

## НИЗКОЧАСТОТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ДАВЛЕНИЯ В НИЖНЕЙ КАМЕРЕ ДВУХКАМЕРНОГО БУНКЕРНОГО ПИТАТЕЛЯ

А.П. БАШКОВ, В.Д. ФРОЛОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

При установившемся режиме работы в нижней, слоеформирующей камере двухкамерного бункерного питателя образуются устойчивые автоколебания давления воздуха. Частота колебаний различна, но преобладает периодичность в 50 и 30 с [1], что приводит к возникновению длинноволновой неровноты чесальной ленты с периодом 90 и 45 м.

Волокнистый слой представляет собой совокупность изгибающихся и сообщающихся каналов переменного сечения – лабиринт, состоящий из пор между волокнистыми телами и внутри самих волокнистых тел. Фильтрационный поток в лабиринте – это сложное нестационарное пульсирующее течение, состоящее из струй довольно большой скорости, затекающих в соседние звенья лабиринта и хаотизирующихся в них. Если пульсационная составляющая скорости в турбулентных течениях обычно не превышает нескольких процентов от средней величины, то при движении в лабиринте скорость пульсации может в несколько раз превышать ее. В этих условиях величину эффективной вяз-

кости воздуха следует считать несколько большей, чем обычно [2].

Закон сохранения импульса и массы для протекающего через поверхность пор потока на микроскопическом уровне запишем в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{G_B} \rho u dG_B = \int_{S_B} P dS_B - \int_{S_B} \rho v_n u dS_B, \quad (1)$$

где  $G_B$  – суммарный объем пор;  $\rho$  – плотность воздуха;  $u$  – мгновенная скорость воздуха в малых пространственных масштабах;  $v_n$  – средняя скорость фильтрации в направлении по нормали к поверхности  $S_B$ , ограничивающей объем пор;  $P dS_B$  – сила, приложенная к элементарной площадке  $dS_B$ .

Эта сила распределяется в некотором непрерывном поле вектора  $V$  в виде тензора напряжений  $P$  и складывается из нормальной и касательной составляющих:

$$P = -p_n S_B + \tau_n S_B, \quad (2)$$

где  $p_n$  – давление в потоке;  $n$  – внешняя нормаль к поверхности  $S_B$ ;  $\tau_n$  – напряжение сил вязкости.

В трехмерном пространстве поле тензора касательных напряжений запишем в виде диад, отображающих градиент поля вектора скорости  $\text{grad } V$ :

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x}; \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right); \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v_y}{\partial y}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right); \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z}; \quad \tau_{zy} = \tau_{yz} = \mu \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\int_{S_B} P dS_B = \int_{S_B} [P_x \cos(nx) + P_y \cos(ny) + P_z \cos(nz)] dS_B = \int_{S_B} \left( \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right) dS_B, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \int_{S_B} \rho v_n u dS_B &= \rho \int_{S_B} [v_x u \cos(nx) + v_y u \cos(ny) + v_z u \cos(nz)] dS_B = \\ &= \int_{S_B} \left( \frac{\partial v_x u}{\partial x} + \frac{\partial v_y u}{\partial y} + \frac{\partial v_z u}{\partial z} \right) dS_B, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $P_x, P_y, P_z$  – силы, действующие в элементарных площадках с нормальными, параллельными осям  $x, y, z$ ;  $v_x, v_y, v_z$  – проекции скорости на те же оси;  $\cos(nx), \cos(ny), \cos(nz)$  – косинус угла между направлением нормали и координатными осями.

Тензор давления в макрообъеме при общей направленности вектора фильтрации вдоль оси  $x$  будет соответствовать диаде:

$$P_i = P_{ix}i_x + P_{iy}i_y + P_{iz}i_z. \quad (7)$$

Тензор касательных напряжений в том же объеме будет:

$$\tau_i = \varepsilon_S (\tau_{ix}i_x + \tau_{iy}i_y + \tau_{iz}i_z), \quad (8)$$

где  $\varepsilon_S$  – поверхностная пористость материала, то есть отношение поверхности, ограничивающей объем пор в волокнистом материале  $S_B$  к поверхности всех струй, на которые разбивается поток;  $i = 1, 2, \dots, k$ ,  $k$

где  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости воздуха.

Сила, приложенная к жидкости в лабиринте пор, равняется

$$\int_{S_B} P dS_B = \varepsilon_G \int_G f dG, \quad (4)$$

где  $G$  – общий объем волокнисто-воздушной среды;  $\varepsilon_G f$  – сила, действующая на единицу объема  $G$  со стороны твердого тела (волокна);  $\varepsilon_G$  – коэффициент объемной пористости,  $\varepsilon_G = G_B / G$ .

В свою очередь для трехмерного пространства с учетом формулы Гаусса – Остроградского запишем, что

– количество пор.

