

УДК 677.11.620.1

МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРА ПО ПРЯДИ ДЛЯ РАЗНЫХ СХЕМ ЕЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С БИЛАМИ В ПОЛЕ ТРЕПАНИЯ

С.В. БОЙКО, А.Г. ГРИШИН, А.Б. ЛАПШИН, Е.Л. ПАШИН

**(Костромской государственной технологической университет,
Всероссийский НИИ по переработке лубяных культур)**

Общеизвестно, что в процессе трепания льна скачкообразное повышение давления на слой волокна в момент удара вызывает повреждение волокна в зоне соприкосновения с рабочей кромкой, что приводит к снижению процента выхода волокна [1]. К тому же в зоне повышенного давления наблюдается поперечное сжатие пряжи, снижающее эффективность обескостривания, так как условия для выделения костры из внутренних слоев совокупности волокна в слое неблагоприятны [2].

С учетом этого является актуальной задача по интенсификации процесса трепания на основе более совершенной схемы его силового нагружения в поле трепания.

Одним из направлений решения этой задачи является снижение натяжения пряжи в начальный момент взаимодействия с ней била вблизи точки закрепления пряжи. Это уменьшение, вероятно, возможно за счет применения дополнительно располо-

женных с тыльной стороны бил шарнирно закрепленных дополнительных кромок – опор (рис.1).

В качестве динамической модели слоя волокна при такой схеме трепания была выбрана дискретная модель [3]. Она представляется в виде предварительно растянутой, не обладающей жесткостью при изгибе многомассовой струной, верхний конец которой жестко закреплен, а у нижнего конца может быть несколько вариантов закрепления: 1) жестко закрепленный конец, 2) закрепление с демпфирующим в поперечном направлении элементом.

Заметим, что модель первого варианта соответствует процессу трепания двухбильными барабанами, в котором слой соприкасается только с одной кромкой. Модель второго варианта соответствует предлагаемому варианту трепания трехбильными барабанами с дополнительными

тыльными опорами, отклоняющимися в момент удара.

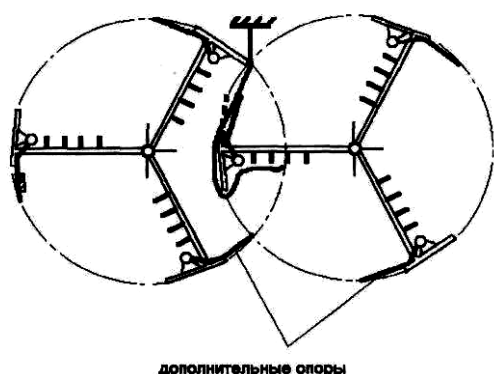


Рис. 1

Модель ударного воздействия била на волокно заключается в следующем. Обрабатываемая прядь представляет собой последовательно закрепленные пары пружина-груз (точечная масса). В момент времени $t > 0$ кромка ударяющего била, представляемая в виде полуплоскости, вследствие своего перемещения с определенной скоростью, "растянет" пружину, с которой она соприкоснется (рис.2). В этом случае величина силы, действующая на ближайшие массы выше и ниже точки контакта, со стороны "растянутой" пружины будет пропорциональна ее деформации и направлена вдоль пружины в сторону била для каждой точки соответственно (при дальнейшем движении пружина может быть и сжата, и направление действия си-

лы будет противоположным). Будем считать, что пружины и грузы скользят вдоль кромки била без трения.

Используя эту модель, проанализировали указанные случаи ударного нагружения слоя волокна при трепании. Решаемая задача требует введения в исходную модель жесткой или подвижной дополнительной опоры (рис. 2-а и б) соответственно.

