УДК 62-523.2:621.3.013

АНАЛИЗ СТАЦИОНАРНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ УСТРОЙСТВА ОБНАРУЖЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ

С.В. ЛЮБИМЦЕВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

При изготовлении полюсных наконечников устройств обнаружения металлочастиц с целью недопущения повреждения текстильных полотен или валов отделочного оборудования снимается фаска под углом 45°. Это приводит к изменению параметров магнитного поля по отношению к идеальной форме наконечников с углом между его гранями, равным 90°, при отсутствии фаски между гранями полюсов или их скругления [1].

В таком случае конфигурация магнитного поля в рабочей зоне полюсного наконечника в комплексной плоскости Z=X+jY будет иметь вид, изображенный на рис. 1.

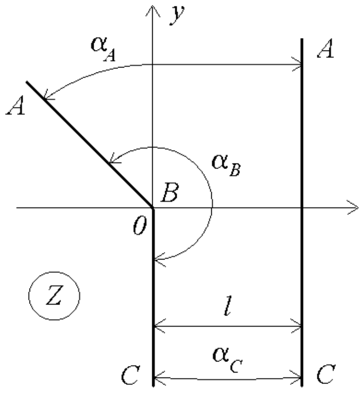

Рис. 1

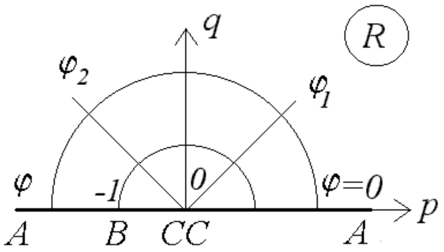

Рис. 2

Для использования интеграла Кристоффеля-Шварца при отображении поля сложной конфигурации Z в поле верхней полуплоскости R (рис. 2) имеем: $p_A = \infty$, $p_B = -1$, $p_C = 0$ и соответственно $\alpha_A = \pi/4$, $\alpha_B = 5\pi/4$, $\alpha_C = 0$.

Интеграл Кристоффеля-Шварца в таком случае примет вид:

$$Z = a\int_{-1}^{R}\frac{\sqrt[4]{R+1}}{R}dR + b\,. \quad (1)$$

Интеграл (1) содержит иррациональную функцию. Его решение возможно с использованием теоремы Чебышева [2] об интегрировании биномных дифференциалов.

Решение интеграла (1) имеет вид:

$$Z = a\begin{pmatrix} 4\sqrt[4]{R+1} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\ln\dfrac{1+\sqrt{R+1}+\sqrt{2}\sqrt[4]{R+1}}{1+\sqrt{R+1}-\sqrt{2}\sqrt[4]{R+1}} \\ \\ -\sqrt{2}\mathrm{arctg}\dfrac{\sqrt{2}\sqrt[4]{R+1}}{1-\sqrt{R+1}} \end{pmatrix} + b. \quad (2)$$

Точка B на плоскости Z имеет координату $Z_B = 0$, что соответствует координате $R_B = -1$ на верхней полуплоскости R. Исходя из этого соответствия получаем $b = 0$.

Значение постоянной интегрирования a определим при переходе с луча CA на луч CB в плоскости R при $R \to 0$ и соответствующем переходе в плоскости Z. Тогда $a = -j\ell/\pi$.

Преобразование поля верхней полуплоскости R в плоскопараллельное поле комплексной плоскости W осуществляется при помощи известной функции [3]: $R = e^{\pi W/\varphi}$, где $W = U + jV$, а φ – скалярный магнитный потенциал.

Переходя к относительным значениям $Z = Z/\ell$ и $W = W/\varphi$, имеем:

$$Z = -\frac{j}{\pi}\left(\begin{array}{l} 4\sqrt[4]{e^{\pi W}+1} - \frac{1}{\sqrt{2}}\ln\frac{1+\sqrt{e^{\pi W}+1}+\sqrt{2}\sqrt[4]{e^{\pi W}+1}}{1+\sqrt{e^{\pi W}+1}-\sqrt{2}\sqrt[4]{e^{\pi W}+1}} \\ \\ -\sqrt{2}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{e^{\pi W}+1}}{1-\sqrt{e^{\pi W}+1}} \end{array} \right) + b. \qquad (3)$$

$$k_2 = k - 2\sqrt{2}\sqrt[4]{k}\cos\frac{\alpha\left(\sqrt{k}+1\right)}{4} +$$

Уравнения функций комплексного переменного [3]: ln S = ln S + j arg(S) и $\operatorname{arctg}S = -\frac{j}{2}\ln\frac{j-S}{j+S}$ позволяют проанализировать выражение (3).