Диаду можно вычислить, используя оператор Гамильтона  $\nabla$ , то есть можно записать, что  $\frac{\partial V}{\partial n} = \text{grad } V = \nabla V$ .

Переходя к усреднению скоростей в макрообъеме, представим среднюю скорость фильтрации  $v_n$  как сумму средней по достаточно большому числу пор скорости  $\bar{v}$  и флуктуации  $v'$ , то есть  $v_n = \bar{v} + v'$ , и по аналогии мгновенную скорость как  $u = \bar{u} + u'$ . Тогда

$$\int_{S_B} \rho v_n u dS_B = \frac{1}{m_S} \int_S \rho \bar{v} u dS + \int_{S_B} \rho v' u dS_B, \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{G_B} \rho u dG_B = \frac{\partial}{\partial t} \int_G \rho \bar{u} \frac{\varepsilon_G}{\varepsilon_S} dG. \quad (10)$$

С учетом всех перечисленных составляющих при переходе к объемному инте-

граву в трехмерных координатах после

суммирования получим:

$$\int_G \left[ \rho \frac{\varepsilon_G}{\varepsilon_S} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon_S} \left( \frac{\partial v_x \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial v_y \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial v_z \bar{u}}{\partial z} \right) + \nabla p \varepsilon_S - \varepsilon_G f - \right. \\ \left. - \frac{1}{\varepsilon_S} \left( \frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z} \right) - \left( \frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} \right) \right] dG = 0. \quad (11)$$

Тогда движение жидкости при фильтрации через рыхлый волокнистый слой в

проекции на ось x будет описываться следующим уравнением:

$$\rho \frac{\varepsilon_G}{\varepsilon_S^2} \frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon_S} (\nabla V) v_x + \nabla p = \frac{\varepsilon_G}{\varepsilon_S} f_x + \frac{1}{\varepsilon_S^2} \left( \frac{\partial P_i}{\partial x} + \frac{\partial P_i}{\partial y} + \frac{\partial P_i}{\partial z} \right) + \\ + \frac{\mu}{\varepsilon_S} \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\mu}{\varepsilon_S} \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z \partial y} \right). \quad (12)$$

Аналогичные уравнения можно записать и для движения в проекциях на оси y и z. Если рассматривать фильтрующий слой волокна в ограниченном объеме камеры бункерного питателя, то можно отметить сильное искривление профиля скорости фильтрации во внутренних слоях материала. Связано это в первую очередь с неоднородностью пористости.

Плотность слоя также изменяется и в горизонтальном направлении. У стенок камеры за счет трения движение волокон замедляется, а следовательно, процесс уплотнения менее интенсивен, кроме того, и скорость потока у стенки близка к нулю (рис. 2 – искривление профиля поля вектора скорости V после прохождения волокнистого слоя).

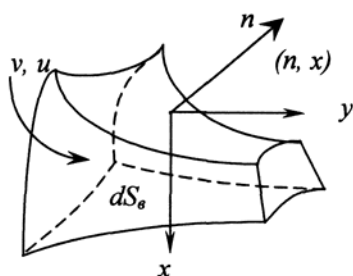


Рис. 1

Плотность материала увеличивается при переходе к более низким слоям. Размер пор (каналов лабиринта) (рис. 1 – элементарная пора – фрагмент пористого лабиринта) уменьшается, а следовательно, при сохранении расхода воздуха в сечении камеры увеличиваются мгновенные скорости отдельных струй, и соответственно усиливаются импульсные флуктуации скорости. Учитывать это явление можно, снижая коэффициент пористости ε с увеличением глубины слоя.

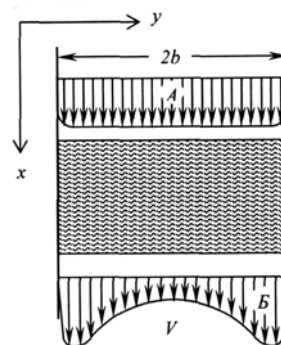


Рис. 2

Запишем одномерное уравнение движения стационарного потока в направлении оси x при фильтрации рыхлого пористого материала, находящегося в камере шириной 2bc с учетом зависимостей, полученных в уравнении (12):

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\varepsilon_G}{\varepsilon_S} f_x + \frac{1}{\varepsilon_S^2} \frac{dP_{xb}}{db}. \quad (13)$$

При дозвуковых скоростях воздушного потока можно считать массовую силу  $f_x$ , как и в законе Дарси, пропорциональной скорости  $V$  с некоторым коэффициентом пропорциональности  $c$ :

$$\frac{\varepsilon_G}{\varepsilon_S} f_x \cong -cV. \quad (14)$$

Величину  $P_{xb}$  в порядке приближения заменим членом с эффективной вязкостью:

$$\frac{1}{\varepsilon_S^2} P_{xb} \equiv \mu_{\text{эф}} \frac{dV}{db}. \quad (15)$$

Тогда

$$\frac{dp}{dx} = -cV + \mu_{\text{эф}} \left( \frac{d^2V}{db^2} + \frac{1}{b} \frac{dV}{db} \right). \quad (16)$$

Члены уравнений (12) с обычной вязкостью  $\mu$  упущены, поскольку они несущественны в рассматриваемых масштабах. В дальнейшем для упрощения согласно определению можно считать, что  $\varepsilon_G \approx \varepsilon_S \approx \varepsilon$ .