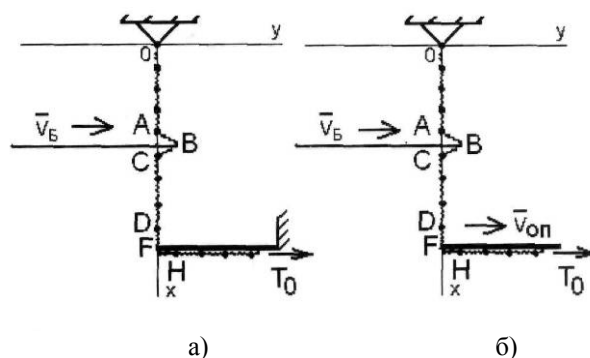


Рис. 2

Допустим, что точка А на этом рисунке будет i -й точкой с координатами (X_i, Y_i) . Точка С – это $(i+1)$ -я точка с координатами (X_{i+1}, Y_{i+1}) . Точка В – бесконечно тонкая кромка полуплоскости (ударяющего била) с координатами в текущий момент времени (X_B, Y_B) . В момент времени $t=0$ длина пружинки между точками i и $i+1$ была равна АС. При $t > 0$ кромка била "растянула" пружинку и ее длина стала АВ+ВС. По теореме Пифагора:

$$AB + BC = \sqrt{(X_B - X_i)^2 + (Y_B - Y_i)^2} + \sqrt{(X_B - X_{i+1})^2 + (Y_B - Y_{i+1})^2}. \quad (1)$$

Тогда $\Delta l = AB + BC - l_0$ – удлинение

пружины. По закону Гука величина силы упругости пружины:

$$\pm |\vec{F}_п| = \frac{ES}{l_0} \Delta l = \frac{ES}{l_0} (AB + BC - l_0), \text{ (знак «+» – когда пружинка растянута)}. \quad (2)$$

Растянутая пружинка (как на рисунке), стремясь "сжаться", действует на точку А в направлении АВ. Единичный вектор в направлении АВ будет:

$$\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \frac{(X_B - X_i)\vec{i} + (Y_B - Y_i)\vec{j}}{\sqrt{(X_B - X_i)^2 + (Y_B - Y_i)^2}}. \quad (3)$$

Умножая величину силы со знаком плюс (пружинка растянута) на этот вектор,

получим вектор силы, действующей со стороны пружинки на точку А:

$$\vec{F}_n = \frac{ES}{\ell_0} (AB + BC - \ell_0) \frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} = \frac{ES}{\ell_0} (AB + BC - \ell_0) \frac{(X_B - X_i)\vec{i} + (Y_B - Y_i)\vec{j}}{\sqrt{(X_B - X_i)^2 + (Y_B - Y_i)^2}}. \quad (4)$$

Кроме этого, на i -ю точку, то есть на точку А, действует сила со стороны $(i-1)$ -й точки. Проекция этой силы можно вычис-

лить на основе системы [5], полученной ранее в [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_i^{t+1} = 2X_i^t - X_i^{t-1} + (\Delta t)^2 \frac{ES}{m_i} \left(\frac{1}{\ell_0} - \frac{1}{\sqrt{(X_i^t - X_{i-1}^t)^2 + (Y_i^t - Y_{i-1}^t)^2}} \right) (X_{i-1}^t - X_i^t) + \\ + (\Delta t)^2 \frac{ES}{m_i} \left(\frac{1}{\ell_0} - \frac{1}{\sqrt{(X_{i+1}^t - X_i^t)^2 + (Y_{i+1}^t - Y_i^t)^2}} \right) (X_{i+1}^t - X_i^t), \\ Y_i^{t+1} = 2Y_i^t - Y_i^{t-1} + (\Delta t)^2 \frac{ES}{m_i} \left(\frac{1}{\ell_0} - \frac{1}{\sqrt{(X_i^t - X_{i-1}^t)^2 + (Y_i^t - Y_{i-1}^t)^2}} \right) (Y_{i-1}^t - Y_i^t) + \\ + (\Delta t)^2 \frac{ES}{m_i} \left(\frac{1}{\ell_0} - \frac{1}{\sqrt{(X_{i+1}^t - X_i^t)^2 + (Y_{i+1}^t - Y_i^t)^2}} \right) (Y_{i+1}^t - Y_i^t). \end{array} \right. \quad (5)$$