Преобразуя $e^{\pi W}$ к виду $ke^{j\alpha}$, где

$$k = \sqrt{e^{2\pi U}+2e^{\pi U}+1}, \qquad (4)$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{e^{\pi U}\sin\pi V}{e^{\pi U}\sin\pi V+1}, \qquad (5)$$

получаем

$$k_1 = k + 2\sqrt{2}\sqrt[4]{k}\cos\frac{\alpha\left(\sqrt{k}+1\right)}{4} + 2\sqrt{k}\left(1+\cos\frac{\alpha}{2}\right)+1, \qquad (6)$$

$$\beta = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{k}\sin\frac{\alpha}{4}+\sqrt{k}\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{2}\sqrt[4]{k}\cos\frac{\alpha}{4}+\sqrt{k}\cos\frac{\alpha}{2}+1}, \qquad (7)$$

$$k_2 = k - 2\sqrt{2}\sqrt[4]{k}\cos\frac{\alpha\left(\sqrt{k}+1\right)}{4} + 2\sqrt{k}\left(1+\cos\frac{\alpha}{2}\right)+1, \qquad (8)$$

$$\gamma = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{k}\sin\frac{\alpha}{4}-\sqrt{k}\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{2}\sqrt[4]{k}\cos\frac{\alpha}{4}-\sqrt{k}\cos\frac{\alpha}{2}-1}, \qquad (9)$$

$$n = k(\sin\alpha+1) - 2\sqrt{k}\left(\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}\right)+1, \qquad (10)$$

$$\alpha_3 = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{k}\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{k}\cos\frac{\alpha}{2}-1}, \qquad (11)$$

$$k_4 = \frac{\sqrt{2}\sqrt[4]{k}}{n}, \qquad (12)$$

$$\alpha_4 = -\alpha_3 + \frac{\alpha}{4}, \qquad (13)$$

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k_4^2(\sin 2\alpha_4+1) - 2k_4(\sin\alpha_4+\cos\alpha_4)+1}{k_4^2(\sin 2\alpha_4+1) + 2k_4(\sin\alpha_4+\cos\alpha_4)+1}}, \qquad (14)$$

$$\delta = \operatorname{arctg}\frac{k_4\sin\alpha_4-1}{k_4\cos\alpha_4} - \operatorname{arctg}\frac{k_4\sin\alpha_4+1}{k_4\cos\alpha_4} - \frac{\pi}{2}. \qquad (15)$$

Тогда с учетом уравнений (6)…(15) имеем возможность записать выражение, связывающее координаты исходного криволинейного поля $Z = X + jY$ с координатами плоскопараллельного поля $W=U+jV$:

$$X = \frac{1}{\pi}\left(4\sqrt[4]{k}\sin\frac{\alpha}{4} - \frac{\beta-\gamma}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}m\sin\delta\right), \qquad (16)$$

$$Y = -\frac{1}{\pi}\left(4\sqrt[4]{k}\cos\frac{\alpha}{4} - \frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\frac{\beta}{\gamma}\right| - \sqrt{2}m\cos\delta\right). \qquad (17)$$

Напряженность поля $\dot{H} = H e^{j\varphi^H}$ определяется выражением [4]:

$$\dot{H} = \frac{e^{j3\alpha}}{n}, \qquad (18)$$

откуда

$$H = \frac{1}{\sqrt[8]{\left(e^{2\pi U} + 2e^{\pi U} + 1\right)^3}}, \qquad (19)$$

$$\varphi^H = \frac{3}{4}\operatorname{arctg}\frac{e^{\pi U}\sin\pi V}{e^{\pi U}\cos\pi V + 1}. \qquad (20)$$

ВЫВОДЫ

Исследовано стационарное поле реальной конфигурации полюсного наконечника устройства обнаружения металлических частиц в текстильных полотнах и валах отделочного оборудования, в результате чего получены уравнения, связывающие координаты криволинейного рабочего поля, модуль и направление вектора напряженности с координатами плоскопараллельного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Расторгуев А.К., Любимцев В.В.* Теоретические основы расчета элементов текстильной автоматики: Учебное пособие. – Иваново: ИХТИ, 1985.

2. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1986.

3. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973.

4. *Любимцев С.В.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2005, №3. С.114…116.

Рекомендована кафедрой прикладной математики и информационных технологий. Поступила 22.11.05.