

УДК 677

**МОДЕЛЬ РАДИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОЛОКОН  
В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ПРЯЖИ**

*И.С. ГОРЯЧАЯ, П.А. СЕВОСТЬЯНОВ*

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Использование смешанной пряжи позволяет разнообразить внешний вид, физико-механические, эксплуатационные и другие характеристики пряжи и изготовленных из нее изделий. Если структура смешанной пряжи удачно спроектирована, то свойства этой пряжи сочетают в себе положительные качества волокон каждого из ее компонентов. В связи с этим выбор показателя, характеризующего неравномерность распределения волокон компонентов в пряже или в других продуктах прядения, имеет большое значение для определения оптимальной технологии смешивания.

Существенно усложняет исследования то, что все известные критерии [1], [2] являются статистическими и для получения надежных выводов необходимо обработать большое число сечений пряжи. Это весьма трудоемкая работа. Кроме того, при исследовании реальной пряжи нет гарантии, что на результаты эксперимента не влияют особенности конкретного исследуемого образца.

Для исследования разрешающей способности критериев миграции волокон целесообразно использовать компьютерную модель поперечных сечений смешанной пряжи, распределение компонентов в которых может быть изменено по желанию исследователя. С этой целью была построена система радиальных распределений и разработан алгоритм их моделирования.

При равномерном распределении компонента в поперечном сечении пряжи вероятность попадания волокна в некоторую область поперечного сечения прямо пропорциональна площади этой области. Сле-

довательно, при таком распределении волокон в сечении их распределение вдоль радиуса пряжи должно быть пропорционально радиусу, то есть:

$$f_p(r) = cr, \quad 0 \leq r \leq R, \quad \int_0^R f_p(r) dr = 1, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус пряжи;  $c$  – нормировочная константа.

Отсюда получим:

$$c = \frac{2}{R^2}.$$

При неравномерном распределении волокон в поперечном сечении оно отличается от  $f_p(r)$ . Для того чтобы иметь возможность управлять степенью неравномерности распределения, предлагается выбрать в качестве модельного распределения волокон вдоль радиуса полиномиальную функцию, которая удобна для аналитических исследований и для моделирования на ЭВМ:

$$f(r) = r(a + cr^{n-1}).$$

На величину отклонения распределения от равномерного влияют показатель степени  $n$  и коэффициент  $c$ . При  $n=1$  и  $c=0$  данное распределение превращается в  $f_p(r)$ .

При этом значения параметров  $n$  и  $c$  не могут выбираться произвольно, поскольку распределение должно удовлетворять условию неотрицательности и нормировки (1), из которого следует, что

$$\frac{aR^2}{2} + \frac{cR^{n+1}}{n+1} = 1, \quad a = 2 \frac{1-c \frac{R^{n+1}}{n+1}}{R^2}. \quad (2)$$

Для целей моделирования необходимо обеспечить условия, чтобы общее распределение волокон независимо от компонентов было в сечении пряжи равномерным. Это означает, что должно выполняться соотношение

$$p_1 f_1(r) + p_2 f_2(r) = f_p(r), \quad 0 \leq r \leq R. \quad (3)$$

Здесь  $p_1, p_2$  – доли первого и второго компонентов пряжи по числу волокон в данном сечении пряжи;  $f_1(r), f_2(r)$  – радиальное распределение первого и второго компонентов соответственно:

$$f_1(r) = r(a_1 + c_1 r^{n-1}), \quad f_2(r) = r(a_2 + c_2 r^{n-1}).$$

Подставляя выражения для  $f_1(r), f_2(r)$  в равенство (3), получим

$$p_1 r(a_1 + c_1 r^{n-1}) + p_2 r(a_2 + c_2 r^{n-1}) = \frac{2r}{R^2}.$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $r$ , получим систему уравнений:

$$p_1 a_1 + p_2 a_2 = \frac{2}{R^2}, \quad p_1 c_1 + p_2 c_2 = 0.$$

Решение дает взаимосвязь между параметрами распределений:

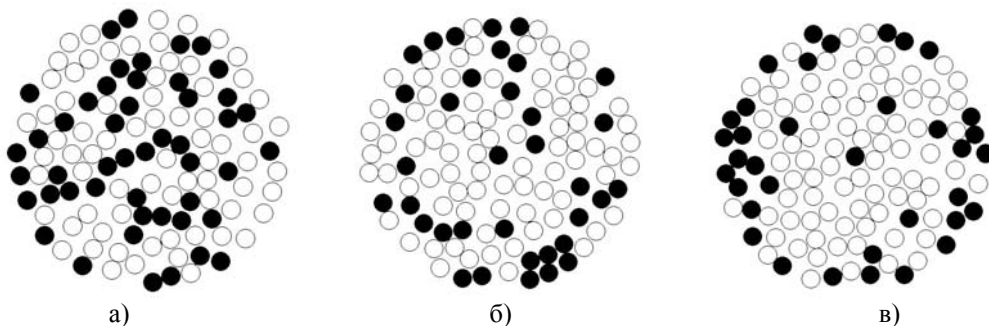


Рис. 1

$$c_2 = -c_1 \frac{p_1}{p_2} = -c_1 \frac{p_1}{1-p_1}.$$

Из условия неотрицательности распределений следует, что

$$1 \leq n \leq \frac{2}{p_1} - 1.$$

Поскольку плотность вероятности не может быть отрицательной, получаем ограничение для  $c_1$  и  $c_2$ :

$$1 - c_1 \frac{R^{n+1}}{n+1} > 0, \quad \text{или} \quad c_1 < \frac{n+1}{R^{n+1}}, \quad c_2 < \frac{n+1}{R^{n+1}}. \quad (4)$$