Коэффициент эффективной вязкости внутри волокнистой массы в камере питателя оценим как

$$\mu_{\text{эф}} \sim \frac{\rho u^2 2b}{V}. \quad (17)$$

При значениях  $V = 5,0$  м/с;  $u = 15,0$  м/с;  $2b = 1,0$  м;  $\rho = 1,2$  кг<sup>3</sup>/м коэффициент эффективной вязкости  $\mu_{\text{эф}} \approx 360$  пуазам. Увеличение вязкости вследствие возрастания мгновенной скорости при прохождении лабиринта приводит к замедлению общей скорости фильтрации внутри ограниченного объема, то есть воздухопроницаемость слоя волокон уменьшается. Эффективная вязкость увеличивается пропорционально квадрату мгновенной скорости и обратно пропорциональна квадрату пористости  $\varepsilon$ .

Решение уравнения (16) при граничных условиях  $b = 0$  имеет вид:

$$V = V^* + AI_0 \frac{b}{\alpha}, \quad (18)$$

где  $V^* = -\frac{1}{c} \frac{dp}{dx}$ ;  $\alpha^2 = \frac{\mu_{\text{эф}}}{B}$ ;  $I_0$  – нулевая функция Бесселя мнимого аргумента, то есть монотонно растущая с ростом  $b/\alpha$  положительная функция, не имеющая нулей;  $A$  и  $B$  – постоянные положительные величины (рис. 3 – график нулевой функции Бесселя  $I_0$ ).

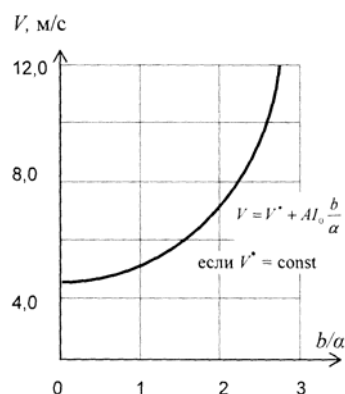


Рис. 3

Согласно закону Дарси  $V = -\frac{K_n}{\mu} \frac{dp}{dx}$ ,

коэффициент пропорциональности  $c = \frac{\mu}{K_n}$ ,

где  $K_n$  – коэффициент проницаемости слоя волокна;  $\mu$  – вязкость воздуха. В свою очередь коэффициент проницаемости связан с пористостью уравнением Козени - Кармана [3]:

$$K_n = \frac{\varepsilon^3}{kS_B^2(1-\varepsilon)^2}, \quad (19)$$

где  $k$  – константа Козени.

Тогда

$$\frac{dp}{dx} = V\mu k S_B^2 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3}. \quad (20)$$

Исследования [4] показали, что при сжатии нижних слоев материала аэродинамическое сопротивление слоя фильтрата  $R$  зависит от давления нелинейно, то есть

$$R = \Omega p^\Psi, \quad (21)$$

$$R = \frac{k(1-\varepsilon)^2 S^2}{\varepsilon^3}. \quad (22)$$

где  $\Omega$  и  $\Psi$  – экспериментальные параметры.

Поскольку  $R = \frac{1}{K_n}$ , то

$$\frac{d\varepsilon}{dx} = \Omega \Psi p^{\Psi-1} \left[ \frac{1}{kS^2(-3\varepsilon^{-4} + 4\varepsilon^{-3} - \varepsilon^{-2})} \right] \frac{dp}{dx}. \quad (23)$$

С уменьшением пористости и возрастанием плотности слоя масса волокна в нем увеличивается:

$$\frac{dm}{dx} = (1-\varepsilon)S\rho_v, \quad (24)$$

где  $S$  – площадь сечения камеры питателя;  $\rho_v$  – плотность волокна.

Уравнения (20), (23), (24) можно решить численным методом Рунге – Кутты в символьном виде в системе MathCAD при следующих начальных условиях:  $x=0$ ;  $p=0$ ;  $m=0$ ;  $\varepsilon = \varepsilon_0$ . При параметре сжимаемости  $n = 1,5$  [5] увеличение перепада давления в слое (рис. 4), а следовательно и его плотности, при малых скоростях имеет почти линейный характер (график 1, рис. 4), при больших скоростях – гиперболический характер (график 2, рис. 4).

