

УДК 677.057

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ТРЕХВАЛКОВОГО МОДУЛЯ С УЧЕТОМ СИЛ СОБСТВЕННОГО ВЕСА**

*В.А. МАРТЫШЕНКО, А.В. ПОДЪЯЧЕВ, Р.В. ЗАЙЦЕВ*

(Костромской государственной технологической университет )

Собственный вес валов валкового модуля текстильного отделочного оборудования достигает нескольких сот килограммов, что при определенных технологических режимах составляет существенную часть от усилия прижима.

Собственный вес валов при изгибной деформации может быть учтен путем введения в систему однородных дифференциальных уравнений 4-го порядка статического изгиба трехвалкового модуля (ТВМ) [1] неоднородных членов, отражающих влияние интенсивностей распределенных нагрузок, равных соответственно погонным весам валов:

$$\begin{cases} EI_1 v_1^{IV} + \chi_1(v_1 - v_2) = g_1, \\ EI_2 v_2^{IV} + \chi_1(v_2 - v_1) + \chi_2(v_2 - v_3) = g_2, \\ EI_3 v_3^{IV} + \chi_2(v_3 - v_2) = g_3, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} X_{2i-1} &= v_i / \ell_0; \quad X_{2i} = dX_{2i-1} / d\zeta; \quad X_{2i+6} = I_i / I_0 dX_{2i} / d\zeta; \quad X_{2i+5} = dX_{2i+6} / d\zeta, \\ X_{2i} &= -\varphi_i; \quad X_{2i+5} = M_i \ell_0 / (E_0 I_0); \quad X_{2i+6} = F_i \ell_0^2 / (E_0 I_0); \quad (i=1,2,3) \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varphi$  – угловые перемещения;  $M_i, F_i$  – узловые силовые факторы – соответственно изгибающие моменты и поперечные силы;  $E_0, I_0, \ell_0$  – нормирующие множители.

Объединяя уравнения (1) и (2), получаем

$$dX / d\zeta = C * X + G, \quad (3)$$

где компоненты вектора  $X$  имеют вид:  
 $X_1 = v_{10}, \quad X_2 = \varphi_{10}, \quad X_3 = v_{20}, \quad X_4 = \varphi_{20},$   
 $X_5 = v_{30}, \quad X_6 = \varphi_{30}, \quad X_7 = M_{10}, \quad X_8 = F_{10},$   
 $X_9 = M_{20}, \quad X_{10} = F_{20}, \quad X_{11} = M_{30}, \quad X_{12} = F_{30};$

$$C_{21} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline & -\chi_1 I_0 & & \chi_1 I_0 & & \\ \hline \end{array}$$

где  $v_1, v_2, v_3$  – линейные перемещения сечений валов;  $EI_1, EI_2, EI_3$  – жесткости участков валов;  $\chi_1, \chi_2$  – коэффициенты упругости оснований;  $g_1, g_2, g_3$  – собственные погонные веса валов.

Так как дальнейшее решение уравнения производится численно, то тождественными преобразованиями система (1) приводится к эквивалентной системе 12 линейных неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка. Для этого вводим новые переменные  $X$  и дополняем уравнения (1) уравнениями, следующими из теории изгиба стержней,

$G = [0, 0, 0, 0, 0, 0, g_1, 0, g_2, 0, g_3, 0]^T$  – вектор свободных членов; индексы 10, 20, 30 – индексы начальных параметров 1-го, 2-го и 3-го валов;  $C$  – матрица связи 12\*12, представлена блочными квадратными матрицами шестого порядка:

$$C = \begin{array}{|c|c|} \hline C_{11} & C_{12} \\ \hline C_{21} & C_{22} \\ \hline \end{array}$$

где  $C_{11} = C_{22}^T$ , а ненулевые элементы матриц  $C_{11}$  и  $C_{12}$  имеют значения  $C_{11}[2i-1, 2i] = 1; C_{12}[2i, 2i] = I_0 / I_i; i = (1, 2, 3).$

$\chi_1 \Gamma_0$		$-(\chi_1 + \chi_2) \Gamma_0$		$\chi_2 \Gamma_0$	
		$\chi_2 \Gamma_0$		$-\chi_2 \Gamma_0$	

где  $\Gamma_0 = \ell_0^4 / (E_0 I_0)$ .

