

УДК 677.021.164

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ
ЛЬНОВОЛОКНА

С.Ю. КАПУСТИН, В.Д. ФРОЛОВ, Ф.Р. КАХРАМАНОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Установлено, что при протекании технологического процесса на поточных линиях при переработке льноволокна возникают вынужденные колебания волокна [1].

Исследуя технологический процесс теоретически, введем следующие допущения: будем рассматривать элемент жгута волокна, колеблющегося относительно отверстия, как систему с одной степенью свободы с учетом силы вязкого сопротивления и полагать, что левый конец жгута волокна жестко закреплен, а правый конец – свободен (рис. 1).

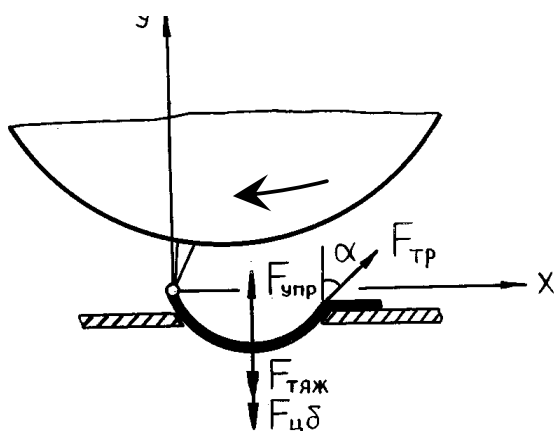


Рис. 1

Дифференциальное уравнение малых свободных колебаний системы с одной степенью свободы при действии возмущающих сил имеет вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2n \frac{\partial y}{\partial t} + \omega^2 y = f(t). \quad (1)$$

На жгут волокна действуют следующие силы: сила тяжести, центробежная сила,

сила упругости и сила трения. Сила тяжести и центробежная сила являются возмущающими, сила упругости – восстанавливающей силой, а сила трения – диссипативной.

Изменение колебаний возмущающих сил происходит по косинусоидальному закону.

Спроектируем действующие силы на ось OY (рис. 1). Силы, действующие на жгут волокна, взаимодействующего с отверстием нового устройства [2], имеют следующий вид:

$$F_{тяж} + F_{цб} - F_{упр} - F_{тр} \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

Введем в уравнение (1) действующие силы:

$$H = F_{тяж} + F_{цб} \text{ и } Q = F_{тр} + F_{тр} \cos \alpha.$$

Уравнение (1) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2n \frac{\partial y}{\partial t} + \omega^2 y = h \cos pt, \quad (3)$$

где

$$2n = \frac{\alpha}{m}, \quad \omega = \sqrt{\frac{Q}{ml}}, \quad h = \frac{H}{m}; \quad (4)$$

n – коэффициент затухания, зависящий от вязких свойств волокна; alpha – коэффициент сопротивления; m – масса волокна; omega – частота свободных колебаний; p – частота вынужденных колебаний; h – отношение

возмущающей силы к массе волокна.

Так как $p < \omega$, то имеют место вынужденные колебания малой частоты.

Общее решение дифференциального уравнения (1) имеет вид

$$y = y_1 + y_2,$$

где y_1 – общее решение соответствующего однородного уравнения

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2n \frac{\partial y}{\partial t} + \omega^2 y = 0, \quad (5)$$

y_2 – частное решение неоднородного уравнения.

Характеристическое уравнение, соот-

$$y_1 = e^{-nt} \left(C_1 \cos \sqrt{\omega^2 - n^2} t + C_2 \sin \sqrt{\omega^2 - n^2} t \right). \quad (6)$$

Учитывая, что $p < \omega$, имеем частное решение y_2 в виде

$$y_2 = A \sin pt + B \cos pt. \quad (7)$$

Для определения A и B вычислим:

$$\begin{aligned} \partial^2 y_2 &= -A p^2 \sin pt - B p^2 \cos pt, \\ \partial y_2 &= A p \cos pt - B p \sin pt. \end{aligned}$$

Подставив эти значения в (3), найдем:

$$y_2 = -\frac{h(\omega^2 - p^2)}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2} \sin pt + \frac{2nhp}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2} \cos pt. \quad (8)$$

Воспользовавшись формулами (5) и (7), запишем общее решение дифференциаль-

$$y_1 = e^{-nt} \left(C_1 \cos \sqrt{\omega^2 - n^2} t + C_2 \sin \sqrt{\omega^2 - n^2} t \right) - \frac{h(\omega^2 - p^2)}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2} \sin pt + \frac{2nhp}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2} \cos pt. \quad (9)$$

