

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СЪЕМА ОСТАТОЧНОГО СЛОЯ ВОЛОКОН С ЗУБЬЕВ ГАРНИТУРЫ ПРИЕМНОГО БАРАБАНА

*В.В. КАПИТАНОВ, И.Ю. ЛАРИН, Я.М. КРАСИК, Н.Н. КЛЕМИН, Н.А. МИНОФЬЕВА*

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия)

Известно, что присутствие остаточного слоя на гарнитуре приемного барабана приводит к образованию пороков в прочесе. Например, в [1...3] приведены конструкции аэродинамических устройств, работа которых направлена на снижение загрузки приемного барабана остаточным слоем. С целью теоретического изучения работы этих устройств ниже рассматривается механика аэросъема комплекса волокон с зубьев гарнитуры вращающегося пильчатого барабана и приводятся уравнения движения комплекса волокон на рабочей грани зуба гарнитуры.

Схема расположения окна съема относительно горизонтального уровня приведена на рис. 1. Пусть  $O_б$  – центр барабана. Введем неподвижную систему координат  $O_бx_{неп}y_{неп}$  с центром на оси барабана. Угловую координату  $\theta$  будем отсчитывать против часовой стрелки. Пусть радиус барабана равен  $R_б$ , высота зуба гарнитуры –  $h$ , а угол при вершине зуба гарнитуры обозначим через  $\beta$ . Полагаем, что барабан

вращается с частотой  $n$ , а угловая скорость барабана –  $\omega$ .

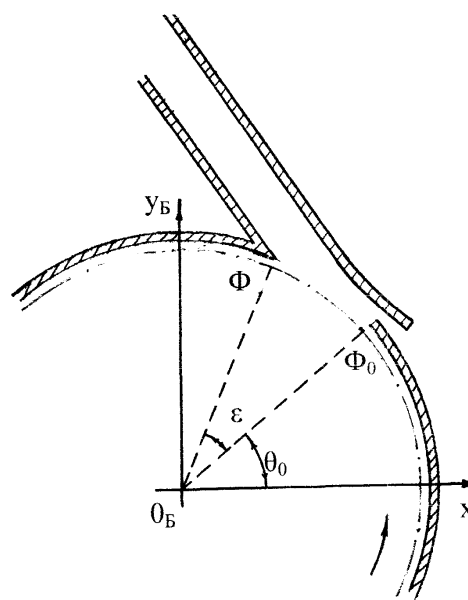


Рис. 1

Начальную точку на дуге съема обозначим через  $\Phi_0$ , а конечную –  $\Phi$ . Угловое положение точки  $\Phi_0$  определяется значением величины  $\theta_0$  (рис. 1). Величину угла  $\angle \Phi_0 O_б \Phi$ , заключающего дугу съема, обо-

значим через  $\varepsilon$ . Тогда длина дуги, вдоль которой происходит аэросъем, равна  $\varepsilon R_B$ .

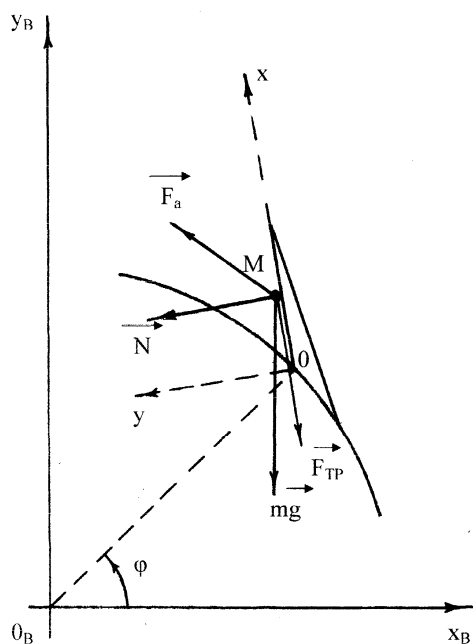


Рис. 2

Комплекс волокон массой  $m$  располагается на зубе гарнитуры (рис. 2 – схема действия сил на комплексе волокон). Центр масс комплекса волокон находится в точке  $M$ . Положение точки  $M$  характеризуется радиусом  $r = |O_B M|$  и угловой координатой  $\theta$ . Далее будем полагать, что точка  $M$  находится на рабочей грани зуба. Такое предположение не приведет к каким-либо заметным расхождениям между точным и приближенным решениями задачи, однако позволит упростить математические выкладки при анализе механики движения комплекса. Пусть координата точки  $M$  обозначается далее через  $x$ .

Обозначим скорость комплекса вдоль рабочей грани зуба через  $\vec{v}$ , а ускорение вдоль этой же грани через  $\vec{a}$ . Тогда движение комплекса волокон согласно второму закону Ньютона моделируется следующим векторным уравнением:

$$m\vec{a} = \vec{G} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} + \vec{F}_a + \vec{F}_{\text{пер}} + \vec{F}_{\text{кор}},$$

где  $\vec{G}$  – сила тяжести;  $\vec{F}_{\text{тр}}$  – сила трения;  $\vec{N}$  – сила нормального давления;  $\vec{F}_{\text{пер}}$  –

переносная сила инерции;  $\vec{F}_{\text{кор}}$  – кориолисова сила;  $\vec{F}_a$  – аэродинамическая сила.