Решение системы уравнений (3) находим в виде суммы общего и частного решения.

Для нахождения общего решения рассматриваем систему (3) последовательно 12 раз при нулевом векторе  $G$  на интервале интегрирования  $(0; z)$ . Первый раз решение выполняем при векторе начальных краевых

условий  $(1, 0, \dots, 0)$ , второй раз  $-(0, 1, \dots, 0)$  и, наконец 12-й раз  $-(0, 0, \dots, 1)$ .

Численное интегрирование системы уравнений 12 раз дает соответственно 12 векторов, являющихся столбцами матрицы  $A$ . В левой части равенства получаем значения кинематических и статических параметров в правом сечении:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ F_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Нахождение частного решения проводим при нулевом векторе начальных параметров. При первом интегрировании принимаем  $G = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0]^T$ , при втором  $G = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]^T$ ,

при третьем  $G = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0]^T$ . В итоге получаем 3 вектора матрицы  $B$  размерностью  $12 \times 3$ . С учетом частного решения уравнение (4) окончательно принимает вид:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ F_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} * \bar{G}, \quad (5)$$

где  $\bar{G} = [-g_{1n}, -g_{2n}, -g_{3n}]^T$ , где  $g_{1n} = g_1 * \ell_0^4 / (E_0 I_0)$ ,  $g_{2n} = g_2 * \ell_0^4 / (E_0 I_0)$ ,  $g_{3n} = g_3 * \ell_0^4 / (E_0 I_0)$ .

Уравнение (5) неудобно для решения задач, содержащих последовательно расположенные участки, каждый из которых описывается подобным уравнением. Для получения уравнения состояния элемента необходимо объединить векторы  $V_1$  и  $V_2$  в

один вектор  $V = [V_1, V_2]^T$ , а векторы  $F_1$  и  $F_2$  – в вектор  $F = [F_1, F_2]^T$ .

После матричных операций над (5) получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$F = K V + H G \quad (6)$$

или

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} * \bar{G}, \quad (7)$$

где  $F = [F_1, F_2]^T$ ;  $V = [V_1, V_2]^T$ ;  $K_{11} = -A_{12}^{-1} A_{11}$ ;  $K_{12} = A_{12}^{-1}$ ;  $K_{21} = A_{21} - A_{22} A_{12}^{-1} A_{11}$ ;  $K_{22} = A_{22} A_{12}^{-1}$ ;  $H_1 = -A_{12}^{-1} B_1$ ;  $H_2 = B_2 - A_{22} A_{12}^{-1} A_{11}$ .

С помощью топологического описания конструкции ТВМ уравнения состояния для отдельных элементов используются для формирования уравнения состояния

ТВМ в целом. Решение СЛАУ позволяет определить узловые перемещения, а обратный переход к уравнениям состояния отдельных элементов – узловые силовые факторы в сечениях всех отдельных элементов.

Влияние сил собственного веса рассмотрим на примере ТВМ ОТ-180 (рис. 1).

При нагрузке на верхний вал 100000 Н сам модуль весит 16180 Н, что составляет 16,18 % от нагрузки. При этом происходит изменение графика удельных нагрузок в жале.

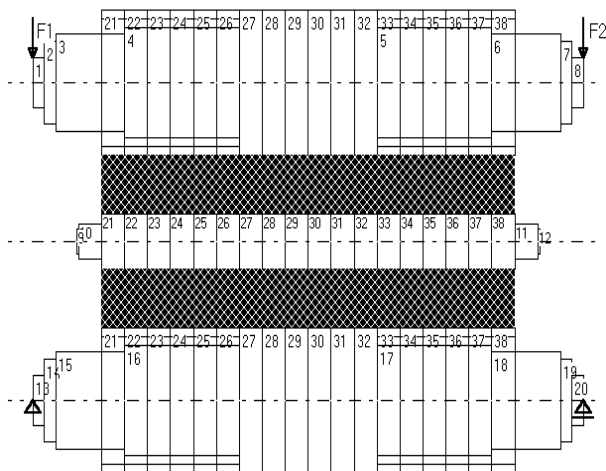


Рис. 1

На рис. 2 представлены графики удельных нагрузок в жалах без учета сил собственного веса.

