

## СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕРХНЕГО ВАЛЬЦА МЯЛЬНОЙ ПАРЫ

С.Е. МАЯНСКИЙ

(Костромской государственной технологической университет)

Наблюдения показывают, что верхние вальцы мяльной машины при работе совершают колебания в плоскости, проходящей через оси верхнего и нижнего вальцов (рис. 1).

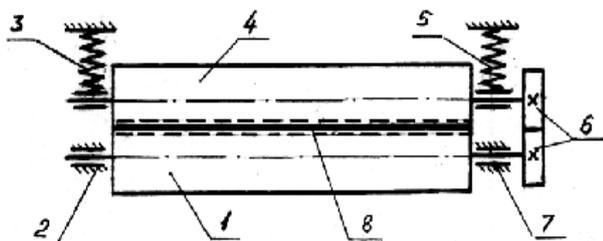


Рис. 1

Нижний валец 1 установлен в неподвижных опорах 2 и 7 и получает вращение от привода машины (на рис. не показано). Верхний валец 4 установлен в опорах (направляющих) с использованием пружин сжатия 3 и 5. Верхний валец приводится во вращение от нижнего либо посредством зубчатой пары 6, либо через рифли валь-

цов. Пружины 3 и 5 создают необходимую силу прижатия верхнего вальца к нижнему с учетом величины зазоров между рифлями вальцов и характеристики проходящего между ними слоя 8. Слой тресты, поступающий в мяльную машину, представляет собой полиморфную, ортотропную, упругопластическую при сжатии структуру [1]. Взаимодействуя со слоем такой структуры верхний валец согласно [1] должен совершать вертикальные перемещения. Однако исследования неровноты слоя [2], [3] после слоеформирующих машин показали, что слой имеет выпуклость либо по середине, либо по краям по ширине. Это приводит к возникновению угловых колебаний в плоскости, проходящей через оси вальцов.

В связи с отмеченным, одномассовая динамическая модель, использованная в [1], не может отражать полностью картину колебательных явлений системы "валец – слой", ее применение оправдано, когда толщина и другие характеристики слоя однородны.

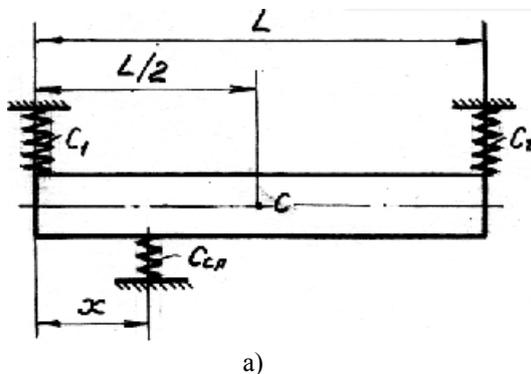


Рис. 2

Исследуем свободные колебания вальца, соответствующие случаю, когда на участке слоя по ширине образовалось утолщение, так называемый ложный шарнир. Динамическая модель изображена на рис. 2. Здесь  $C_1, C_2$  – жесткости пружин, прижимающих верхний валец к нижнему,  $C_{сл}$  – жесткость слоя в месте его утолщения,  $x$  – расстояние от оси левой пружины до утолщения. Масса вальца  $m$ , массой слоя пренебрегаем. Считаем, что нижний валец идеально изготовлен и положение его оси в процессе вращения не изменяется. Массами пружин также пренебрегаем.

В этой схеме валец будет совершать плоское движение в вертикальной плоско-

сти, двигаясь поступательно со скоростью центра масс  $C$  и поворачиваясь относительно центра масс (рис. 2-б). Эти перемещения примем за обобщенные координаты  $q_1=y$  и  $q_2=\varphi$ .

Кинетическая энергия вальца равна:

$$T = \frac{m\dot{y}^2}{2} + \frac{J_c\dot{\varphi}^2}{2}. \quad (1)$$

Потенциальная энергия системы будет состоять из потенциальной энергии силы тяжести вальца  $mg$  и сил упругости пружин:

$$\Pi = -mgy + \frac{1}{2}C_1y_1^2 - \frac{1}{2}C_1y_{ст}^2 + \frac{1}{2}C_2y_2^2 - \frac{1}{2}C_2y_{ст}^2 + \frac{1}{2}C_{сл}y_{сл}^2 - \frac{1}{2}C_{сл}y_{ст}^2, \quad (2)$$

где  $y_{ст}$  – статическая деформация пружин под действием силы тяжести;  $y_1, y_2, y_{сл}$  – перемещения концов пружин при выводе вальца из состояния равновесия на величину  $y$ . Из рис.2-б следует:

$$\begin{aligned} y_1 &= y + \frac{L}{2}\varphi + y_{ст}; \\ y_2 &= y - \frac{L}{2}\varphi + y_{ст}; \\ y_{сл} &= y + \left(\frac{L}{2} - x\right)\varphi + y_{ст}. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2) и исключая члены,