Вершину зуба на рис. 2 обозначим через  $B$ . Так как угол при вершине зуба гарнитуры равен  $\beta$ , то угол наклона рабочей грани зуба  $\alpha = 0,5\pi - \beta$ .

С целью получения зависимостей для расчета проекций сил, действующих на комплекс волокон на отрезке от основания зуба до его вершины (вдоль рабочей грани зуба), обратимся к рис. 2. Продолжим прямую  $BM$  до пересечения с осью координат  $O_B x_{\text{неп}}$  в точке  $A^*$ . Из точки  $M$  опустим перпендикуляр на ось координат  $O_B x_{\text{неп}}$ . Он пересечет эту ось в точке  $M^*$ . Обозначим величину угла  $M^*MA^*$  через  $\gamma_1$ , а величину угла  $O_B A^* O$  через  $\gamma_2$ . Из точки  $M$  восстановим перпендикуляр  $MN$  к оси координат  $Ox$  (рис. 3 – к расчету сил, действующих на комплекс при его аэросъеме с зуба гарнитуры).

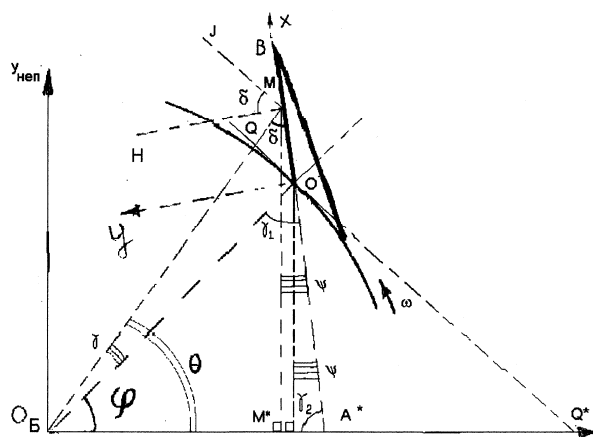


Рис. 3

Из  $\Delta O_B O A^*$  находим, что

$$\gamma_1 = \angle O_B O A^* = 0,5\pi - \alpha = \beta,$$

$$\gamma_2 = \angle O_B A^* O = \pi - \beta - \varphi.$$

Обозначим угол между прямыми  $MM^*$  и  $MA^*$  через  $\psi$ . Из точки  $O$  (рис.3) опустим перпендикуляр на ось  $O_B x_{\text{неп}}$ . Он пе-

ресечет ее в точке  $O^*$ . Отметим, что величина  $\angle M^*MA^*$  равна величине  $\angle O^*OA^*$ .

Из того, что  $\Delta O^*OA^*$  – прямоугольный, следует

$$\psi = 0,5\pi - \gamma_2 = 0,5\pi - \pi + \beta + \varphi = \beta + \varphi - 0,5\pi.$$

Обозначим через  $\delta$  величину  $\angle O_6MA^*$ .

Из  $\Delta O_6MA^*$  находим, что

$$\delta = \pi - \theta - \gamma_2 = \pi - \theta - \pi + \beta + \varphi = \beta + \varphi - \theta.$$

Проведем касательную к окружности барабана в точке  $O$  (рис.3). Эта касательная пересечет прямую  $O_6M$  в точке  $Q$ , а ось  $O_6x_{неп}$  в точке –  $Q^*$ . Очевидно, что угол  $QOO_6$  – прямой, а величина отрезка  $OQ$  определяется из  $\Delta MOQ$  по теореме синусов (принимая во внимание, что по условию задачи  $\angle QOM$  – угол наклона рабочей грани зуба гарнитуры):

$$\frac{|OQ|}{\sin \delta} = \frac{x}{\sin(\pi - \delta - \alpha)}.$$

При составлении последнего соотношения учитывался факт, следующий из  $\Delta OMQ$ , что величина  $\angle MQO = \pi - \delta - \alpha$ .  
Имеем

$$|OQ| = \frac{x \sin \delta}{\sin(\delta + \alpha)}.$$

Так как  $\Delta O_6OQ$  – прямоугольный и  $|O_6O| = R_6$ , то

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{|OQ|}{|O_6O|} = \frac{x \sin \delta}{R_6 \sin(\delta + \alpha)}.$$

Следовательно,

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left[ \frac{x \sin \delta}{R_6 \sin(\delta + \alpha)} \right].$$

## ВЫВОДЫ

Получены основные соотношения для математического моделирования механики комплекса волокон на рабочей грани зуба гарнитуры вращающегося пильчатого барабана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Патент США, № 3574144.
2. Патент США, № 3553791.
3. Патент Франции, № 1255061.

Рекомендована кафедрой прядения. Поступила 02.12.05