Обозначим эту силу \vec{F}_{i-1} . Тогда по второму закону Ньютона:

$$m\vec{a}_i = \vec{F}_{i-1} + \vec{F}_n. \quad (6)$$

Запишем его в проекциях на оси декартовых координат, заменяя ускорение второй производной по времени от радиус-вектора:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 X_i}{dt^2} &= ES \left(\frac{\ell_{i-1,i}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(X_{i-1} - X_i)}{\ell_{i-1,i}} + \frac{ES}{\ell_0} (AB + BC - \ell_0) \frac{(X_B - X_i)}{\sqrt{(X_B - X_i)^2 + (Y_B - Y_i)^2}}, \\ m \frac{d^2 Y_i}{dt^2} &= ES \left(\frac{\ell_{i-1,i}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(Y_{i-1} - Y_i)}{\ell_{i-1,i}} + \frac{ES}{\ell_0} (AB + BC - \ell_0) \frac{(Y_B - Y_i)}{\sqrt{(X_B - X_i)^2 + (Y_B - Y_i)^2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Это дифференциальные уравнения движения i -й точки, расположенной выше кромки била. Для $(i+1)$ -й точки уравнения

выводятся аналогично. Они будут иметь вид:

$$m \frac{d^2 X_{i+1}}{dt^2} = \frac{ES}{\ell_0} (AB + BC - \ell_0) \frac{(X_B - X_{i+1})}{\sqrt{(X_B - X_{i+1})^2 + (Y_B - Y_{i+1})^2}} + ES \left(\frac{\ell_{i,i+1}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(X_{i+1} - X_i)}{\ell_{i,i+1}},$$

$$m \frac{d^2 Y_{i+1}}{dt^2} = \frac{ES}{\ell_0} (AB + BC - \ell_0) \frac{(Y_B - Y_{i+1})}{\sqrt{(X_B - X_{i+1})^2 + (Y_B - Y_{i+1})^2}} + ES \left(\frac{\ell_{i,i+1}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{\ell_{i,i+1}}.$$

Дифференциальные уравнения движения k -й точки, расположенной выше нижней дополнительной опоры и $(k+1)$ -й точ-

ки, расположенной ниже ее, выводятся подобно предложенной процедуре. В итоге они имеют вид:

$$m \frac{d^2 X_k}{dt^2} = ES \left(\frac{\ell_{k-1}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(X_{k-1} - X_k)}{\ell_{k-1,k}} + \frac{ES}{\ell_0} (DF + FH - \ell_0) \frac{(X_F - X_k)}{\sqrt{(X_F - X_k)^2 + (Y_F - Y_k)^2}},$$

$$m \frac{d^2 Y_k}{dt^2} = ES \left(\frac{\ell_{k-1}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(Y_{k-1} - Y_k)}{\ell_{k-1,k}} + \frac{ES}{\ell_0} (DF + FH - \ell_0) \frac{(Y_F - Y_k)}{\sqrt{(X_F - X_k)^2 + (Y_F - Y_k)^2}},$$

$$m \frac{d^2 X_{k+1}}{dt^2} = ES \left(\frac{\ell_{k+1}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(X_{k+1} - X_k)}{\ell_{k,k+1}} + \frac{ES}{\ell_0} (DF + FH - \ell_0) \frac{(X_F - X_{k+1})}{\sqrt{(X_F - X_{k+1})^2 + (Y_F - Y_{k+1})^2}},$$

$$m \frac{d^2 Y_{k+1}}{dt^2} = ES \left(\frac{\ell_{k+1}}{\ell_0} - 1 \right) \frac{(Y_{k+1} - Y_k)}{\ell_{k,k+1}} + \frac{ES}{\ell_0} (DF + FH - \ell_0) \frac{(Y_F - Y_{k+1})}{\sqrt{(X_F - X_{k+1})^2 + (Y_F - Y_{k+1})^2}}.$$

Предлагаемая модель удара и дальнейшего взаимодействия нити с кромкой била и нижней опорой предполагает описание движения нити (пряжи) системой (5). При использовании этой модели необходимы последовательные корректировки расчетов. Следует производить замену исходных уравнений на полученные: (8), если кромка полуплоскости (била) оказывает влияние на движение i -й и $(i+1)$ -й точки, или (9), если нижняя опора оказывает влияние на движение k -й и $(k+1)$ -й точки. Для этого в программе вычислений необходимо задать уравнения движения кромки била и нижней опоры (в случае неподвижной дополнительной опорой ее координаты не изменяются).

