УДК 621.317

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА КОМПЕНСАЦИИ И МИНИМИЗАЦИИ ПОГРЕШНОСТИ ДЛЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

О.С.ПОТУРАЕВ, Л.П.СЕБИНА

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина)

Для автоматизации комплексных процессов в текстильной промышленности все большее применение находят информационные измерительные системы, обеспечивающие оценку качества продукции, диагностику и управление процессами и т.п.

В измерительных системах с использованием корреляции для увеличения достоверности измеряемых величин различают две группы методов:

а) методы непосредственной оценки;

б) косвенные методы измерения.

Методы непосредственной оценки дают искомый результат сразу и при минимальных затратах времени, но при весьма высоких аппаратурно-технических затратах. В косвенных же методах результат получают лишь обходным путем, пользуясь суммированием или вычитанием значений измерений, что позволяет значительно сократить затраты.

Из косвенных методов измерения коэффициента корреляции известны метод отображения диаграммы рассеивания Берфорда и Мидлтона, а также компенсационный метод Фея. Основная идея метода Фея заключается в том, что относительно функции x(t) частично коррелированная временная функция x (t - τ) разделяется на коррелированную и некоррелированную составляющие. Полностью коррелированная составляющая может быть скомпенсирована на основе принципа компенсации в соответствии с приводимой ниже блок-схемой (рис. 1).

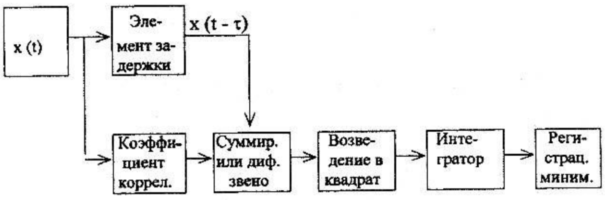

Рис. 1

Коэффициент корреляции устанавливается так, чтобы получить минимум среднеквадратического значения:

$$\overline{[x(t-\tau)-mx(t)]^2} = \min.$$

Коррелированная часть полностью компенсируется для m–коэффициента корреляции. Возведение в квадрат служит только для регистрации минимума. Недостатком метода является то, что компенсация возможна лишь до вполне определенного минимума, то есть это не является нулевым методом.

Для описания статистической связи (линейной корреляции) двух стационарных стохастических процессов x (t) и y (t) используем взаимно корреляционную функцию:

$$\psi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} y(t)x(t-\tau)dt.$$

В целях минимизации трудностей, связанных с реализацией данного уравнения, определим корреляционную функцию по компенсационному методу в соответствии с блок-схемой, представленной на рис. 2.

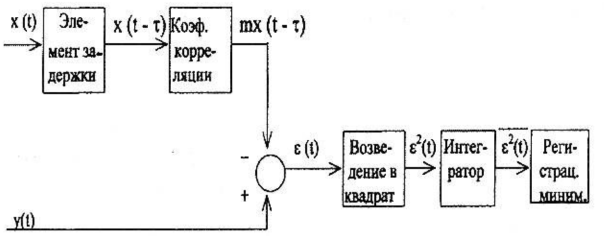

Рис. 2

Согласно этой схеме для разности $\varepsilon(t, \tau)$ получим

$$\varepsilon(t, \tau) = y(t) - mx(t-\tau).$$

Отсюда среднеквадратическая разность:

$$\overline{\varepsilon^2(t, \tau)} = \overline{y^2(t)} + \overline{m^2x^2(t)} - 2m\,\overline{y(t)\,x(t-\tau)}.$$

Из

$$\frac{\partial\overline{\varepsilon^2(t,\tau)}}{\partial m} = 0 = 2m_{опт}\,\overline{x^2(t)} - 2\,\overline{y(t)\,x(t-\tau)}$$

следует

$$\overline{y(t)\,x(t-\tau)} = m_{опт}\,\overline{x^2(t)}.$$

Поскольку

$$\frac{\overline{\partial^2\varepsilon^2(t,\tau)}}{\partial m^2} = \overline{2x^2(t)} > 0,$$

то получим минимум.

Аналогично для взаимно корреляционной функции:

$$\psi_{xy}(\tau) = \overline{y(t)\,x(t-\tau)} = m_{опт}\,\overline{x^2(t)}.$$

Минимальная среднеквадратическая разность при

$$m_{опт} = \frac{\overline{y(t)\,x(t-\tau)}}{\overline{x^2(t)}}$$

составит

$$\overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}} = \overline{y^2(t)} - \frac{\overline{[y(t)\,x(t-\tau)]^2}}{\overline{x^2(t)}},$$

или

$$\overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}} = \overline{y^2(t)}\left\{1 - \left[\frac{\overline{y(t)x(t-\tau)}}{\sqrt{\overline{x^2(t)}\,\overline{y^2(t)}}}\right]^2\right\},$$

откуда получим

$$\overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}} = \overline{y^2(t)}\,[1 - \rho^2_{xy}(\tau)].$$

Запишем нормированную корреляционную функцию как коэффициент корреляции через измеряемые значения $\overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}}$ и $\overline{y^2(t)}$:

$$\rho_{xy}(\tau) = \pm \quad 1 - \frac{\overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}}}{\overline{y^2(t)}}$$

и построим для нее график, изображенный на рис. 3.

