

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАВНОВЕСИЯ ОСНОВНОЙ НИТИ В ЗОНЕ ФОРМИРОВАНИЯ ОДНОСЛОЙНОЙ ТКАНИ ПОЛОТНЯНОГО ПЕРЕПЛЕТЕНИЯ\*

С.Г. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

В [1...5] для описания равновесия основной нити в зоне формирования ткани (ЗФТ) при прибое используется формула Эйлера для идеально гибкой нити, охватывающей цилиндрическую поверхность несопоставимо большего радиуса, чем поперечное сечение самой нити. Однако взаимодействие основных и уточных нитей в ЗФТ не может быть учтено в полной мере формулой Эйлера, так как последняя не учитывает изгибную жесткость нити и некруглость из-за смятия ее поперечного сечения. Кроме того, авторы задаются фазой строения ткани в зоне ее формирования, хотя этот параметр является искомым.

При решении задачи о силовом равновесии основной нити в ЗФТ принимаем следующие допущения.

1. Нить принимается жесткой на изгиб, кручение и растяжение.

2. Поперечные нормальные сечения нити, плоские до деформации, остаются плоскими и после деформации (гипотеза Бернулли), то есть сдвиги не учитываются.

3. Гипотеза сплошности – считаем, что геометрический объем нити не имеет пустот, она состоит из сплошного однородного вещества или ее сплошь заполняют тонкие однородные волокна.

4. Материал нити считаем однородным и изотропным – физико-механические свойства нити во всех точках и во всех направлениях одинаковы.

5. Взаимные перемещения сечений нити при малых упругих деформациях в общем случае конечны, то есть задача является геометрически нелинейной, а физически линейной (перемещение точек осевой линии нити могут быть большими, но материал нити работает в пределах закона Гу-

ка).

6. Силами инерции нитей при прибое пренебрегаем [2].

Рассмотрим равновесие основной нити в ЗФТ в случае равнатяннутого зева в момент крайнего переднего положения берда (рис. 1). Считаем, что расстояния между уточинами изменяются не столько за счет скольжения уточин по нитям основы [4], [7], сколько за счет интенсивного изгиба нитей основы в ЗФТ в момент прибоя. Это, по нашему мнению, убедительно подтверждает фотография среза опушки ткани вдоль основы в момент крайнего переднего положения берда [2]. Последнее, однако, не означает, что скольжением и возникающими при этом силами трения можно пренебречь.

По нашему мнению, причины скольжения уточин следующие. Прибиваемая (первая) уточина изгибает нить основы и, как следствие этого, происходит перераспределение погонных сил давления со стороны основы на вторую уточину, в результате чего появляется горизонтальная составляющая равнодействующей от этих сил, которая, преодолевая силы трения, смещает вторую уточину по нитям основы по направлению к третьей уточине. При этом вторая уточина изгибает нить основы перед третьей уточинной, и процесс повторяется для третьей, четвертой и вплоть до  $n$ -й уточины. Учитывая, что при этом, в основном, имеет место упругая деформация, скорость распространения которой в нитях велика [6], принимаем, что обусловленное деформацией изгиба скольжение реализуется для всех  $n$  уточин в ЗФТ одновременно и практически мгновенно при крайнем переднем положении берда.

\* Научный консультант – проф., докт. техн. наук Г.И. Чистобородов.