Таким образом, процедура моделирования радиального распределения волокон в поперечном сечении двухкомпонентной пряжи состоит в следующем:

1) ввод значений  $p_1, R$ ; 2) вычисление  $p_2 = 1 - p_1$ ; 3) выбор  $n$  в пределах  $[1; \frac{2}{p_1} - 1]$ ;

4) выбор  $c_1$  с учетом ограничения и вычисление  $c_2$  по формуле (4); 5) расчет значений  $a_1, a_2$  по формуле (2); 6) генерация  $m$  случайных чисел  $r$  ( $m$  – общее число волокон первого и второго компонентов в поперечном сечении пряжи) в соответствии с распределением смеси:

$$f(r) = p_1 r(a_1 + c_1 r^{n-1}) + p_2 r(a_2 + c_2 r^{n-1})$$

по известной методике моделирования смешанных распределений [3], [4].

На рис. 1 приведены сечения пряжи, полученные при различных значениях параметров: а) – равномерное распределение волокон компонентов; б) – средняя степень неравномерности; в) – неравномерное распределение волокон компонентов пряжи.

Поскольку рассматриваемая задача распределения волокон в поперечном сечении двухкомпонентной пряжи изучается средствами компьютерного моделирования, то одним из важнейших показателей эффективности такого подхода являются затраты машинного времени на моделирование. Очевидно, что время моделирования в первую очередь зависит от числа волокон в поперечном сечении пряжи, так как основной цикл в алгоритме моделирования построен именно по числу волокон в сечении. Поэтому был проведен компьютерный эксперимент, в котором исследовалась зависимость времени моделирования от числа волокон в поперечном сечении пряжи.

В эксперименте изменялось число волокон в сечении волокнистого продукта в

пределах от 60 до 120 волокон с шагом в 10 волокон. Для каждого определенного числа волокон в сечении моделировались, при прочих равных условиях, 400 идентичных сечений, отличавшихся только начальными значениями генератора псевдослучайных чисел. Для каждого из смоделированных сечений рассчитывалось значение критерия А.Г. Севостьянова [5]. С целью обеспечения статистической надежности результата данные усреднялись по 400 сечениям. При этом относительная среднеквадратическая ошибка оценки составила

$$\delta = \frac{100\%}{\sqrt{400}} = 5\%.$$

Полученные таким образом затраты времени моделирования сечений  $T_{\text{мод}}$ , с, с заданной радиальной неравномерностью распределения компонентов  $c$  и разного числа волокон в сечении  $N$  приведены в табл. 1.

Таблица 1

N	c					
	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
60	0,01595	0,01592	0,01483	0,01592	0,01427	0,01537
70	0,02307	0,02142	0,02237	0,02225	0,0228	0,02307
80	0,02815	0,03435	0,03432	0,03157	0,0357	0,03337
90	0,04448	0,04435	0,0445	0,04533	0,0456	0,04533
100	0,07953	0,07773	0,0795	0,07938	0,08238	0,08158
120	0,15997	0,16875	0,16643	0,17413	0,18993	0,1947

На рис. 2 представлена зависимость времени моделирования от числа волокон в моделируемом сечении пряжи для коэффициента неравномерности  $c=0,6$ .

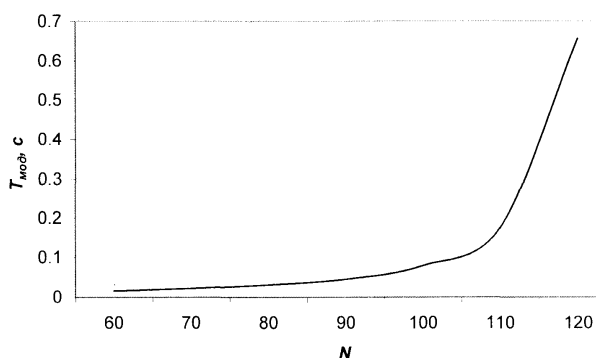


Рис. 2

Из полученных данных следует, что средние затраты времени на моделирование одного сечения повышаются с нарастающей скоростью (возможно, экспоненциально) с увеличением числа волокон в сечении, что соответствует интуитивным представлениям о затратах времени при использовании метода проб и ошибок для моделирования не пересекающихся в сечении пряжи волокон.

## ВЫВОДЫ

1. Разработана методика генерации координат центров волокон в поперечных сечениях пряжи, позволяющая моделиро-

вать сечения пряжи с заданной степенью неравномерности в радиальном направлении. На основе этой методики впервые получена статистическая компьютерная модель поперечного сечения пряжи.

2. Верификация модели показала возможность использования модели для исследования различных структур пряжи.

3. Исследование затрат машинного времени от числа волокон в сечении пряжи показало, что с увеличением числа волокон в сечении время моделирования возрастает, причем характер этой зависимости близок к экспоненциальному.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Винтер Ю.М.* Прогнозирование и оценка эффективности процессов смешивания в прядении: Дис... докт. техн. наук. – М.: ЦНИИЛВ, 1981.

2. *Раишкова И.Г.* Методы оценки распределения волокон по поперечным сечениям пряжи. – М.: Легкая индустрия, 1970.

3. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978.

4. *Советов В.Я., Яковлев С.А.* Моделирование систем. – М.: Высшая школа, 1989.

5. *Севостьянов А.Г.* Методы исследования неровноты продуктов прядения. – М.: Ростехиздат, 1962.

Рекомендована кафедрой информационных технологий и вычислительной техники. Поступила 28.11.05.