№ 3 (290) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 2006

УДК 677.31.08.021.16/022

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВОЛОКНА С УЧЕТОМ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

С.Ю.КАПУСТИН, В.Д. ФРОЛОВ, Ф.Р. КАХРАМАНОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Движение волокна вместе с пылью имеет место на всех этапах процесса льнопрядения. Особенно остро эта проблема стоит на этапах первичной обработки. Задача рациональной организации технологического процесса связана с удалением пыли, однако при этом волокна не должны попадать в аспирационные системы. В связи с этим теоретическое изучение вопросов аэродинамики движения волокна является актуальным.

Рассмотрим явления аэроупругих колебаний волокна в воздушном потоке. При этом будем делать следующие допущения.

Элемент волокна рассматриваем как механическую систему с одной степенью свободы. Форму элемента волокна принимаем круглоцилиндрической.

Дифференциальное уравнение аэроупругих колебаний волокна в вертикальной плоскости запишем в форме

$$m\ddot{y} + n\dot{y} + \frac{X\dot{y}}{\upsilon} - \frac{Y\upsilon}{V} + m\omega_0^2 y = F(t), \quad (1)$$

где m – погонная масса цилиндра; y – направление поперечных колебаний; n – коэффициент внутреннего трения волокна; ω_0 – собственная частота изгибных вертикальных колебаний упругого волокна.

Все силы, входящие в состав дифференциального уравнения (1), приходятся на единицу длины волокна.

Определим силы, действующие на упругий элемент волокна кругового сечения при обтекании его потоком воздуха. Пусть поток имеет горизонтальное направление (рис.1), вызывая колебания волокна.

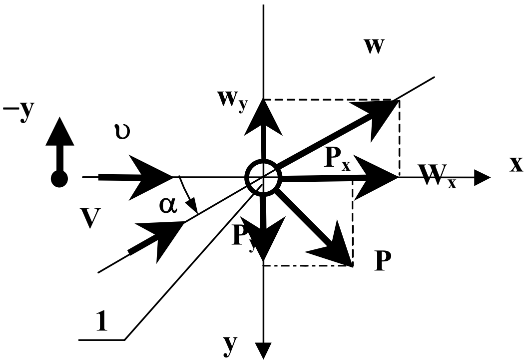

Рис. 1

Если υ – скорость набегающего потока на бесконечности (относительно неподвижного цилиндра), а $\dot{y}$ – скорость движения волокна при колебаниях относительно неподвижного потока относительно движущегося волокна, то

$$\vec{V} = \vec{\upsilon} + \left(-\vec{\dot{y}}\right),$$

$$V = \sqrt{\upsilon^2 + \dot{y}} = \upsilon\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^2}. \quad (2)$$

Знак минус принимается при рассмотрении вектора скорости потока относительно волокна в направлении оси y.

Приходящаяся на единицу длины тела сила лобового сопротивления:

$$X = 0{,}5c_x\rho\upsilon^2 d. \quad (3)$$

Поперечная (подъемная) сила при обтекании неподвижного волокна равна нулю. В процессе колебаний волокна в плоскости, перпендикулярной направлению потока, точки срыва вихрей, или точки отрыва пограничного слоя, перемещаются, чем обусловливают возникновение дополнительной аэродинамической силы.

Колебания цилиндра в вертикальной плоскости (рис.1) вызывают угловые колебания следа за телом и возникающая при этом дополнительная аэродинамическая сила – поперечная сила – периодически меняет свой знак и значение:

$$Y = 0{,}5 c_y \rho \upsilon^2 d .$$

Здесь коэффициент подъемной силы c_y зависит от скорости поперечного движения $\dot{y}$. Согласно аэрогидродинамической теории

$$c_y \cong \frac{\partial c_y}{\partial \alpha}\alpha , \qquad (4)$$

где $\frac{\partial c_y}{\partial \alpha}$ – коэффициент, характеризующий крутизну кривой зависимости $c_y = c_y(\alpha)$; α – кажущийся угол отклонения потока за счет поперечного движения цилиндра (рис.1) .