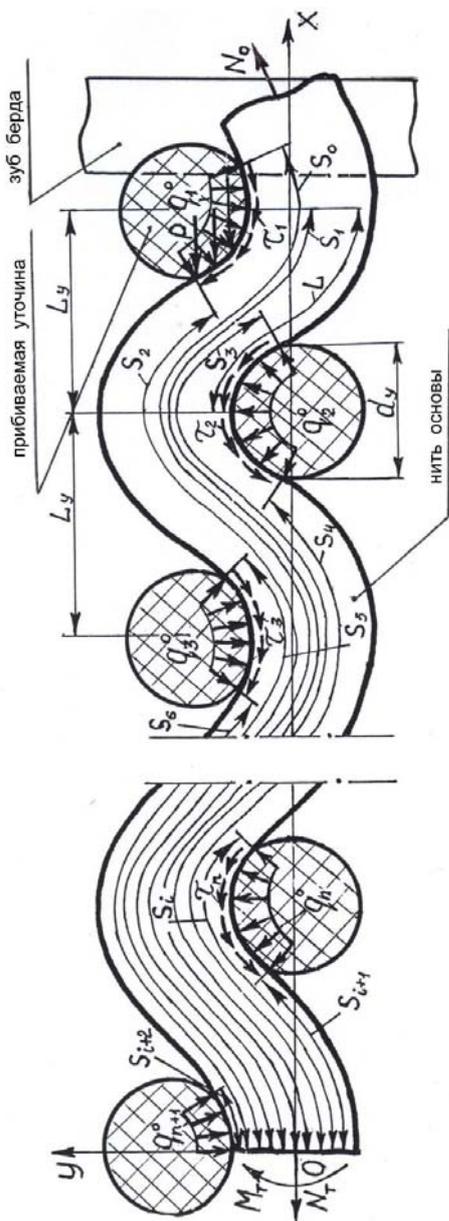


Рис. 1

Пусть ЗФТ включает  $n$  уточин, каждая из которых воздействует на основную нить равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью  $q_i^0$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ), которую считаем направленной по нормали к оси нити. Помимо силы натяжения у опушки  $N_0$  и силы натяжения  $N_T$  в конце ЗФТ на нить основы будут действовать также равномерно распределенные по дугам контакта силы трения интенсивностью  $\tau_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) от скольжения уточин вдоль нитей

$$Q \sin \varphi - (Q + dQ) \sin(\varphi + d\varphi) - N \cos \varphi + (N + dN) \cos(\varphi + d\varphi) + q_{ix} ds - \tau_{ix} ds = 0, \quad (1)$$

основы, которые принимаем направленными по касательным к оси нити (рис. 1).

Кроме указанных выше сил на нить основы будут действовать: изгибающий момент  $M_T$  – внутренний силовой фактор в сечении нити; равномерно распределенная нагрузка от  $n + 1$  уточины – уточины, с которой начинается стабильный участок сформированной ткани; равномерно распределенная нагрузка интенсивностью  $p$ , действующая со стороны прибываемой уточины на нить основы, которую принимаем направленной параллельно оси  $X$ . Считаем, что на некотором расстоянии от прибываемой уточины (например, не превышающем диаметр основной нити) нить основы в направлении ремизки полностью принимает прямолинейную форму, а следовательно, все остальные внутренние силы, кроме растягивающей силы  $N_0$ , будут равны нулю.

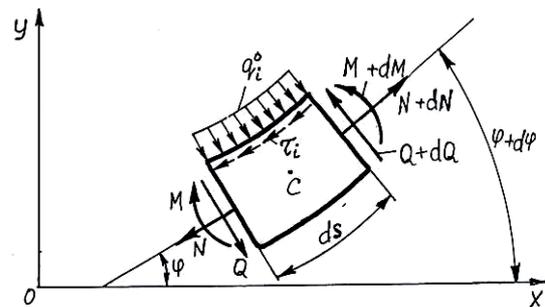


Рис. 2

Выделим на участке в зоне контакта с  $i$ -й уточиной элемент нити длиной  $ds$  (рис. 2) с распределенными нагрузками  $q_i$  и  $\tau_i$ . В каждом из сечений нити действуют три силовых фактора:

$M, M+dM$  – изгибающие моменты;

$N, N+dN$  – продольные силы;

$Q, Q+dQ$  – поперечные силы.

Углы между касательными к оси нити и осью абсцисс обозначим  $\varphi$  и  $\varphi + d\varphi$ .

Проецируя силы на оси  $X$  и  $Y$ , получим:

$$- Q \cos \varphi + (Q + dQ) \cos(\varphi + d\varphi) - N \sin \varphi + (N + dN) \sin(\varphi + d\varphi) - q_{iy} ds - \tau_{iy} ds = 0. \quad (2)$$

Пренебрегая малыми величинами второго порядка и учитывая, что  $\tau_i = \mu |q_i|$  ( $\mu$  – коэффициент трения между нитями),  $q_{ix} = q_i \sin \varphi$ ,  $q_{iy} = q_i \cos \varphi$ ,  $\tau_{ix} = \tau_i \cos \varphi =$

