УДК 677.11

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ВЯЗКОУПРУГИХ ВОЛОКОН И НИТЕЙ*

М.В. КИСЕЛЕВ

(Костромской государственный технологический университет)

Линейную вязкоупругость для одномерного объекта удобно трактовать при помощи механических моделей, которые наглядно демонстрируют поведение различных вязкоупругих материалов. Данному вопросу посвящено большое количество работ, где подробно описаны механические модели и соответствующие им уравнения для определения напряженно-деформированного состояния [1]. В широко известных моделях Максвелла, Фойгта, Кельвина и др. сделано допущение о постоянстве физико-механических характеристик волокон или нитей на всей протяженности их длины. Такое допущение приводит к существенным погрешностям при решении реальных задач. По данным [2] механические свойства химических волокон при одних и тех же условиях испытаний отличаются до 2…5 раз, для натуральных волокон – до 10 и более раз. Данный факт объясняется вероятностным характером расположения макромолекул в полимере, влиянием погодных условий на рост натуральных волокон, особенностями технологических процессов их переработки и др. Данное обстоятельство привело исследователей к выводу о рассмотрении волокон и нитей как совокупности отдельных ее участков, обладающих различными физико-механическими характеристиками [3] .

В насоящей работе рассмотрен конечно-элементный подход для описания поведения волокон и нитей с произвольными вероятностными механическими характеристиками по длине. Предложен алгоритм определения матриц жесткости конечных элементов – аналогов механических моделей произвольной сложности. Задача в общем виде формулируется так: составить аналитическое выражение матрицы жесткости нити, имеющей длину L и N участков длиной ℓ (рис. 1).

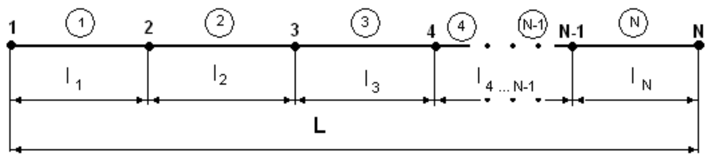


Рис. 1

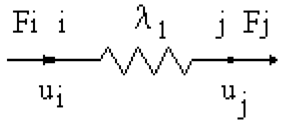
Каждый из участков имеет свои физико-механические характеристики и поведение материала описывается различными механическими моделями.

Из рассмотрения механических моделей вязкоупругого материала видно, что для его описания при нагружении необходимо использовать два или более элементов, имитирующих упругие и вязкие свойства. Поэтому логично предположить описывать механические свойства подобных материалов с помощью комбинации ко-

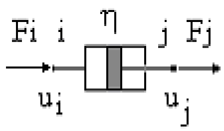
* Работа выполнена под руководством проф., докт. техн. наук Р.В. Корабельникова.

нечных элементов с аналогичными свойствами.

Построим конечно-элементное решение вышеприведенных моделей с выводом матрицы жесткости комбинированного конечного элемента, состоящего из конечных элементов двух типов (рис. 2):



Тип 1



Тип 2

Рис. 2

Для элемента тип 1. Жесткость элемента характеризуется величиной λ_1. Таким образом, зависимость силы от деформации запишется как

$$Fi = \lambda_1 \delta,$$

где δ=uj-ui.

Рассмотрим силы, действующие в узлах данного элемента.

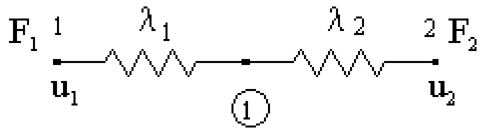
В узле i: Fi= λ_1*(ui-uj) ; В узле j: Fj= λ_1*(uj-ui).

Или в матричной форме для элемента тип 1 и тип 2 соответственно:

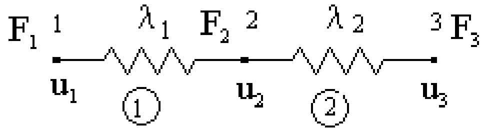
$$\begin{bmatrix} \eta & -\eta \\ -\eta & \eta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_i \\ F_j \end{pmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & (-\lambda)_1 \\ (-\lambda)_1 & \lambda_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_i \\ F_j \end{pmatrix}.$$

Выведем матрицу жесткости для конструкции с параллельным соединением 2-х упругих элементов (рис. 3).