Вычислим постоянные интегрирования

ветствующее (5), имеет вид

$$r^2 + 2nr + \omega^2 = 0,$$

откуда

$$r = -n \pm \sqrt{n^2 - \omega^2}.$$

Так как $n < \omega$, то корни уравнения получаются комплексные:

$$r_{1,2} = -n \pm i \sqrt{\omega^2 - n^2}.$$

Найдем общее уравнение однородного уравнения (5):

$$A(\omega^2 - p^2) + 2Bnp = h,$$

$$B(\omega^2 - p^2) - 2Anp = 0.$$

Решив эту систему уравнений, определим A и B .

$$\begin{aligned} A &= -\frac{h(\omega^2 - p^2)}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}, \\ B &= \frac{2nhp}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2 p^2}. \end{aligned}$$

Вносим значения A и B в формулу (6):

ного уравнения в следующем виде:

C_1 и C_2 :

$$C_1 = -\frac{2nhp}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2},$$

Проводя необходимые преобразования, получаем:

$$y_1 = -be^{-nt} \left(\cos \sqrt{\omega^2 - n^2} t + \alpha \right) + a \cos(pt - \varepsilon), \quad (10)$$

$$b = \frac{ph}{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2} \sqrt{4n^2 + \frac{(\omega^2 - p^2 - 2n^2)^2}{\omega^2 - n^2}},$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2n\sqrt{\omega^2 - n^2}}{(\omega^2 - p^2 - 2n^2)},$$

$$a = \frac{h}{\sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + 4n^2p^2}},$$

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{2np}{(\omega^2 - p^2)}.$$

Введем следующие параметры, характерные для поточных линий: $n=0,781 \text{ с}^{-1}$; $\omega=5 \text{ с}^{-1}$; $p=1,5 \text{ с}^{-1}$; $h=0,16 \text{ м/с}^2$.

Следовательно, уравнение жгута волокна будет иметь следующий вид:

$$Y = -39^{-0,781t} \cos(4,77t + 0,344) + 7 \cos(1,5t - 0,102). \quad (11)$$

В уравнении (11) первое слагаемое, описывающее свободные колебания, убывает со временем. Так, к моменту $t \gg 0$ в общем решении остается только второе слагаемое:

$$Y = 7 \cos(1,5t - 0,102). \quad (12)$$

Это означает, что к указанному моменту времени в системе устанавливается стационарный режим гармонических вынужденных колебаний с частотой, равной частоте вынуждающей силы.

Рассмотрим интервал изменения времени в пределах $0 < t < 2\pi$ и проведем расчет величины прогиба жгута волокна, который представлен в табл.1.

Т а б л и ц а 1

| Величина прогиба жгута волокна, мм | Время $0 < t < 2\pi$ |
|------------------------------------|----------------------|
| Y = 6,96503 | 0 |
| Y = 6,52315 | 0,314159 |
| Y = 4,65931 | 0,628318 |
| Y = 1,7798 | 0,9424 78 |
| Y = -1,48768 | 1,25664 |
| Y = - 4,43087 | 1,5708 |
| Y = - 6,40818 | 1,88496 |
| Y = - 6,9886 | 2,19911 |
| Y = - 6,04559 | 2,51327 |
| Y = - 3,78472 | 2,82743 |
| Y = - 0,698837 | 3,14159 |
| Y = 2,53939 | 3,45575 |
| Y = 5,22406 | 3,76991 |
| Y = 6,76996 | 4,08407 |
| Y = 6,84009 | 4,39823 |
| Y = 5,41917 | 4,71239 |
| Y = 2,81695 | 5,02655 |
| Y = - 0,399339 | 5, 34071 |
| Y = - 3,52856 | 5,65487 |
| Y = - 5,88862 | 5,96903 |
| Y = - 6,96503 | 6,28319 |

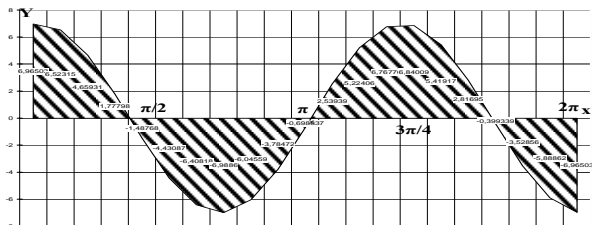


Рис. 2

На рис. 2 изображена траектория движения жгута волокна по ходу его движения, выполненная при помощи программы Excel.

ВЫВОДЫ

Теоретически установлено, что конфигурация отверстий по ходу движения жгута на предложенном устройстве для очист-

ки волокна способствует более эффективному удалению костры и пыли, а жгут волокна имеет наиболее оптимальное взаимодействие с отверстием устройства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Капустин С.Ю. Усовершенствование технологий в процессе очистки длинноволокнистых материалов на лентоформирующей машине в составе поточной линии ПЛ-I-КЛ: Дис....канд. техн. наук. – Иваново, 1992.

2. А.с. №1477794 (СССР). Устройство для очистки текстильных волокон / Капустин С.Ю. и др. – Оpubл. 1989. Бюл. №17.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 29.01.07.