УДК 677.052.94

ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ УТОНЕНИЯ ВОЛОКНИСТОГО МАТЕРИАЛА В ВЫТЯЖНОМ ПРИБОРЕ

В.А. АВРЕЛЬКИН, Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ, А.Б. СКОРОБОГАТОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Полученные ранее исследователями математические модели процесса вытягивания описывают лишь отдельные стороны этого процесса. В связи с этим цель настоящей работы заключалась в получении математической модели процесса утонения волокнистого продукта в вытяжном приборе, которая зависит от геометрических характеристик волокнистого продукта, динамики перехода волокон на скорость вытягивающих пар, заправочных параметров вытяжного прибора.

В [1] нами получена передаточная функция процесса утонения волокнистого продукта в задней зоне исследуемого вытяжного прибора. В предлагаемой статье решается задача получения передаточной функции утонения волокнистого продукта в основной зоне вытяжного прибора и вместе с тем и всего процесса утонения.

Общий вид передаточной функции утонения волокнистого продукта выглядит [2]:

$$W(p)=\frac{e^{\frac{-Rp}{V}}}{E}\int_0^R \Phi(x,\ell)d\ell=\frac{e^{\frac{-Rp}{V}}}{E}M\Phi(x,\ell), \quad (1)$$

где E – вытяжка в исследуемой зоне вытягивания; R – разводка в исследуемой зоне вытягивания; МФ (x, ℓ) – математическое ожидание функции φ(x, ℓ); φ(x, ℓ) – плотность вероятности координаты x переднего конца волокна длиной ℓ в момент изменения его скорости с V_1 на V_2; V_1 и V_2 – скорости вращения промежуточной и выпускной пар вытяжного прибора.

Для определения частной передаточной функции процесса утонения волокнистого продукта в основной зоне вытягивания вытяжного прибора необходимо первоначально найти функцию распределения волокон по длинам (f(ℓ)) и далее – закономерность перехода волокон со скорости питающей пары на скорость выпускной φ(x, ℓ).

Объектом исследования служила шерстяная ровница из смески следующего состава: шерсть $70^к$ I длины – 35%; искусственное волокно (лавсан) – 65%; штапельная длина волокон – 74,2 мм; линейная плотность исследуемой ровницы T_p = 333 текс.

После обработки экспериментальных данных было установлено, что функция распределения волокон по длинам выражается формулой [1]:

$$f(\ell)=m\frac{\lambda^4}{\Gamma(\eta)}(110-\ell)^3e^{-\lambda(110-\ell)}\mathrm{Ind}_{(110>\ell>64)}(\ell),$$

где λ, η – параметры гамма-функции.

Определим вид функции φ(x, ℓ), то есть – изменение плотности вероятности координаты x переднего конца волокна длиной ℓ в момент изменения его скорости с V_1 на V_2 в основной зоне вытяжного прибора.

На изменение скорости движения волокон со скорости промежуточной на скорость вытягивающей влияет множество факторов: например, длина волокон, составляющих продукт; система уплотнения, установленная в вытяжном приборе; нагрузка на нажимные валики; разводка; вытяжка; материал эластичного покрытия валиков; давление в ремешковом зажиме и т.д.

В настоящем исследовании определено множество значений области перехода волокон со скорости промежуточной пары на скорость вытяжной для данной конструкции вытяжного прибора с его заправочными параметрами и исследуемого волокнистого продукта. Это дало основание сделать следующий вывод: функция $\varphi(x, \ell)$ является функцией равномерного распределения и определяется для величин $x-\ell$, так что $x-\ell \in [н_г, в_г]$, то есть:

$$\varphi_2(x,\ell) = \frac{1}{в_г - н_г} \operatorname{Ind}_{\{x-\ell \in [н_г \cdot в_г]\}}(x-\ell), \quad (2)$$

где ℓ – длина волокна.

Тогда преобразование Лапласа по аргументу x будет иметь вид:

$$\int_0^{\infty} e^{-xz} \varphi(x,\ell) dx = \int_{н_г+\ell}^{в_г+\ell} e^{-xz} \frac{1}{в_г - н_г} dx = \frac{1}{(в_г - н_г)z}\left(e^{-(н_г+\ell)z} - e^{-(в_г+\ell)z}\right) =$$

$$= \frac{e^{-\ell z}}{(в_г - н_г)z}\left(e^{-н_г z} - e^{-в_г z}\right) = \Phi(z,\ell),$$

$$M\Phi_2(x,\ell) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\ell z}}{(в_г - н_г)z}\left(e^{-н_г z} - e^{-в_г z}\right) f(\ell)\, d\ell =$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\ell z}}{(в_г - н_г)z}\left(e^{-н_г z} - e^{-в_г z}\right) m \frac{\lambda^4}{\Gamma(4)} \cdot (110-\ell)^3 e^{-\lambda(110-\ell)} \operatorname{Ind}_{(110>\ell>64)}(\ell) d\ell =$$

$$= \frac{e^{-н_г z} - e^{-в_г z}}{(в_г - н_г)z} m \frac{\lambda^4}{\Gamma(4)} \int_{64}^{110} (110-\ell)^3 e^{-\lambda(110-\ell)}\, e^{-\ell z} d\ell.$$