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{1}{2}(C_1 + C_2 + C_{сл})y^2 + \frac{1}{8}\left[C_1L^2 + C_2L^2 + 4C_{сл}\left(\frac{L}{2} - x\right)^2\right]\varphi^2 + \\ &+ \frac{1}{2}\left[C_1L - C_2L + 2C_{сл}\left(\frac{L}{2} - x\right)\right]y\varphi. \end{aligned} \quad (5)$$

При помощи уравнений Лагранжа 2-го рода, учитывая выражения (1) и (5), полу-

соответствующие статическому равновесию системы из условий

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial y}\right)_{\substack{y=0 \\ \varphi=0}} &= 0, \\ \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}\right)_{\substack{\varphi=0 \\ y=0}} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

найдем значение полной потенциальной энергии системы:

чим дифференциальные уравнения движения вальца:

$$m\ddot{y} + (C_1 + C_2 + C_{сл})y + \left[\frac{1}{2}C_1L - \frac{1}{2}C_2L + C_{сл}\left(\frac{L}{2} - x\right)\right]\varphi = 0, \quad (6)$$

$$J_c\ddot{\varphi} + \left[\frac{C_1L^2}{4} + \frac{C_2L^2}{4} + C_{сл}\left(\frac{L}{2} - x\right)^2\right]\varphi + \left[\frac{C_1L}{2} - \frac{C_2L}{2} + C_{сл}\left(\frac{L}{2} - x\right)\right]y = 0. \quad (7)$$

Решение уравнений (6) и (7) будем искать в виде:

$$y = A \cos(pt + \alpha); \quad \varphi = B \cos(pt + \alpha). \quad (8)$$

В результате получим систему двух линейных однородных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} A(C_1 + C_2 + C_{\text{сл}} - mp^2) + B \left[ \frac{C_1 L}{2} - \frac{C_2 L}{2} + C_{\text{сл}} \left( \frac{L}{2} - x \right) \right] &= 0, \\ A \left[ \frac{C_1 L}{2} - \frac{C_2 L}{2} + C_{\text{сл}} \left( \frac{L}{2} - x \right) \right] + B \left[ \frac{C_1 L^2}{4} + \frac{C_2 L^2}{4} + C_{\text{сл}} \left( \frac{L}{2} - x \right)^2 J_c p^2 \right] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Раскрывая определитель системы (9), приходим к уравнению:

$$(C_1 + C_2 + C_{\text{сл}} - mp^2) \left[ \frac{C_1 L^2}{4} + \frac{C_2 L^2}{4} + C_{\text{сл}} \left( \frac{L}{2} - x \right)^2 - J_c p^2 \right] - \left[ \frac{C_1 L}{2} - \frac{C_2 L}{2} + C_{\text{сл}} \left( \frac{L}{2} - x \right) \right]^2 = 0. \quad (10)$$

Обозначим:

$$\left. \begin{aligned} b &= (C_1 + C_2 + C_{\text{сл}}); \quad d = \left[ \frac{C_1 L^2}{4} + \frac{C_2 L^2}{4} + C_{\text{сл}} \left( \frac{L}{2} - x \right)^2 \right], \\ e &= \left[ \frac{C_1 L}{2} - \frac{C_2 L}{2} + C_{\text{сл}} \left( \frac{L}{2} - x \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Тогда уравнение (10) запишется:

$$p^4 - \frac{(md + J_c b)}{J_c m} p^2 + \frac{bd - e^2}{J_c m} = 0. \quad (12)$$

Из полученного биквадратного уравнения находятся значения двух частот свободных колебаний системы:

$$p_{1,2} = \sqrt{\frac{md + J_c b}{2J_c m} \pm \sqrt{\frac{(md + J_c b)^2}{4J_c^2 m^2} - \frac{bd - e^2}{J_c m}}}. \quad (13)$$

Осевой момент инерции вальца относительно оси, проходящей через его центр масс перпендикулярно оси вращения, найдем как для однородного цилиндра:

$$J_c = m \left( \frac{L^2}{12} + \frac{R^2}{4} \right), \quad (14)$$

где  $R$  – радиус вальца по вершинам рифель.

Частота свободных колебаний вальца при равномерном распределении слоя может быть найдена по известной формуле для одномассовой динамической модели, использованной в [1], [4]:

$$p = \sqrt{\frac{C + C_{\text{сл}}}{m}}, \quad (15)$$

где  $C = C_1 + C_2$  – приведенная жесткость пружин нажимного устройства вальца.