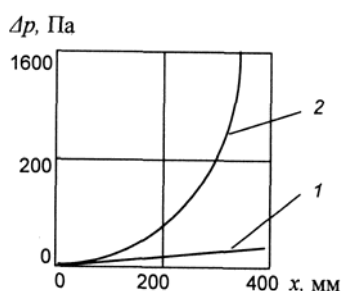


Рис. 4

Известно, что энергетическим условием существования автоколебаний является баланс притока энергии в систему от внешнего источника и потерь энергии в системе за период колебания. Если приток энергии больше ее потерь, то колебания

будут самовозбуждающимися. В некоторых случаях, а именно в системах, обладающих массой, вязким трением или нелинейной зависимостью, восстанавливающей силы от переменной массы (волокнистого слоя), возникает резонанс со скачком, после чего происходит затухание колебаний.

Возникновение колебаний с периодом 30...50 с можно связать с уплотнением материала. Приток энергии, как импульсное периодическое возмущающее воздействие, обеспечивается работой уплотняющего вентилятора и разрыхляющего барабана, подающего в нижнюю камеру разрыхленный материал. Новый период начинается со сжатия следующей порции материала, при этом происходит уменьшение ее воздухопроницаемости и скачок давления, который периодически повторяется, постепенно затухая.

Постепенное уплотнение материала снижает расход воздуха через волокнистый слой, тем самым, способствуя демпфированию любых колебаний давления и скорости. Подобный процесс можно рассматривать как линейную систему второго порядка. В простейшем случае она описывается выражением:

$$\frac{d^2 p}{dt^2} + \omega_0 p = 0, \quad (25)$$

где  $p$  – давление;  $t$  – время;  $\omega_0$  – характерная для системы константа.

Решение уравнения (25) имеет вид:

$$p = a_p \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (26)$$

где  $a_p$  – амплитуда колебаний;  $\varphi_0$  – фазовый сдвиг.

Для анализа подобных автоколебаний можно использовать упрощенную имита-

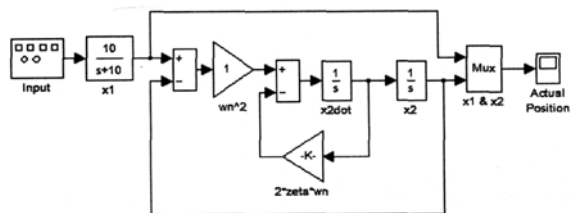


Рис. 5

Блок-схема такой модели составлена из типовых элементов пакета расширения системы MATLAB 6.5 – Simulink 4.0 (рис. 5). Импульсные возмущения (рис. 6 – осциллограмма колебаний давления) генерируются с заданной периодичностью (кривая 1, рис. 6), после чего в модели рассчитываются затухающие в каждом периоде за счет демпфирования колебания (кривая 2) с заметным в начале резонансным пиком. Характер колебаний близок к диаграмме изменения давления, полученного экспериментальным путем (усредненная кривая 3).

## ВЫВОДЫ

1. Предложена модель фильтрации воздуха через рыхлый волокнистый слой и математические зависимости плотности волокнистого настила в нижней камере двухкамерного бункерного питателя от давления воздуха и толщины слоя.

ционную модель колебательной системы, в которой задается частота, амплитуда и характер возбуждающих колебаний. Отклик системы получается в виде гармоник собственных автоколебаний.

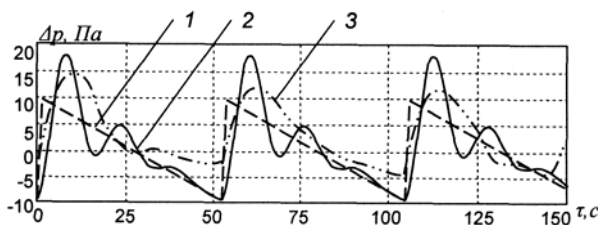


Рис. 6

2. Рассмотрены причины возникновения автоколебаний давления в нижней камере.

3. Предложена имитационная модель автоколебаний.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Башков А.П. Исследование работы двухкамерного бункерного питателя для чесальных машин // Межвуз. сб. научн. тр.: Совершенствование техники и технологии прядильного производства – Иваново: ИвТИ, 1991. С. 19...27.
2. Аэродинамика в технологических процессах / Под ред. В.В. Струминского. – М.: Наука, 1981.
3. Романков П.Г., Курочкина М.И. Гидромеханические процессы химической технологии. – Л.: Химия, 1982.
4. Кленов В.Б. Фильтрация жидкости через слой деформируемого текстильного материала. – М.: Легкая индустрия, 1972.
5. Шульчишин В.А. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1991, №2. С.77...80.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 28.11.05.