Произведем замену:

$$y = 110 - \ell \quad и \quad k = \frac{e^{-н_г z} - e^{-в_г z}}{(в_г - н_г)z} m \frac{\lambda^4}{\Gamma(4)} e^{-110z}.$$

$$\cdot k \int_0^{46} y^3 e^{-y(\lambda - z)} dy = -\frac{k}{(\lambda - z)} \int_0^{46} y^3\, de^{-(\lambda - z)y} = -\frac{k}{(\lambda - z)} y^3 e^{-(\lambda - z)y}\Big|_0^{46} +$$

$$+ \frac{k}{(\lambda - z)} \int_0^{46} e^{-y(\lambda - z)} dy^3 = \frac{k}{(\lambda - z)}\left[-(46)^3 \exp(-46(\lambda - z)) + \right.$$

$$
+\frac{3}{\lambda-z}\int_0^{46}\exp(-y(\lambda-z))y^2(\lambda-z)dy\Bigg]=\frac{k}{(\lambda-z)}\Big[-(46)^3\exp(-46(\lambda-z))+
$$

$$
+\frac{3}{\lambda-z}\left(\exp(-y(\lambda-z))y^2\Big|_0^{46}+\int_0^{46}e^{-y(\lambda-z)}dy^2\right)\Bigg]\Bigg]=
$$

$$
=\frac{k}{(\lambda-z)}\left[-(46)^3\exp(-46(\lambda-z))-\frac{3\exp(-46(\lambda-z))}{\lambda-z}(46)^2+\frac{6}{(\lambda-z)^2}\int_0^{46}ye^{-y(\lambda-z)}dy(\lambda-z)\right]=
$$

$$
=\frac{k}{(\lambda-z)}\Bigg[-(46)^3\exp(-46(\lambda-z))-\frac{3\exp(-46(\lambda-z))}{\lambda-z}(46)^2+\frac{6}{(\lambda-z)^2}\Bigg(-e^{-y(\lambda-z)}y\Big|_0^{46}+
$$

$$
+\int_0^{46}e^{-y(\lambda-z)}dy\Bigg)\Bigg]=\frac{k}{(\lambda-z)}\Bigg[-(46)^3\exp(-46(\lambda-z))-\frac{3\exp(-46(\lambda-z))}{\lambda-z}\quad(46)^2-
$$

$$
-\frac{46\cdot 6}{(\lambda-z)^2}e^{-24(\lambda-z)}-\frac{6}{(\lambda-z)^3}(e^{-46(\lambda-z)}-1)\Bigg]=\frac{k}{(\lambda-z)}\Big[1-e^{-46(\lambda-z)}-46e^{-46(\lambda-z)}(\lambda-z)-
$$

$$
-\frac{(46)^2}{2}e^{-46(\lambda-z)}(\lambda-z)^2-\frac{(46)^3}{6}e^{-46(\lambda-z)}(\lambda-z)^3\Bigg],
$$

где $z=\dfrac{R_2p}{V_2}(E_2-1)$.

Следовательно,

$$
M\Phi_2(x,\ell)=\frac{\lambda^4\exp\left(-110\dfrac{p(E_2-1)R_2}{V_2}\right)\left[\exp\left(-\text{н}_\text{г}\dfrac{p(E_2-1)}{V_2}\right)-\exp\left(-\text{в}_\text{г}\dfrac{p(E_2-1)}{V_2}\right)\right]}{(\text{в}_\text{г}-\text{н}_\text{г})\dfrac{p(E_2-1)}{V_2}}\times
$$

$$
\times\frac{e^{-46\left(\lambda-\frac{p(E_2-1)R_2}{V_2}\right)}\left(\dfrac{1}{\exp\left(-46\left(\lambda-\dfrac{p(E_2-1)R_2}{V_2}\right)\right)}-46\left(\lambda-\dfrac{p(E_2-1)R_2}{V_2}\right)-529\left(\lambda-\dfrac{p(E_2-1)R_2}{V_2}\right)^2-16222\left(\lambda-\dfrac{p(E_2-1)R_2}{V_2}\right)^3-1\right)}{\left(\lambda-\dfrac{p(E_2-1)R_2}{V_2}\right)^4}. \quad (3)
$$

Подставив выражение (3) в формулу (1), получим передаточную функцию процесса утонения волокнистого продукта в основной зоне вытягивания, которая является функцией, зависящей от вытяжных параметров $W_2(p)=f(R,\ell,E,f(\text{н}_\text{г},\text{в}_\text{г}))$:

$$W_2(p)=\frac{N_2(p)}{N_1(p)}=\frac{e^{\frac{-R_2 p}{V_2}}}{E_2}M\Phi(x,\ell). \quad (4)$$

Общее выражение для определения передаточной функции процесса вытягивания волокнистого продукта в исследуемом вытяжном приборе выглядит так:

$$W(p)=W_1(p)W_2(p), \qquad (5)$$

где $W_1(p)$ и $W_2(p)$ – передаточные функции в задней и основной зонах вытяжного прибора соответственно.

ВЫВОДЫ

1. Получена математическая модель, являющаяся эффективной мерой оценки протекания процесса вытягивания.

2. Использование передаточной функции поможет создать имитационную модель, позволяющую при варьировании факторов, влияющих на процесс вытягивания, установить такие параметры вытяжного прибора, при которых образуется минимальная неровнота от вытягивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аврелькин В.А., Чистобородов Г.И., Скоробогатов А.Б.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2005. № 3. С.32...38.

2. *Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А.* Моделирование технологических процессов. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.

Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 20.01.05.