Изгибную жесткость слоя при равномерном распределении его плотности по ширине найдем по формуле (1) [4]:

$$C_{\text{сл}} = 48K \frac{1000kLq(Z \sin \beta)^3 EJ}{m_{1000} (\pi D)^3}. \quad (16)$$

Жесткость слоя при его утолщении на участке длиной  $l$  определим из следующих соображений. Принимая за исходную плотность  $q$  равномерно распределенного слоя на длине  $L$ , будем считать, что часть слоя, составляющая  $n^{-1}$ -ю часть его высоты (соответственно и плотности), образовала утолщение на длине  $l$ . Тогда плотность этой части слоя будет находиться из выражения:

$$q_l = \left(q - \frac{q}{n}\right) + \frac{qL}{n\ell}. \quad (17)$$

Найдем значения частот свободных колебаний вальца по приведенным выше формулам (15) и (13), используя следующие характеристики слоя и вальца:  $K = 2$ ;  $\kappa = 0,8$ ;  $L = 1$  м;  $\beta = 45^\circ$ ;  $EI = 4 \cdot 10^{-4}$  Н·м;  $m_{1000} = 200$  г;  $q = 300$  г/м;  $D = 2R = 0,12$  м;  $m = 60$  кг;  $Z = 12$ ;  $\ell = 0,2$  м;  $n = 5$ .

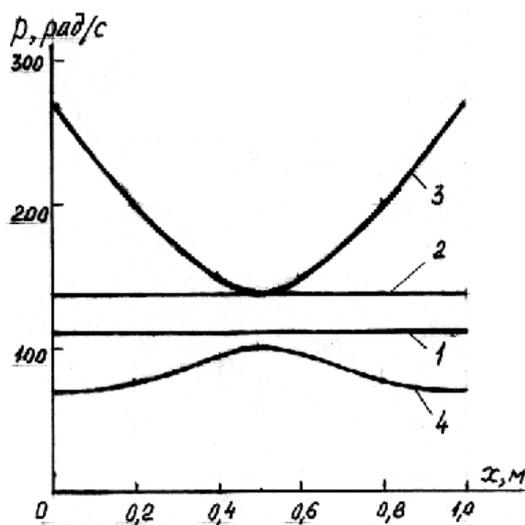


Рис. 3

При равномерном распределении слоя по длине вальца (модель с одной степенью свободы)  $p = 110$  рад/с — прямая 1 на рис. 3.

При утолщении слоя (без учета угловых колебаний)  $p = 138$  рад/с — прямая 2 на рис. 3.

Значения двух частот свободных колебаний вальца в зависимости от положения утолщения слоя по его ширине приведены в табл. 1 и на рис. 3 — кривые 3 и 4.

Таблица 1

x, м	0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0
$p_1$ , рад/с	268	200	148	138	148	200	268
$p_2$ , рад/с	70	79	95	100	95	79	70

Анализ графиков на рис. 3 показывает:

– в зависимости от места расположения утолщения слоя по его ширине изменяются значения частот как вертикальных, так и угловых свободных колебаний вальца;

– положение утолщения слоя по его ширине оказывает большее влияние на изменение частоты вертикальных свободных колебаний. При рассмотренных параметрах системы "валец–слой" частота вертикальных колебаний изменяется в 1,94 раза, а частота угловых колебаний — в 1,43 раза.

Оценим возможность возникновения резонанса в данной системе. Источником возмущения будем считать дисбаланс и геометрические погрешности вальцов. В этом случае частота возмущения будет определяться по формуле:

$$\omega_B = \omega Z \approx \frac{V}{R} Z, \quad (18)$$

где  $V$  — скорость движения слоя.

При принятых  $Z = 12$ ,  $R = 0,06$  м и скорости движения слоя  $V = 0,5 \dots 1,5$  м/с имеем  $\omega_B = 100 \dots 300$  рад/с.

Сравнение частот возмущения с частотами свободных колебаний указывает на наличие резонанса в системе, обусловленного, в том числе, и совпадением частот возмущения с частотами свободных угловых колебаний вальца.

## ВЫВОДЫ

1. Получена формула для расчета частот свободных вертикальных и угловых колебаний верхнего вальца мяльной пары мяльной машины при образовании утолщения в слое по его ширине.

2. Результаты расчета показали, что при рассмотренных параметрах вальцовой пары и скорости движения слоя, в системе наблюдаются резонансные колебания на частотах вращения вальцов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дьячков В.А., Корабельников Р.В. Динамические характеристики слоя стеблей льняной тресты в процессе мятья // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2003, №6. С.20...23.

2. Трегубова Е.В., Пашин Е.Л. Анализ особенностей структуры слоя льняной тресты после слоеутонения. Вестник ВНИИЛК. – 2005, №2. С.45...48.

3. Храмцов В.Н. Исследование процесса утоне-

ния слоя и усовершенствование слоеформирующих механизмов: Дис...канд. техн. наук. – Кострома, 1974.

4. Дьячков В.А., Корабельников Р.В. Динамические явления при изломе стеблей в мяльной паре // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2003, №5. С.19...23.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов. Поступила 21.06.2006.

---