Значение координат массовых точек в момент времени $i+1$ сначала вычисляем по формулам (5). Затем реализуем проверку: во-первых, оказывает ли кромка била влияние на движение нити, во-вторых, оказывает ли на ее движение нижняя опо-

ра. Для этого определяем, для каких двух соседних точек нити отрезок, их соединяющий, пересекает полуплоскость (на рис. 3 отрезки AC и DH). Если таких точек нет, то нить "свободна", поэтому уходим на новый цикл по времени. Если есть, то для этих двух точек значения вычисляем по разностным аналогам вышеприведенных уравнений (7), (8) и (9) соответственно.

Анализируя различные случаи ударного нагружения слоя волокна при трепании, пришли к выводу, что характер перемещения слоя волокна и его нагружения в момент удара существенно различается для случая неподвижной и подвижной дополнительной нижней опоры. Неподвижная верхняя опора моделирует зажим волокна в зажимном транспортере, а нижняя – дополнительную, неподвижную (первая модель, рис. 2 -а) или отклоняющуюся (вторая модель, рис. 2-б) в момент удара. В первом приближении были приняты ли-

нейные законы движения била и дополнительной опоры.

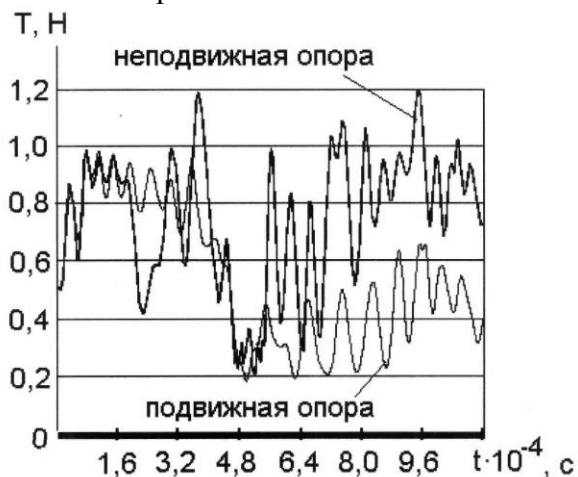


Рис. 3

На рис.3 представлены зависимости силы натяжения пряди в момент удара била по волокну для случая неподвижной и подвижной дополнительной нижней опоры.

Расчет проводили при следующих исходных данных: длина обрабатываемого участка пряди 0,5м; погонная масса пряди 0,00225 кг; площадь поперечного сечения пряди 0,00003 м²; модуль упругости 1000 МПа; начальное натяжение пряди 0,5Н; скорость била 10 м/с. За время удара приняли промежуток времени, за который продольная волна, возникающая в пряди в момент удара биллом, дважды отразится от дополнительной нижней опоры и достигнет кромки ударяющего била. Расчеты показали, что при принятых исходных данных, время удара составит приблизительно

0,001с.

Анализируя графические результаты расчета, заключаем, что максимальное значение натяжения пряди в зоне удара биллом в самом начале удара практически одинаково для обоих вариантов. Но время, на протяжении которого сохраняется максимальное значение натяжения волокна, для исследуемых вариантов является разным. Для варианта взаимодействия пряди с дополнительной подвижной опорой натяжение во второй половине периода взаимодействия снижается до 50%. Это обстоятельство позволяет заключить о предпочтительности второй схемы. При ее использовании можно ожидать меньшего проявления негативных последствий, связанных с обескостриванием прядей и их сохранением при трепании в виде длинноволокнистых комплексов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сулов Н.Н. Исследование процесса трепания льна: Дис....докт. техн. наук. – Кострома, 1961.
2. Ипатов А.М. Теоретические основы механической обработки стеблей лубяных культур. – М.: Легпромбытиздат, 1989.
3. Лапшин А.Б., Пашин Е.Л. Преобразования двумерного дискретного представления нити к редуцированным уравнениям континуального представления // Изв. вузов. Машиностроение. – 2002, № 8. С.3...10.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов КГТУ. Поступила 21.06.2006.