Выражение (4) представляет собой первый член в разложении в ряд Маклорена функции $c_y(\alpha)$. Угол α, в свою очередь, является функцией скорости $\dot{\mathbf{y}}$ поперечного движения цилиндра:

$$|\alpha| = \operatorname{arctg}\frac{\dot{y}}{\upsilon} \approx \frac{\dot{y}}{\upsilon} - \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^3 + \frac{1}{5}\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^5 - \ldots . \qquad (5)$$

Коэффициент $\frac{\partial c_y}{\partial \alpha}$ зависит от геометрии тела.

В выражении (2) относительной скорости V радикал $\sqrt{1+\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^2}$ можно разложить в быстросходяшийся ряд по степеням $\frac{\dot{y}}{\upsilon}$:

$$\sqrt{1+\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^2} = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^4 + \ldots \qquad (6)$$

Подставим выражения (2)…(5) в уравнение (1), сохраняя по два члена в разложениях (5) и (6) :

$$\ddot{y} + \frac{\delta\omega_0}{\pi}\dot{y} - \frac{\rho d \upsilon^2}{2m}\left[(k - c_x)\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right) + \left(\frac{k}{6} - \frac{c_x}{2}\right)\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^3 - \frac{k}{6}\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^5\right] = \omega_0^2 y = \frac{F(t)}{m}. \qquad (7)$$

Таким образом, исследуемая колебательная система (рис.1) описывается нелинейным дифференциальным уравнением (7).

На волокно в потоке воздуха действуют периодические силы вихревой природы. Известно [1], что поперечный компонент этой силы имеет частоту, пропорциональную скорости потока:

$$\Omega = 2\pi Sh\left(\frac{\upsilon}{d}\right), \qquad (8)$$

где Sh – число Струхаля ($Sh \approx 0{,}2$); d – диаметр цилиндра.

Под действием системы периодических сил круговой цилиндр совершает колебания поперек вдоль потока. Рассматривая круговой цилиндр как одномассовую систему, наделенную адекватными исходному телу свойствами и действующими на него соответствующими силами (рис.1), получим дифференциальные уравнения движения волокна в потоке:

$$m\ddot{y} + n\dot{y} + W_y - P_y + m\omega_0^2 y = F_y(t), \qquad (9)$$

$$m\ddot{x} + n\dot{x} + W_x - P_x + m\omega_0^2 x = F_x(t), \qquad (10)$$

где m – масса волокна с учетом присоединенной массы воздуха; n – коэффициент затухания в системе; ω_{0x}, ω_{0y} – собственные частоты вертикальных колебаний волокна вдоль соответствующих направлений осей ox и oy; W_x, W_y, P_x, P_y – проекции аэродинамических сил лобового сопротивления W и подъемной силы P, вызванной колебаниями волокна вдоль волокна на оси ox и oy; F_x, F_y – периодические силы вихревой природы.

Уравнения (9) и (10) не связаны между собой, но движения тела поперек потока вызывают изменение компонентов P_x и W_x, в то время как движения тела вдоль потока не отражаются на аэродинамических силах.

Поперечные колебания волокна обусловливают возникновение переменной по величине и направлению подъемной силы P, а вектор относительной скорости $\vec{V}$ образует с вектором абсолютной скорости $\vec{\upsilon}$ фиктивный (кажущийся) угол атаки α.

Аэродинамические силы и силы, вызванные обтеканием волокна, описываются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} W_x = \frac{W\upsilon}{V}; W_y = \frac{W\dot{y}}{V}; \\ P_x = \frac{P\dot{y}}{V}; P_y = \frac{P\upsilon}{V} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

$$F_x = F_{ox}\cos(2\Omega t); \;\; F_y = F_{oy}\cos(2\Omega t). \qquad (12)$$

Проанализируем дифференциальное уравнение (10) колебаний кругового волокна вдоль потока. Аэродинамические силы

$$W = 0{,}5c_x\rho dV^2; \;\; P = 0{,}5c_y\rho dV^2, \qquad (13)$$

где c_x, c_y – аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы, вызванной поперечными колебаниями волокна.

