

УДК: 519.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ТКАНИ НА ПОВЕРХНОСТИ КОМПЬЮТЕРНОГО МАНЕКЕНА*

В.Д. ФРОЛОВСКИЙ

(Новосибирский государственный технический университет)

Моделирование поведения ткани при драпировке появилось в списке компьютерных приложений сравнительно недавно. Как будет выглядеть ткань с определенными свойствами на определенном объекте? Как с изменением свойств ткани изменяется ее драпировка? Ответы на эти вопросы в наглядной форме и должно давать компьютерное моделирование ткани.

Ткань – сложный механизм. В ткани тонкие волокна скручены в нити, и эти нити более или менее жестко сплетены во взаимосвязанную сеть. Все компоненты сети держатся вместе просто трением. Поведение их зависит от типа волокна, веса волокна, плотности сплетения, типа сплетения и т.д.

Представим модель ткани как систему частиц, которые размещены в точках пересечения продольных и поперечных нитей ткани [1...3]. В этих точках происходит несколько взаимодействий. Сила сжатия волокон друг другом настолько большая, что нити прочно фиксируются в точках пересечения, обеспечивая оси для изгиба. Другие взаимодействия, такие как растяжение, могут быть выражены как смещения частиц, которые мы определили.

Существует три типа ребер, определяющих взаимодействие между узлами сетки: 1) ребра, стягивающие по прямой и определяющие деформации растяжения-сжатия; 2) ребра, стягивающие по диаго-

нали и определяющие деформации сдвига; 3) ребра, определяющие изгиб.

В этой модели с помощью функций энергии, дающих простые геометрические соотношения между находящимися в непосредственной близости частицами, можно описать взаимодействия, происходящие на уровне нити, и ограничения, определяющие физические свойства ткани.

Общая энергия деформаций ткани может быть определена как [1]:

$$E_0 = E_p + E_{сж} + E_{сдв} + E_{и},$$

где E_p – энергия растяжения; $E_{сж}$ – энергия сжатия; $E_{и}$ – энергия изгиба; $E_{сдв}$ – энергия сдвига.

Энергия растяжения представляет собой силу натяжения, которая соединяет каждую частицу с ее четырьмя соседями. Энергия сжатия искусственно введена для обеспечения условия, что имеется минимальное расстояние между частицами, предотвращающее самопересечение ткани.

Функции растяжения и сжатия вместе создают крутую энергетическую яму, которая и поддерживает соседние частицы на номинальном расстоянии, что предотвращает самопересечение ткани.

Энергия изгиба обусловлена изгибом нитей относительно плоскости окружающей ткани [2]:

* Работа выполнена при поддержке гранта Министерства образования Российской Федерации ТО2-10.4-3668.

$$B = \mu_{\text{и}} \cos^2(\theta/2)Nm,$$

где θ – угол изгиба; $\mu_{\text{и}}$ – линейный коэффициент изгиба (для 100%-ного хлопка $\mu_{\text{и}} = 0,214 \cdot 10^{-4}$).

Энергия сдвига обусловлена изгибом вокруг нити в плоскости пересечения. Эта часть энергии обуславливает S-форму нити.

На макроскопическом уровне это – сдвиг, имеющий место в ткани. Энергия сдвига:

$$T = \mu_{\text{сдв}} \frac{\ell_1 \ell_2}{2} \phi^2 Nm,$$

где $\mu_{\text{сдв}}$ – линейный коэффициент сдвига (для 100%-ного хлопка $\mu_{\text{сдв}} = 1,9576$); ℓ_1, ℓ_2 – смежные ребра деформируемой ячейки; ϕ – угол сдвига в градусах.

Энергетические функции, которые мы определили, это только предположения. Но даже их использование с интуитивно выбранными количественными зависимостями может давать очень удовлетворительные результаты при моделировании ткани. Для представления конкретной ткани нужно построить эти функции энергии, основываясь на существующих измерительных системах физических свойств тканей.

