, что и следовало ожидать в соответствии с уравнением (13).

Найденный закон движения фронта испарения (13) позволяет перейти к анализу другой приближенной математической модели, при помощи которой оценивается изменение давления под тканью на греющей поверхности. За счет процесса испарения количество молекул пара N в объеме V под тканью увеличивается, а за счет истечения через поры ткани в окружающую среду – уменьшается.

Скорость изменения количества молекул в указанном объеме при этом можно представить балансным соотношением:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN^+}{dt} - \frac{dN^-}{dt}, \quad (16)$$

где N^+ , N^- – количества молекул, поступающих в объем V и покидающих его, соответственно.

Скорость изменения первой из них может быть найдена при помощи закона движения фронта испарения (13):

$$\frac{dN^+}{dt} = \frac{f_k \xi \rho dX}{m dt} \equiv \frac{f_k \xi \rho \gamma}{m} \sqrt{\frac{a_1}{\tau}}, \quad (17)$$

где f_k – площадь сечения, занятая конденсированными фазами; m – масса молекулы.

Скорость убыли количества молекул, обусловленная истечением в окружающую среду, можно найти при помощи закона Дарси [7]:

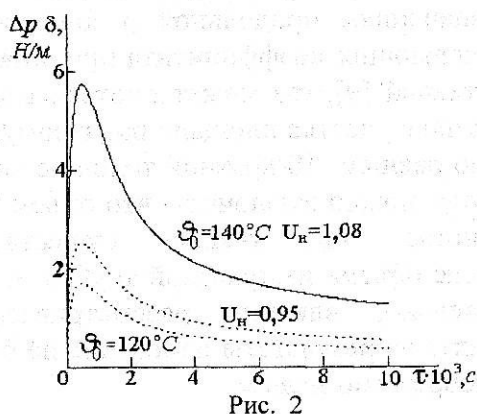


Рис. 2

$$\frac{dN^-}{dt} = \frac{\kappa \rho_g f \Delta p}{\eta m \ell}, \quad (18)$$

где f – площадь поперечного сечения; κ – проницаемость; η – динамическая вязкость; ℓ – длина канала; ρ_g – плотность газообразной фазы.

Изменение давления в объеме V под тканью связывается с изменением количества молекул в этом объеме при помощи уравнения состояния идеального газа в предположении малого влияния изменения температуры:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{V dp}{kT dt}, \quad (19)$$

где k – постоянная Больцмана; T – среднее значение абсолютной температуры.

Решая совместно уравнения (16)...(19) и переходя к молярным величинам, получим дифференциальное уравнение относительно избыточного давления Δp :

$$\delta \frac{d\Delta p}{dt} = \frac{\chi \xi \rho R_\mu \gamma \Gamma}{\mu} \sqrt{\frac{a_1}{\tau}} - \frac{\kappa \rho_g R_\mu T \Delta p}{\mu \eta \ell}, \quad (20)$$

где R_μ – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса.

В преобразованиях уравнения (20) было принято: $V = \delta f$ и $f_k = \chi f$. Уравнение (20) решалось численно при начальных условиях: $\Delta p(\tau=0) = 0$.

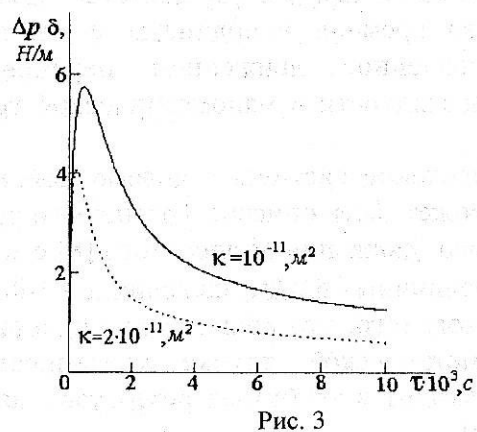


Рис. 3

Примеры полученных зависимостей в форме произведения $\delta\Delta p(\tau)$ показаны на рис. 2 и 3. Качественно эти зависимости согласуются с полученными в [2] результатами: кривые $\Delta p(\tau)$ близки по форме, зависимости максимального перепада давления от параметров процесса качественно совпадают с установленными в [2].

Поясним последнее утверждение. На рис. 2 и 3 сплошные кривые получены при начальном влагосодержании $U_n = 1,08$, начальной температуре греющей пластины $\vartheta_0 = 140^\circ\text{C}$ и коэффициенте проницаемости $k = 10^{-11}\text{ м}^2$. Пунктирные кривые получены при тех же значениях параметров за исключением одного из них, величина которого указана на графиках. Нетрудно заметить, что увеличение k , уменьшение U_n и ϑ_0 приводит к понижению максимального перепада давления, что согласуется с рекомендациями эмпирической зависимости, полученной в [3].