Коэффициент [2]:

$$c_y \approx \frac{\partial c_y}{\partial \alpha}\left[\frac{\dot{y}}{\upsilon} - \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^3\right], \qquad (14)$$

в то время как

$$\upsilon \approx \upsilon\left[1 + 0{,}5\left(\frac{\dot{y}}{\upsilon}\right)^2\right]. \qquad (15)$$

Полагая в первом приближении

$$F_{ox} = F_{oy} = 0{,}5c_k\rho d\upsilon^2, \qquad (16)$$

а также задаваясь решением уравнения (9) колебаний волокна поперек потока в виде

$$y = a_y \sin(\omega_y t), \qquad (17)$$

после подстановки выражений (11)…(17) в (10) получаем нелинейное дифференциальное уравнение колебаний волокна вдоль потока:

$$\ddot{x} + \frac{\delta\omega_0}{\pi}\dot{x} + \omega_{ox}^2 x = \rho\frac{d\upsilon^2}{2m}\left\{\left[c_x + \frac{1}{2}\left(k + \frac{c_x}{2}\right)\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right) + \frac{k}{16}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^4\right] + \right.$$

$$\left. + c_k\cos(2\Omega t)\frac{1}{2}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^2\left[\left(k + \frac{c_x}{2}\right) + \frac{k}{6}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^2\right]\cos 2\omega_y t + \frac{k}{48}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^4\cos(4\omega_y t)\right\} \qquad (18)$$

при $k = \frac{\partial c_y}{\partial \alpha}$; $\delta = \frac{n\pi}{m\omega_{ox}}$. (19)

Для удобства анализа уравнение (18) представим в форме

$$\ddot{x} + \frac{\delta\omega_0}{\pi}\dot{x} + \omega_{ox}^2 x = C_1 + C_2\cos(2\Omega t) + C_3\cos(2\omega_y t) + C_4\cos(4\omega_y t) \qquad (20)$$

при

$$C_1 = \rho\frac{d\upsilon^2}{2m}\left[c_x + \frac{1}{2}\left(k + \frac{c_x}{2}\right)\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right) + \frac{k}{16}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^4\right]; \qquad (21)$$

$$C_2 = \rho\frac{d\upsilon^2}{2m}c_k; \qquad (22)$$

$$C_3 = \rho\frac{d\upsilon^2}{2m}\frac{1}{2}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^2\left[\left(k + \frac{c_x}{2}\right) + \frac{k}{6}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^2\right]; \qquad (23)$$

$$C_4 = \rho\frac{d\upsilon^2}{2m}\frac{k}{48}\left(\frac{a_y\omega_y}{\upsilon}\right)^4. \qquad (24)$$

Рассмотрим вначале случай, когда поперечные потоку колебания волокна отсутствуют, то есть $a_y = 0$. Тогда коэффициенты C_i в выражениях упростятся:

$$C_1' = \rho\frac{d\upsilon^2}{2m}c_x; C_2' = \rho\frac{d\upsilon^2}{2m}c_k;$$
$$C_3' \equiv C_4' = 0 \qquad (25)$$

и нелинейное уравнение (18) преобразуется в линейное:

$$\ddot{x} + \frac{\delta\omega_0}{\pi}\dot{x} + \omega_{ox}^2 x = C_1' + C_2'\cos(2\Omega t). \qquad (26)$$

Решение этого уравнения находим в следующем виде:

$$x = x_{ст} + a\cos(\omega t), \qquad (27)$$

где x_{CT} – статическое смещение волокна вдоль потока, вызванное аэродинамической силой W лобового сопротивления согласно уравнению (13).

Частота внешней силы

$$\omega = 2\Omega = 4\pi Sh\left(\frac{\upsilon}{d}\right). \qquad (28)$$

Для амплитуды установившихся колебаний волокна получим

$$a = C_2'\left[\omega^2\sqrt{\left(\frac{\omega_{ox}^2}{\omega^2} - 1\right)^2 + \left(\frac{\delta\omega_{ox}}{\pi\omega}\right)^2}\right]^{-1}. \qquad (29)$$

ВЫВОДЫ

Получена возможность теоретически прогнозировать поведение волокна с учетом аэроупругих колебаний , что является важным для осуществления оптимального технологического процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Девнин С.И.* Аэрогидродинамика плохообтекаемых конструкций: Справочник. – Л.: Судостроение,1983.

2. *Казакевич М.И.* Аэродинамическая устойчивость надземных и висячих трубопроводов. – М.: Недра, 1977.

3. *Капустин С.Ю.* Усовершенствование технологии в процессе очистки длинноволокнистых материалов на лентоформирующей машине в составе поточной линии ПЛ-1-КЛ: Дис….канд. техн. наук. – Иваново, ИвТИ, 1992.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 05.04.06.