Предположим, что имеется ткань, представляющая собой совокупность узлов (точек), которая осуществляет движение относительно устойчивой равновесной формы (манекена). В начальный момент времени расположение всех узлов (и выкроек, и объекта) в пространстве известно. Движение системы описывается обобщенными перемещениями, и на каждом временном слое ищутся положения узлов $r_{ij}(t) = (x_{ij}(t), y_{ij}(t), z_{ij}(t))$ в пространстве.

Таким образом, ткань будет представлять собой механическую систему, которая осуществляет движение относительно устойчивой равновесной формы (манекена).

Движение системы опишем в обобщенных перемещениях $r_{ij}(t)$, которые равны нулю в положении равновесия. Учитывая обобщенную внешнюю силу $F = F_{ij}(t)$, которая для каждой координаты может быть

активной силой, получим систему дифференциальных уравнений в матричном виде относительно матрицы-столбца $r = \{r_{ij}\}$ следующим образом:

$$[M]\{r''\} + [C]\{r'\} + [K]\{r\} = \{f\}, \quad (1)$$

где матрица инерции (матрица масс) $[M]$, матрица демпфирования $[C]$ и матрица жесткости $[K]$ являются симметричными.

Разрешив уравнение (1) относительно r'' и сгруппировав в правой части все силы, действующие на систему частиц, получим полное дифференциальное уравнение:

$$r'' = M^{-1}F(r, r'), \quad (2)$$

где M – диагональная матрица, описывающая распределение масс ткани; $F(r, r')$ – функция, описывающая действие внутренних и внешних сил на ткань.

Начальные условия: $r|_{t_0=0} = r_0$, $r'|_{t_0=0} = 0$, $f_{\text{внутр}}|_{t_0=0} = 0$; краевые условия: $r'|_S = 0$, где S – поверхность твердого тела (манекена).

Преобразуем систему уравнений (2) в систему дифференциальных уравнений 1-го порядка. Обозначив $v = r'$, можно записать:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} r \\ r' \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} r \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ M^{-1}F(r, v) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Для простоты положим, что $r(t_0) = r_0$, $v(t_0) = v_0$, $\Delta r = r(t_0 + h)$, $\Delta v = v(t_0 + h) - v_0$. Тогда применение простого метода Эйлера к уравнению (3) приведет к следующему уравнению:

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v \\ M^{-1}F(r_0, v_0) \end{pmatrix},$$

где шаг h должен быть достаточно малым по величине.

Применение неявного (обратного) метода аппроксимации приводит к уравнению:

$$\begin{pmatrix} \Delta r_{ij} \\ \Delta v_{ij} \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v_{ij} + \Delta v_{ij} \\ M^{-1} F(r_{ij}(t_0) + \Delta r_{ij}(t), v_{ij}(t_0) + \Delta v_{ij}(t)) \end{pmatrix}.$$

Метод называется “обратным”, поскольку он стартует из состояния $(r_{ij}(t_0) + \Delta r_{ij}(t), v_{ij}(t_0) + \Delta v_{ij}(t))$ и использует шаг явного метода Эйлера для возврата системы обратно во временной области.

Обратный метод требует нахождения величин Δr и Δv , удовлетворяющих уравнению. Уравнение (2) не линейно, поэтому применяется разложение F ряд Тейлора и выполняется аппроксимация 1-го порядка:

$$F(r_{ij} + \Delta r_{ij}, v_{ij} + \Delta v_{ij}) = F_0 + \frac{\partial F}{\partial r} \Delta r_{ij} + \frac{\partial F}{\partial v} \Delta v_{ij}.$$

Подставив в нижнюю строку системы

В этом уравнении производные $\frac{\partial F}{\partial r}$ и $\frac{\partial F}{\partial v}$ вычисляются для состояния $(r_{ij}(t_0), v_{ij}(t_0))$.

