

## МОДЕЛЬ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТРАНСПОРТИРОВКИ ТКАНИ

Е.С. КОНСТАНТИНОВ, Е.Н. КАЛИНИН, В.Г. ЛАПШИН, А.А. НОСОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Для решения задачи синтеза оптимальной системы транспортировки полотна ткани по рабочим органам технологического оборудования [1] необходимо определить динамические параметры системы, характеризующиеся состоянием текстильного материала и регулируемые в процессе транспортировки. Динамическую модель такой механической системы целесообразно представить в виде передаточной функции. Это даст возможность применить для описания и анализа механических цепей аппарат теории графов и использовать формализованный и систематический подход к их исследованию.

На основе детализации кинематической схемы системы синтезируем передаточные функции для каждого из структурно-функциональных блоков (СФБ) [2], для чего составим их дифференциальные уравнения движения.

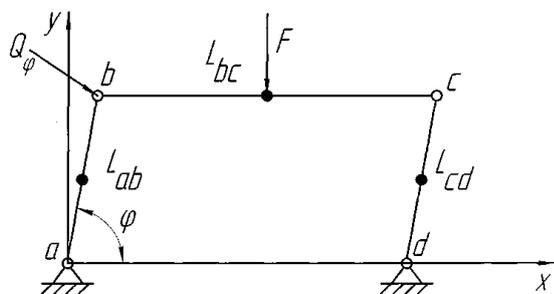


Рис. 1

Для СФБ 1 (рис. 1 – анализ структурно-функционального блока 1) число степеней свободы равно 1, поэтому для описания данной системы достаточно было составить одно уравнение Лагранжа 2-го рода (1), приняв в качестве обобщенной координаты угол поворота  $\varphi$  звена привода  $ab$ :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \left( \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) = Q_{\varphi}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – обобщенная координата;  $T$  – кинетическая энергия системы;  $Q_{\varphi}$  – обобщенная сила системы.

Кинетическая энергия звена  $ab$  равна

$$T_{ab} = J_{ab} \frac{\omega_{ab}^2}{2},$$

где  $J_{ab}$  – момент инерции звена  $ab$ ;  $\omega_{ab} = \dot{\varphi}$  – угловая скорость вращения звена  $ab$ .

Кинетическая энергия звена  $cd$ :

$$T_{cd} = J_{cd} \frac{\omega_{cd}^2}{2},$$

где  $J_{cd}$  – момент инерции звена  $cd$ ;  $\omega_{cd} = \dot{\varphi}$  – угловая скорость вращения звена  $cd$ .

Допуская, что в малых диапазонах изменения угла  $\varphi$  звено  $bc$  движется поступательно, тогда его кинетическая энергия

$$T_{bc} = m_{cd} \frac{V_{bc}^2}{2},$$

где  $\bar{V}_{bc} = \bar{x}_{bc} + \bar{y}_{bc}$  – линейная скорость движения звена  $bc$ ;  $y_{bc} = L_{ab} \sin(\varphi)$ ;

$$x_{bc} = \frac{L_{bc}}{2} + L_{ab} \cos(\varphi).$$

Кинетическая энергия всей системы равна сумме кинетических энергий каждого из звеньев:

$$T = T_{ab} + T_{bc} + T_{cd}.$$

Для вычисления производных в левой части уравнения Лагранжа (1) нами были разработаны алгоритм (рис. 2) и программа в среде Matlab с использованием пакета Symbolic Math Toolbox [3].

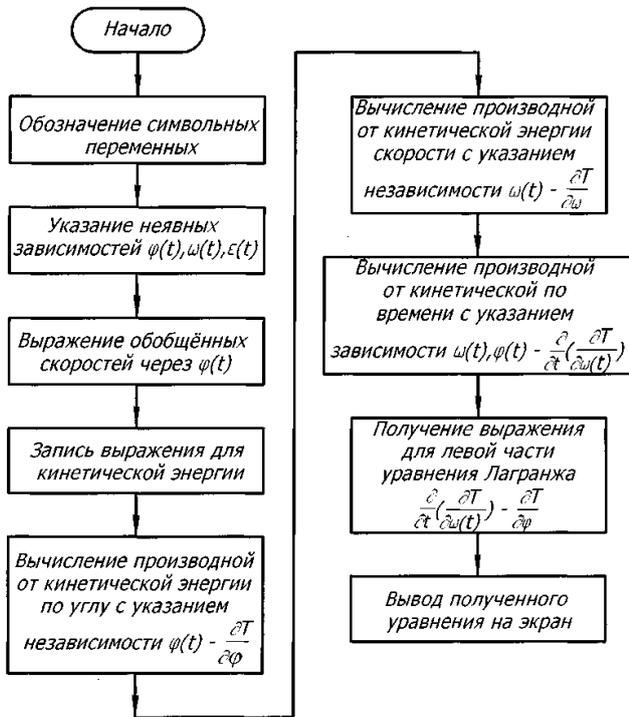


Рис. 2

В результате вычислений получаем уравнение

$$\varepsilon(J_{ab} + m_{bc}L_{ab}^2 + J_{cd}) = Q,$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение звена приведения  $L_{ab}$ .