О количественном соответствии расчета с результатами экспериментов [2] судить трудно в силу ряда причин. Прежде всего следует отметить приближенный, оценочный характер представленной математической модели. Далее – в [2] не приведена спецификация полученных экспериментальных кривых: не указано, в каких условиях получена каждая из них. Кроме того, измерение зависимости перепада давления от времени $\Delta p(\tau)$ в [2], насколько можно судить по приведенному описанию постановки измерений, методически несовершенно, что приводит к систематическим погрешностям.

Необходимо подчеркнуть, что мерой зависимости $\Delta p(\tau)$ в [2] является изменение во времени координаты y мениска, обусловленное движением переменной массы жидкости в манометрической трубке.

Движение системы с переменной массой может быть описано уравнением реактивного движения Мещерского [8] с заменой величины $-dM/dt$ на величину $+dM/dt$ с учетом того, что количество жидкости в манометрической трубке увеличивается (она входит в трубку из резервуара манометра):

$$F = M y'' + M' y' . \quad (21)$$

Штрих и два штриха здесь характеризуют первую и вторую производные по времени. При вертикальном расположении манометрической трубки величину силы можно представить как $F = s(\Delta p(\tau) - \Delta p(y') - \rho g y)$, а массу жидкости как $M = \rho y$, так что уравнение (21) преобразуется к виду

$$\rho y y'' + \rho (y')^2 + \Delta p_{\text{тр}}(y') + \rho g y = \Delta p(\tau). \quad (22)$$

Нетрудно заметить, что отождествление величины $\Delta p(\tau)$ с изменением во времени гидростатического напора $\rho g y(\tau)$ игнорирует силы инерции и трения. Такое приближение допустимо лишь для медленно протекающих процессов, однако при быстром нарастании Δp указанное упрощение должно привести к искажению и запаздыванию измеряемого сигнала. По видимому, этим можно объяснить, что расчетные координаты τ_{max} максимума зависимости $\Delta p(\tau)$ меньше зафиксированных в [2].

Рассмотренная выше математическая модель предполагает, что при повышении давления под тканью газ отводится только через поры в окружающую среду, что имеет место и в реальном процессе сушки. В экспериментальной установке он может уходить и через отверстие для измерения давления внутрь импульсной трубки, подсоединенной к микроманометру (повышение давления под тканью приводит к сжатию газа в импульсной трубке и, следовательно, к подтоку в нее газа из-под ткани).

Ситуация может усугубиться возможностью конденсации пара в трубке. Судя по значениям продольной и поперечной составляющих коэффициента проницаемости тканей [9], газ может подтекать к отверстию с участка площади радиусом, примерно равным 10-кратной толщине ткани. Отсюда можно заключить, что объем пространства под тканью существенно меньше объема импульсной трубки и, следовательно, влияние рассматриваемого эффекта на результаты измерения не будет пренебрежимо малым.

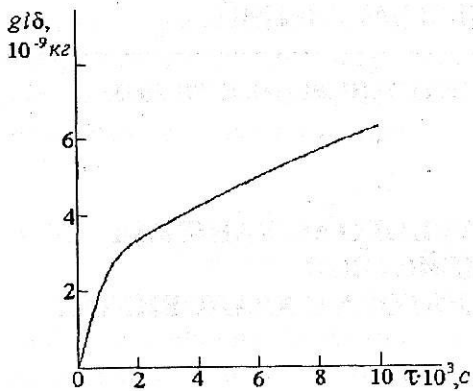


Рис. 4

Найденная зависимость $\Delta p(\tau)$ использовалась для расчета массы газа, отведенной из-под ткани к моменту времени τ , с помощью численного интегрирования уравнения (18), преобразованного к молярным характеристикам. На рис. 4 представлено изменение во времени величины, пропорциональной массе g , отведенной с единицы площади. Быстрое нарастание величины g сменяется более медленным.

Итак, предложена приближенная модель процесса интенсивного испарения влаги в начальном периоде контактной сушки, качественно согласующаяся с на-

блюдавшимися в опытах закономерностями. Модель может быть уточнена после получения более надежных опытных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бунин О.А. Исследование контактной сушки ткани // Труды ИвНТИ. – Иваново, 1965, т. 27.
2. Герасимов М.Н. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1997, №2.
3. Герасимов М.Н. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1997, №3.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972.
5. Филоненко Г.К. Бюллетень ИвНТИ. – 1937, т. 13, №4.
6. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовитца, И. Стиган. – М.: Наука, 1979.
7. Корнюхин И.П., Жмакин Л.И. Тепломассообмен в пористых телах. – М.: Информэлектро, 2000.
8. Хайкин С.Э. Физические основы механики. – М.: Физматгиз, 1963.
9. Корнюхин И.П., Пятенков И.В. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1998, №5.

Рекомендована кафедрой промышленной теплоэнергетики. Поступила 30.05.05.