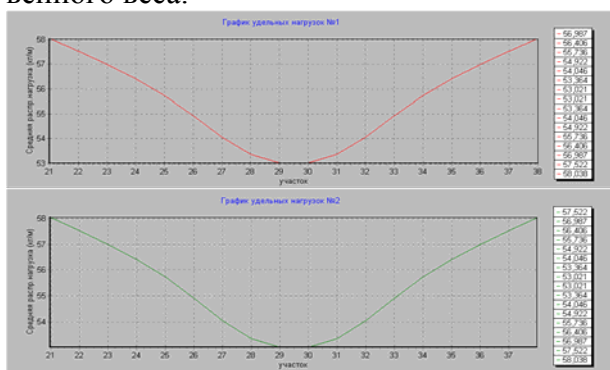


Рис. 2

На рис. 3 представлены графики удельных нагрузок в жалах с учетом сил собственного веса.

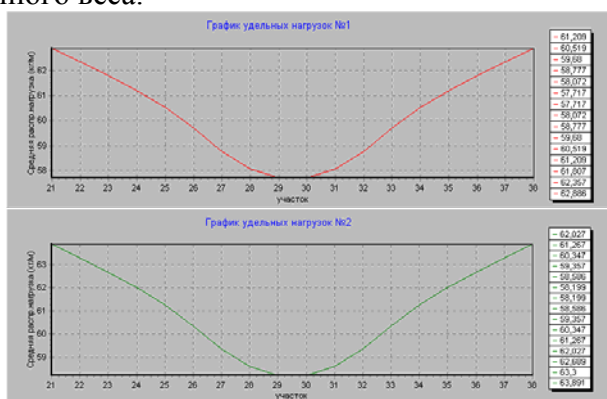


Рис. 3

Наблюдаем сохранение общей картины распределения давлений в жалах модуля с

общим повышением удельных нагрузок. Возросла номинальная удельная нагрузка с 55,55 кН/м до 64,54 кН/м. Значения максимальных удельных нагрузок увеличились для верхнего с 58,038 кН/м до 62,886 кН/м и для нижнего с 58,038 кН/м до 63,891 кН/м, а минимальных – для верхнего с 53,021 кН/м до 57,717 кН/м и для нижнего с 53,021 кН/м до 58,199 кН/м. При этом неравномерность давления снизилась для верхнего с 9 до 8% и для нижнего – с 9 до 8,8%. Неравномерность давления по ширине валов определялась отношением абсолютной разности максимальной и минимальной нагрузок к номинальной нагрузке. В целом же характер распределения давления по рабочей ширине модуля не изменился.

Однако в нижнем жале более заметно влияние сил собственного веса, что выражается в больших значениях удельных нагрузок. Знание этого факта помогает в формировании технологической схемы оборудования и в выборе эластичных покрытий валов.

## ВЫВОДЫ

1. Учет сил тяжести (собственного веса валов) ТВМ приводит к увеличению удельных нагрузок в жале валов. При собственном весе валов, составляющим 16,18% от величины усилия прижима валов, максимальные и минимальные значения удельных нагрузок увеличиваются соответственно для верхнего на 8,35 и 8,85%, для нижнего на 10,08 и 9,76%.

2. Учет сил тяжести (собственного веса валов) ТВМ приводит к уменьшению неравномерности давления в жале валов по их длине и, следовательно, к уменьшению неравномерности отжима ткани в валах.

3. Так как величины давления в жале валов и неравномерности давления являются важными параметрами технологического процесса отжима ткани, то для повышения качества процесса отжима целесообразно для металлоемких валов учитывать одновременно усилие прижима валов и их вес.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мартышенко В.А., Подъячев А.В. Алгоритм

расчета удельных нагрузок в жале валов двухвал-

ковых механизмов // Изв. вузов. Технология тек-

стильной промышленности. – 1988, № 3.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов. Поступила 21.06.2006.

---