

УДК 677.017.427:539.3

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЯВЛЕНИЙ
ПРИ РАЗРУШЕНИИ ПРЯЖИ***

В.П. ЩЕРБАКОВ, Н.С. СКУЛАНОВА

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Дальнейшее развитие теории относится к расчетам прочности пряжи, образованной из нескольких компонентов [1]. При этом геометрические и прочностные свойства волокон компонентов существенно различны. Любые планы прядения обеспечивают эффективное смешивание как на стадии приготовления смеси волокон, так и в процессах прядильного производства, поэтому будем считать, что волокна в пряже распределены равномерно.

В произвольном цилиндрическом слое, удаленном на расстояние r от оси пряжи, волокна всех компонентов имеют одинаковую деформацию, вычисляемую по формуле

$$\varepsilon_f = \varepsilon_0 \cos^2 \vartheta,$$

где ε_0 – деформация пряжи.

Отсюда следует равенство деформаций волокон всех компонентов при деформировании пряжи.

Выразим деформации через силы. Для конкретности изложения примем четырехкомпонентную смесь для выработки на Купавинской тонкосуконной фабрике аппаратной пряжи линейной плотности 124,5 текс. Имеем

$$\frac{T_1}{E_1 F_1} = \frac{T_2}{E_2 F_2} = \frac{T_3}{E_3 F_3} = \frac{T_4}{E_4 F_4}, \quad (1)$$

где $E F$ с соответствующими индексами представляет собой жесткость компонентов при растяжении; T – натяжение волокон компонента.

Наибольшие усилия возникают в наиболее жестком компоненте. На испытательной машине FM-27 при базовой длине $\ell_0 = 10$ мм в режиме постоянной скорости деформации проведены с необходимой точностью и надежностью испытания на прочность одиночных волокон. Жесткость одного волокна при известных из опыта разрывной нагрузке P_f и деформации

$$\varepsilon_f = \frac{\Delta \ell}{\ell_0} \quad \text{вычисляется по формуле}$$

$$(E_i F_i)_1 = \frac{P_f}{\varepsilon_f}.$$

В нашем случае получаем:

компонент 1, шерсть мериноская 64/70 качества I – II длины:

$$(E_1 F_1)_1 = \frac{6,29}{0,264} = 23,83 \text{ сН};$$

компонент 2, шерсть мериноская 64 качества II длины:

$$(E_2 F_2)_1 = \frac{6,53}{0,206} = 31,70 \text{ сН};$$

компонент 3, шерсть ангорская импортная L7900:

$$(E_3 F_3)_1 = \frac{24,39}{0,187} = 130,43 \text{ сН};$$

компонент 4, капроновое волокно:

$$(E_4 F_4)_1 = \frac{14,30}{0,275} = 52,00 \text{ сН}.$$

* Окончание. Начало см. в №4, 2007.

Жесткость компонента равна жесткости одного волокна, умноженной на число волокон m_i этого компонента. Доля i -го компонента смеси задается обычно по массе и обозначается β_i .

$$\bar{T} = \frac{1}{\sum_1^n \frac{\beta_i}{T_i}} = \frac{1}{\frac{0,257}{0,501} + \frac{0,220}{0,560} + \frac{0,380}{1,500} + \frac{0,143}{0,400}} = 0,659 \text{ текс}.$$

Прочность нити отождествляется с прочностью цепи, которая определяется прочностью ее наислабейшего звена. Таким звеном в пряже будет сечение с наименьшим числом волокон. Линейная плотность пряжи является суммой большого числа независимых между собой слагаемых, каждое из которых имеет незначительные размеры по сравнению со всей суммой.

В таком случае можем ожидать, что распределение данной величины мало отклоняется от нормальной формы, и с вероятностью 0,997 можем определить минимальную линейную плотность пряжи:

$$T_{\min} = \bar{T}_{\text{пряжи}} - 3\sigma,$$

где σ – среднее квадратическое отклонение, связанное с коэффициентом вариации S соотношением $S = \sigma / \bar{T}_{\text{пряжи}}$.

Так как прочность пряжи определяется при ее зажимной длине 500 мм, то из спектра квадратической неровноты пряжи по линейной плотности, полученного на приборе КЛА-2, выбираем значение, соответствующее полуметровым отрезкам: $S=7,8\%$. Вычисляем $T_{\min}=95,37$ текс.

Число волокон в этом сечении пряжи

$$m = \frac{T_{\min}}{T} = \frac{95,37}{0,66} = 144.$$

В соответствии с долевым участием компонентов получим число волокон каж-

$$P_* = T_{3*} (e_1 + e_2 + 1 + e_4) \langle \cos \vartheta \rangle = \bar{P}_{T3} (\ell) m_3 (e_1 + e_2 + 1 + e_4) k k_c \langle \cos \vartheta \rangle. \quad (2)$$

Вычисления начнем с варианта пряжи с круткой 287 кр/м, реально вырабатываемой на фабрике в течение последних лет.

В нашем случае: $\beta_1=0,257$; $\beta_2=0,220$; $\beta_3=0,380$; $\beta_4=0,143$.

Средняя линейная плотность волокон в смеси:

дого из них.