Обобщенная сила  $Q_\varphi$  определена из выражения работы  $\delta A_\varphi$  сил на элементарных перемещениях  $d\varphi$  системы, соответствующих вариации обобщенной координаты  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \delta A_\varphi &= Q_\varphi d\varphi = M d\varphi, \\ Q_\varphi d\varphi &= M d\varphi, \\ Q_\varphi &= M, \end{aligned}$$

где  $M = FL_{ab}\cos(\varphi)$  – момент, приложенный к звену  $ab$ .

В результате уравнение Лагранжа (1) примет вид:

$$\varepsilon(J_{ab} + m_{bc}L_{ab}^2 + J_{cd}) = M,$$

откуда

$$\varepsilon(J_{ab} + m_{bc}L_{ab}^2 + J_{cd}) = FL_{ab} \cos(\varphi). \quad (2)$$

Применив к уравнению (2) преобразование Лапласа, было получено выражение передаточной функции для СФБ 1 вида

$$W(s) = \frac{1}{(J_{ab} + m_{bc}L_{ab}^2 + J_{cd})S^2},$$

обозначив  $K = (J_{ab} + m_{bc}L_{ab}^2 + J_{cd})$ , получим передаточную функцию:

$$W(s) = \frac{1}{KS^2}. \quad (3)$$

Передаточная функция (3) представляет собой отношение выходной величины (угла поворота  $\varphi$ ) к входной (моменту  $M$ ), в изображениях по Лапласу, графически она может быть представлена в виде, изображенном на рис. 4.

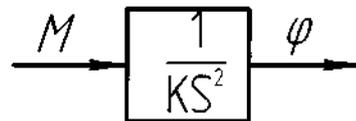


Рис. 4

Имитационная модель оптимальной системы транспортировки ткани, представленная на рис. 5, сформирована на основе изложенной методики для блоков СФБ 2...СФБ, которые были получены в результате проведенного нами синтеза [2].

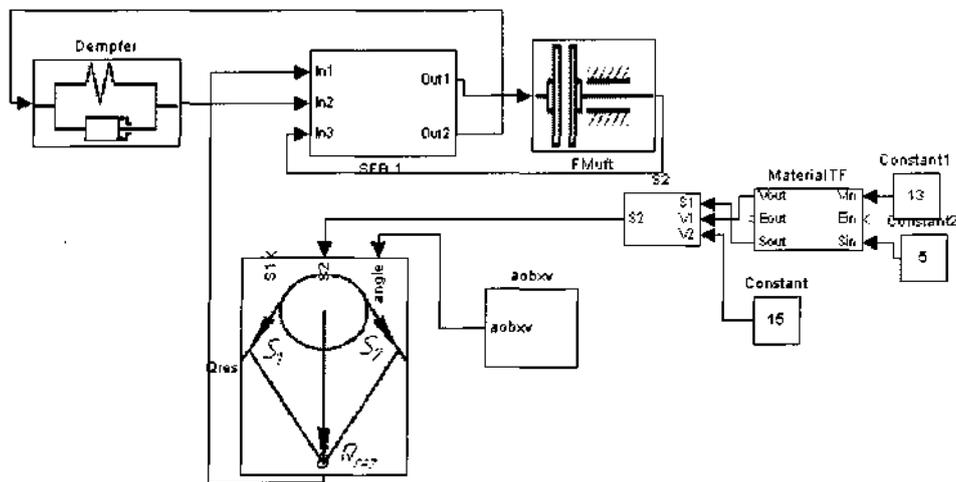


Рис. 5

## ВЫВОДЫ

1. Нами получены дифференциальные уравнения движения системы на основе применения методов компьютерной символьной математики, являющиеся основой для синтеза ее передаточной функции.

2. Передаточная функция и имитационная модель оптимальной системы транспортировки ткани позволяют произвести классический анализ системы на предмет устойчивости, а также получить ее амплитудно-фазово-частотные характеристики.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Константинов Е.С. Концептуальная модель системы транспортировки ткани с заданным натяжением // Вестник научно-промышленного общества. – Москва, 2005, вып. 9. С.44...45.
2. Константинов Е.С., Калинин Е.Н. Синтез динамической модели оптимальной системы управления транспортировкой ткани // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, №2.
3. Дащенко О.Ф., Кириллов В.Х., Коломиец Л.В., Оробей В.Ф. Matlab в инженерных и научных расчетах: Монография. – Одесса: Астропринт, 2003.

Рекомендована кафедрой теплотехники ИГТА.  
Поступила 01.12.06.