(а)



(б)

Рис. 3

Используя алгоритм прямого формирования глобальной матрицы жесткости [4], коэффициенты матрицы жесткости конечного элемента 1 на рис. 3-а имеют вид:

$$\begin{bmatrix} \lambda & (-\lambda) \\ (-\lambda) & \lambda \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix},$$

где $\lambda = \dfrac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$.

Аналогично выводится матрица жесткости для конструкции с параллельным соединением 2-х упругих элементов:

$$\begin{bmatrix} \lambda & (-\lambda) \\ (-\lambda) & \lambda \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix},$$

где $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.

Полученные данные согласуются с физической аналогией – определение суммарной емкости конденсаторов при последовательном и параллельном их соединении.

Используя полученные соотношения, составим алгоритм получения сколь угодно сложной механической модели, описывающей свойства волокон и нитей (рис. 4).

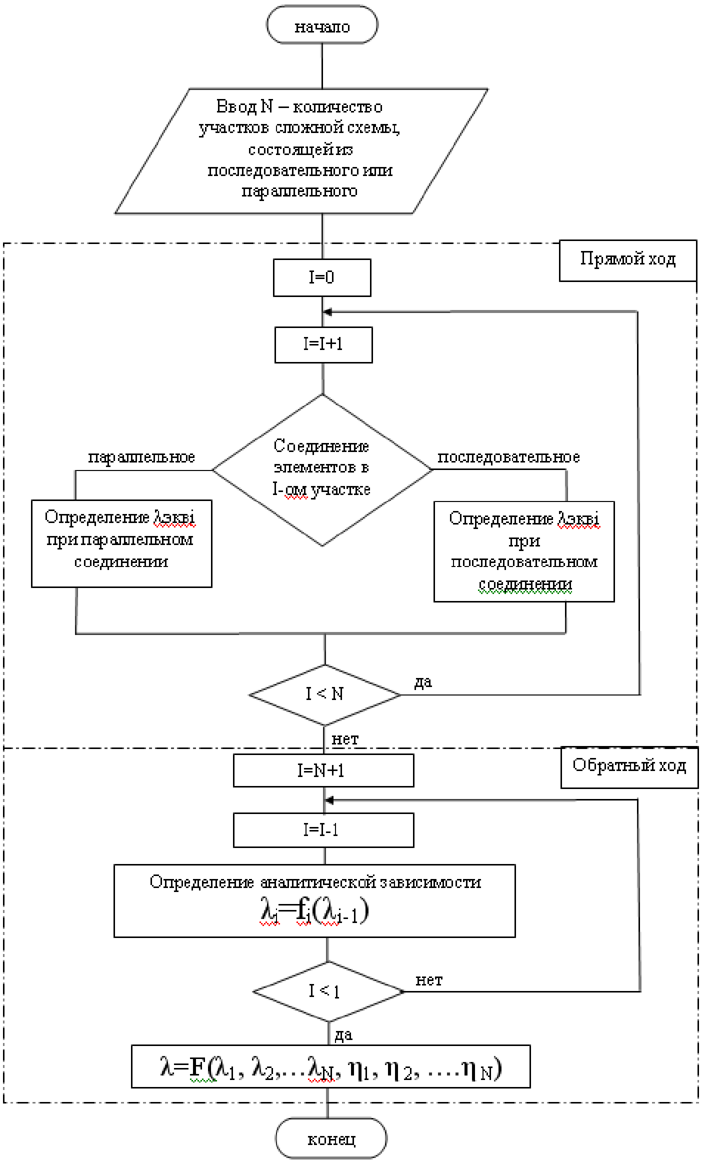


Рис. 4

Используя алгоритм прямого формирования глобальной матрицы жесткости, составляется основное разрешающее уравнение метода конечных элементов для нити, представленной на рис. 1.

ВЫВОДЫ

1. Для практических расчетов волокон и нитей с учетом их различных физико-механических характеристик по длине эффективен метод конечных элементов.

2. Предложенный в работе алгоритм позволяет вычислить матрицу жесткости комбинированного конечного элемента, эквивалентного по своим свойствам произвольной механической модели поведения материала при одноосной нагрузке.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мигушов И.И.* Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1980.
2. *Перепелкин К.Е.* Структура и свойства волокон. – М.:Химия,1985.
3. *Проталинский С.Е.* Развитие теории и вопросы приложения механики нити к задачам текстильной технологии: Дис…докт. техн. наук. – Кострома, 1999.
4. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин КГТУ. Поступила 01.12.06.