Использование этой подстановки приводит к системе линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta v \end{pmatrix} = h \begin{pmatrix} v + \Delta v \\ M^{-1} \left(F_0 + \frac{\partial F}{\partial r} \Delta r + \frac{\partial F}{\partial v} \Delta v \right) \end{pmatrix}$$

$\Delta r_{ij}(t) = h(v_{ij}(t_0) + \Delta v_{ij}(t))$, получим:

$$\Delta v_{ij}(t) = h M^{-1} \left(F_0 + \frac{\partial F}{\partial v} \Delta v_{ij}(t) + \frac{\partial F}{\partial r} h(v_{ij}(t_0) + \Delta v_{ij}(t)) \right).$$

Примем за I – единичную матрицу и, перегруппировав отдельные составляю-

щие, получим уравнение:

$$\left(I - h M^{-1} \frac{\partial F}{\partial v} - h^2 M^{-1} \frac{\partial F}{\partial r} \right) \Delta v_{ij}(t) = h M^{-1} \left(F_0 + h \frac{\partial F}{\partial r} v_{ij}(t_0) \right),$$

решая которое относительно Δv_{ij} , легко получаем $\Delta r_{ij}(t) = h(v_{ij}(t_0) + \Delta v_{ij}(t))$. Использование неявного метода интегриро-

вания приводит к большим разреженным линейным системам.

В матричном виде система выглядит как:

$$A \Delta v = b, \text{ где } A = M - h \frac{\partial F}{\partial v} - h^2 \frac{\partial F}{\partial r}, \quad b = h \left(F_0 + h \frac{\partial F}{\partial r} v(t_0) \right), \quad M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix},$$

вектор невязки $r = A \Delta v - b$.

Решая систему, находим скорости точек в следующий момент времени, а затем и координаты точек.

В качестве примера рассмотрим моделирование ткани на поверхности компьютерного манекена (моделирование стачивания одежды из плоских выкроек).

Этап 1. Дискретизация выкроек. Поскольку стачиваемые выкройки имеют

произвольную форму, в ходе моделирования стало очевидно, что сетка, представляющая ткань (выкройку), в общем случае должна быть неравномерной, так как после разбиения ткани на этапе стачивания швов могут возникнуть трудности (на швах образуются дырки).

Этап 2. Стачивание швов. Для стачивания швов были установлены точки соответствия и введены внешние силы, анало-

гичные по действию силе тяжести и действующие в плоскостях x y z . Далее временно исключалось действие силы тяжести на ткань и соответствующие узлы начинали притягиваться.

Пересечение горизонтальных и вертикальных линий будем называть «узловой точкой». Топологически каждая узловая точка соединяется с четырьмя равностоящими смежными узловыми точками. Алгоритм построен на том предположении, что разрез у нас является симметричным относительно центральной оси. Аппроксимацию разреза будем проводить ломаной линией.

Перенесем начало координат в точку, с которой начинается стачивание. Затем поворачиваем деталь вокруг оси OZ так, чтобы точки шва стали симметричными относительно оси OY . Набросаем линии сгиба для каждой точки шва. На каждой линии сгиба выберем точку, которая является вспомогательной точкой так, чтобы она находилась на расстоянии от точки шва, сравнимом с расстоянием между точками шва.

Этап 3. Окончательное наложение. На последнем этапе было произведено включение внешней силы тяжести.



Рис. 1

На рис. 1 представлены основные этапы моделирования и конечный результат стачивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Eberhardt A., Weber A., Strasser W. A fast, flexible, particle-system model for clothes draping // IEEE Computer Graphics and Applications. – № 16, 1996. P. 52...59.

2. Baraff D., Witkin A. Large Steps in Cloth Simulation. Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH) // Annual Conference Series. – July 19-24, 1998. P.43...51.

3. Фроловский В.Д. Метод энергетических функций построения квазиразверток поверхностей // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2000, №1(5), Т. III. С.195...204.

Рекомендована кафедрой автоматизированных систем управления. Поступила 10.01.06.