$= \mu |q_i| \cos \varphi$ ,  $\tau_{iy} = \tau_i \sin \varphi = \mu |q_i| \sin \varphi$ , после преобразований приводим уравнения (1) и (2) к виду:

$$\frac{dN}{ds} \cos \varphi - N \frac{d\varphi}{ds} \sin \varphi - \frac{dQ}{ds} \sin \varphi - Q \frac{d\varphi}{ds} \cos \varphi + q_i \sin \varphi - \mu |q_i| \cos \varphi = 0, \quad (3)$$

$$\frac{dN}{ds} \sin \varphi + N \frac{d\varphi}{ds} \cos \varphi + \frac{dQ}{ds} \cos \varphi - Q \frac{d\varphi}{ds} \sin \varphi - q_i \cos \varphi - \mu |q_i| \sin \varphi = 0. \quad (4)$$

Здесь

$$q_i = -q_i^0 [H(s - s_{2i}) - H(s - s_{2i-1})] (-1)^i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (5)$$

В последнем выражении и ниже по тексту  $H(s - s_j)$  – функции Хевисайда [8], в которых  $s_j$  – координаты, определяющие действия распределенных нагрузок на основную нить.

Для того чтобы (3) и (4) отражали рав-

$$F(s) = - \sum_{i=1}^n q_i^0 [H(s - s_{2i}) - H(s - s_{2i-1})] (-1)^i + q_{n+1}^0 [1 - H(s - s_{2n+1})] (-1)^n, \quad (6)$$

$$G(s) = \sum_{i=1}^n q_i^0 [H(s - s_{2i}) - H(s - s_{2i-1})], \quad (7)$$

$$T(s) = p [H(s - s_2) - H(s - s_0)]. \quad (8)$$

В (3), (4) величине  $q_i$  соответствует выражение (6), а  $|q_i|$  – выражение (7). Заменим в (3), (4)  $q_i$  на (6). Учтем нагрузку  $p$ . Добавив в (3) выражение (8) со знаком минус (нагрузка  $p$  направлена против оси  $X$  (рис. 1)), учтем тем самым проекцию от  $p$  на ось  $X$ . Для учета нормальных состав-

новесие всего отрезка основной нити, необходимо учесть все действующие на основную в ЗФТ нагрузки (рис. 1). Для обобщения уравнений (3), (4) на всю основную нить введем функции:

ляющих к оси нити от  $p$  и обусловленных ими сил трения добавим в (7)  $-T(s) \sin \varphi$  и подставим полученное выражение  $G(s) - T(s) \sin \varphi$  вместо  $|q_i|$  в (3), (4).

В итоге имеем:

$$\frac{dN}{ds} \cos \varphi - N \frac{d\varphi}{ds} \sin \varphi - \frac{dQ}{ds} \sin \varphi - Q \frac{d\varphi}{ds} \cos \varphi + F(s) \sin \varphi - \mu G(s) \cos \varphi + \mu T(s) \sin \varphi \cos \varphi - T(s) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{dN}{ds} \sin \varphi + N \frac{d\varphi}{ds} \cos \varphi + \frac{dQ}{ds} \cos \varphi - Q \frac{d\varphi}{ds} \sin \varphi - F(s) \cos \varphi - \mu G(s) \sin \varphi + \mu T(s) \sin^2 \varphi = 0. \quad (10)$$

Умножив (9) на  $\cos \varphi$ , а (10) – на  $\sin \varphi$  и сложив их, после преобразований с учетом

того, что  $\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$  получим

$$\frac{dN}{ds} - Q \frac{d\varphi}{ds} - T(s)(\cos \varphi - \mu \sin \varphi) - \mu G(s) = 0. \quad (11)$$

Умножив (9) на  $\sin \varphi$ , а (10) на  $-\cos \varphi$  и сложив, после домножения полученного выражения на  $-1$  и преобразований имеем

$$\frac{dQ}{ds} + N \frac{d\varphi}{ds} - F(s) + T(s) \sin \varphi = 0. \quad (12)$$

$$M + dM - M + (Q + dQ) \frac{ds}{2} + Q \frac{ds}{2} + T(s) 0,5 d_0 \eta_{0B} \cos \varphi ds + 0,5 d_0 \eta_{0B} \tau_i ds = 0, \quad (13)$$

где  $d_0$ ,  $\eta_{0B}$ , – диаметр основной нити и коэффициент ее смятия в вертикальной плоскости.