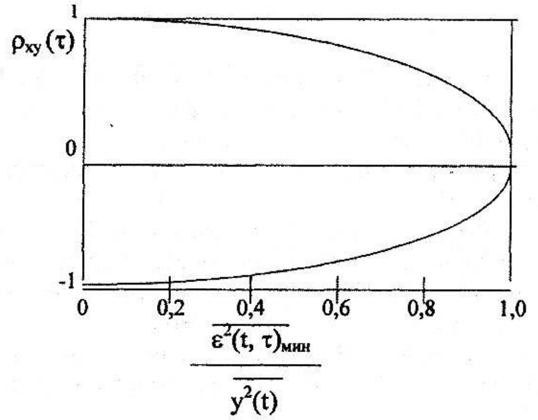

Рис. 3

Видно, что полная компенсация достигается при $\rho_{xy}(\tau) = 1$, в то время как при $\rho_{xy}(\tau) = 0$ среднеквадратическая погрешность $\overline{\varepsilon^2(t, \tau)}$ может в лучшем случае сделаться равной $\overline{y^2(t)}$.

Таким образом, для определения корреляционной функции систему компенсации (коэффициент корреляции) устанавливают так, чтобы среднеквадратическая разность $\overline{\varepsilon^2(t, \tau)}$ была минимальной. Измеряя $\overline{x^2(t)}$ и считывая показатель $m_{опт}$, в калиброванной системе компенсации получим непосредственно корреляционную функцию $\psi_{xy}(\tau)$, при этом с помощью схемы сигнал $x(t)$ задерживается на время τ.

Метод компенсации связан со среднеквадратической погрешностью преобразования. Используя подстановку

$$y(t) = z_a(t),$$
$$x(t-\tau) = n_e(t-\tau),$$

выполним аналогичные преобразования с применением того же обозначения $\varepsilon(t, \tau)$.

Для случая передачи непрерывной информации с помощью линейных систем с помехами в ИИС воспользуемся следующими зависимостями:

$$\overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}} = \overline{z^2{}_a(t)}\,[1 - \rho^2_{ne\,za}(\tau)].$$

$$\rho_{ne\,za}(\tau) = \frac{\overline{z_a(t)n_e(t-\tau)}}{\sqrt{\overline{n_e(t)z_a{}^2(t)}}},$$

$$\overline{z_a(t)\,n_e(t-\tau)} = m_{опт}\,\overline{n_e^2(t)}.$$

Таким образом, у системы с компенсацией с $m = m_{опт}$ содержащаяся в общем выходном сигнале $z_a(t)$ коррелированная составляющая по отношению к входному полезному сигналу $n_e(t)$ полностью компенсируется.

Среднеквадратическая погрешность преобразования состоит в этом случае из одной только некоррелированной с входным полезным сигналом составляющей и принимает поэтому для данной системы минимальное значение $\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}$. Если входные сигналы $n_e(t)$, $r_e(t)$ статистически не зависят друг от друга, то:

$$\overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}} = \overline{z_a(t)}\left\{1 - \left[\frac{\overline{n_a(t)n_e(t-\tau)}}{\sqrt{\overline{n_e{}^2(t)z_a{}^2(t)}}}\right]^2\right\}.$$

Для двух специальных случаев: $G(j\omega)=1$ и $G(j\omega)=e^{-j\omega\tau}$, отсюда непосредственно вытекает $\varepsilon^2(t)_{мин} = r_e^2(t)$.

В этих случаях среднеквадратическая погрешность складывается только из мощности помех $r_e^2(t)$; доля же искажений полезного сигнала равна нулю.

Общую мощность $\overline{z_a^2(t)}$ благодаря статической независимости эквивалентного полезного и эквивалентного паразитного сигналов $n_e^*(t-\tau) = m_{опт}n_e(t-\varepsilon)$ или $\tau(t,\tau)_{мин}$ можно выразить через сумму указанных двух мощностей. Это следует также из разложения сигнала согласно

$$\overline{z_a^2(t)} = \overline{z_a^2(t)}\,\rho^2_{ne\,za}(\tau) + \overline{z_a^2(t)}\,[1 - \rho^2_{ne\,za}(\tau)].$$

Если положить

$$\overline{z_a^2(t)}\,\rho^2_{ne\,za}(\tau) = \overline{n_e^{*2}(t)} = m_{опт}\,\overline{n_e^2(t)}$$

и использовать выражение для $\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}$:

$$\overline{z_a^2(t)}\,[1 - \rho^2_{ne\,za}(\tau)] = \overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}},$$

то получим

$$\overline{z_a^2(t)} = \overline{n_e^{*2}(t)} + \overline{\varepsilon^2(t, \tau)_{мин}},$$

или для отношения средних мощностей:

$$\frac{\overline{z_a^2(t)}}{\overline{\varepsilon^2(t,\tau)}_{мин}} = \frac{\overline{\rho^2_{ne\,za}(\tau)}}{1-\rho^2_{ne\,za}(\tau)} + 1.$$

При этом выражение $\rho^2_{ne\,za}(\tau)\ /\ [1-\rho^2_{ne\,za}(\tau)]$ представляет собой отношение полезной мощности к мощности погрешности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Burford T. M.* Qualitative Evaluation of Cjrrelation Coefficients from Scatter Diagrams // J. Appl. Phys., 26, N 1, 56...57 (1955).
2. *Fey P.* Informationstheorie. – Berlin, Akademie-Verlag, 1963.
3. *Krauss M.* Das Kompensationsverfahren von Fey als indirektes Korrelationsmessverfahren, angewaudt auf die Multiplikation zweier linear korrelierter Signale. – MSR, 12, N 2, 54, 55 (1969).
4. *Мидлтон Д.* Введение в статистическую теорию связи, Т. 2. – М.: Изд-во Советское радио, 1961.

Рекомендована кафедрой автоматики и промэлектроники. Поступила 20.05.05.