Уравнение (13) получено для случая, когда интенсивность распределенной нагрузки  $\tau_i = \mu |q_i|$ , характеризующая силы трения в зоне контактного взаимодействия нитей, приложена к верхним волокнам участка основной нити (рис. 2). Однако в зоне контакта с другими уточными нитями распределенная нагрузка  $\tau_i$  прикладывается уже к нижним волокнам основной нити. В этом случае последний член правой части уравнения (13), характеризующий изгибающий

Третье уравнение находим, приравняв нулю сумму моментов относительно точки С (рис. 2) и учитывая нагрузку  $p$ , характеризующуюся функцией  $T(s)$ :

момент от сил контактного трения, должен быть записан со знаком минус. Учитывая последнее и момент от сил трения, обусловленных нагрузкой  $p$ , имеем:

$$\tau_i = -\mu [W(s) + T(s) \sin \varphi], \quad (14)$$

где

$$W(s) = \sum_{i=1}^n q_i^0 [H(s - s_{2i}) - H(s - s_{2i-1})] (-1)^i. \quad (15)$$

Отбрасывая малые величины второго порядка в (13), с учетом (14) получаем

$$\frac{dM}{ds} + Q + 0,5 d_0 \eta_{0B} [T(s)(\cos \varphi - \mu \sin \varphi) - \mu W(s)] = 0. \quad (16)$$

Между изгибающим моментом в сечении и приращением угла  $\varphi$  поворота плоскости сечения имеет место зависимость

$$M = A_0 \frac{d\varphi}{ds}, \quad (17)$$

где  $A_0$  – изгибная жесткость основной нити.

С учетом (17) уравнение (16) принимает вид:

$$A_0 \frac{d^2 \varphi}{ds^2} + Q + 0,5 d_0 \eta_{0B} [T(s)(\cos \varphi - \mu \sin \varphi) - \mu W(s)] = 0. \quad (18)$$

Для любой точки, лежащей на деформированной оси основной нити в ЗФТ справедливы следующие зависимости:

$$\frac{dy}{ds} = \sin \varphi, \quad \frac{dx}{ds} = \cos \varphi. \quad (19)$$

Объединяя (11), (12), (18), (19) в систему, получим

$$\frac{dN}{ds} - Q \frac{d\varphi}{ds} - T(s)(\cos \varphi - \mu \sin \varphi) - \mu G(s) = 0, \quad (20)$$

$$\frac{dQ}{ds} + N \frac{d\varphi}{ds} - F(s) + T(s) \sin \varphi = 0, \quad (21)$$

$$A_0 \frac{d^2\varphi}{ds^2} + Q + 0,5 d_0 \eta_{OB} [T(s)(\cos \varphi - \mu \sin \varphi) - \mu W(s)] = 0, \quad (22)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin \varphi, \quad (23)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \varphi. \quad (24)$$

## ВЫВОДЫ

1. Получена математическая модель равновесия основной нити в зоне формирования однослойной ткани полотняного переплетения, куда входят, помимо других параметров, подлежащие определению величины распределенных нагрузок, действующих со стороны уточных нитей.

2. Указанные величины распределенных нагрузок могут быть определены при совместном рассмотрении полученной математической модели и математической модели равновесия уточных нитей при учете особенностей взаимодействия двух систем нитей в ЗФТ.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Nosek S.* Cloth forming process // *Veda A Vyzkom v textilnim prumyslu.* – 1967 № 7. S.70...107.
2. *Васильченко В.Н.* Исследование процесса прибой утка. – М.: Гизлегпром, 1959.
3. *Васильченко В.Н.* Прибой уточной нити. – М.: Легпромбытиздат, 1993.
4. *Ямщиков С.В.* Развитие теории формирования ткани и методов прогнозирования технологических параметров процесса ткачества: Дис... докт. техн. наук. – Кострома, КГТУ, 1997.
5. *Чугин В.В.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1993, № 5. С. 41...44.
6. *Мигушов И.И.* Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1980.
7. *Ямщиков С.В., Крутикова В.Р.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1994, № 5. С. 35...39.
8. *Светлицкий В.А.* Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978.

Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 01.12.05.