Но здесь надо иметь в виду, что от долей β_i компонентов по массе надо перейти к долям α_i по числу волокон, которые между собой связаны равенством

$$\alpha_i = \frac{\beta_i (\bar{\ell}_i \bar{T}_i)^{-1}}{\sum_1^n \frac{\beta_i}{\ell_i T_i}},$$

где $\bar{\ell}_i$ – средняя длина волокна i -го компонента.

Получим: $\alpha_1=0,338$; $\alpha_2=0,257$; $\alpha_3=0,123$; $\alpha_4=0,282$. Число волокон компонентов: $m_1=49$; $m_2=37$; $m_3=17$; $m_4=41$ и соответственно их жесткости $(E_i F_i) m_i$: $E_1 F_1=1167,7$ сН; $E_2 F_2=1172,9$ сН; $E_3 F_3=2217,3$ сН; $E_4 F_4=2132,0$ сН.

Первыми рвутся волокна с наименьшей предельной деформацией, в данном случае это волокна ангорской шерсти.

Обозначив соотношение жесткостей $e_i = \frac{E_i F_i}{E_3 F_3}$, получим отношения жесткости каждого компонента к наиболее жесткому: $e_1=0,527$, $e_2=0,529$, $e_4=0,961$.

Если обозначить суммарное натяжение каждого из компонентов T_i , то равновесие системы можно описать уравнением

$$(T_1 + T_2 + T_3 + T_4) \langle \cos \vartheta \rangle = P,$$

а прочность пряжи задается формулой

реденный косинус принимает значение $\langle \cos \vartheta \rangle = 0,95$.

Следующим этапом проектирования является расчет прочности T_{3*} наиболее жесткого, третьего компонента, который разрушается первым.

Механизм разрушения нити, представляющий собой последовательный разрыв волокон, сначала наиболее слабых, а затем, после обрыва одного волокна, перераспределение нагрузки на остальные $(m-1)$ волокон и т. д., учитывается коэффициентом реализации средней прочности волокон

$$k = \frac{(\alpha e)^{\frac{1}{\alpha}}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)}, \text{ где } \alpha - \text{параметр распреде-}$$

ления Вейбулла прочности волокон; $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера.

Параметры α и P_m распределения Вейбулла находятся из системы уравнений, выражающих среднюю прочность волокон \bar{P}_f и дисперсию их прочности D :

$$\bar{P}_f = P_m \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \text{ и}$$

$$D = P_m^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right].$$

Для волокон третьего компонента (ангорской шерсти): $\bar{P}_f = 26,703$ сН; $D = 36,79$ сН²; $P_m = 26,703$; $\alpha = 4,569$.

Реальная прочность исследуемой пряжи равна 475,5 сН; относительная ошибка прочности, предсказанная теоретически, составила 5,7%.

Теперь остается исследовать влияние крутки на прочность пряжи и попытаться отыскать условия, при которых развивается направленная потеря прочности и волокон могут скользить одно относительно другого. Часто приходится слышать, что при кручении силы трения между волок-

Тогда вычисленный коэффициент реализации средней прочности волокон в пряже принимает значение $k = 0,631$.

Моделирование волокна в виде звеньев цепи согласуется с представлениями о том, что разрушение обусловлено локальными дефектами. Справедливость такой модели подтверждается зависимостью прочности волокон от их длины, а также экспериментальными данными о прочности волокон, которую можно считать убывающей функцией длины волокон. Формула, определяющая среднюю прочность волокон длиной l , приведена в виде [3 (2)].

Принимая коэффициент трения между волокнами $\mu = 0,2$, по формуле [3 (14)] получаем длину скольжения $l_c = 2,537$ мм. Особо следует отметить совпадение расчетной величины длины скольжения с экспериментальной, полученной А.Н. Соловьевым при проектировании хлопчатобумажной пряжи. Это является одним из подтверждений универсальности метода. Длина волокна, воспринимающая и передающая нагрузку, $l = \bar{l}_f - 2l_c = 53,33$ мм, а прочность волокна, пересчитанная на эту длину, становится равной 16,9 сН.

Проскальзывание волокон уменьшает прочность пряжи и характеризуется коэффициентом скольжения:

$$k_c = 1 - \frac{2}{3\bar{l}_b} \sqrt{\frac{d_f Q}{2\mu(1 - \cos^2 \beta)}} = 0,971.$$

Окончательно вычисляем прочность многокомпонентной пряжи:

$$P_* = 16,9 \cdot 17 \cdot 3,017 \cdot 0,631 \cdot 0,971 \cdot 0,95 = 504,5 \text{ сН.}$$

нами увеличивают прочность пряжи. Такое мнение основано на ложном представлении о напряженном состоянии волокон в нити и пряже.

Чтобы силы трения существовали, необходимо относительное смещение взаимодействующих волокон. У винтовой линии главная нормаль пересекает ось нити под прямым углом и совпадает с ее радиусом. Как уже было отмечено, на волокно помимо растягивающего напряжения σ_f

действует поперечное напряжение g_i , обусловленное пространственной формой растянутого волокна. По мере увеличения растягивающей нагрузки увеличивается контактное давление между витками. Уже при незначительном растяжении нити она уплотняется с образованием структуры, очень близкой к идеализированной.

Система волокон в нити является самоуплотняющейся, то есть чем больше натяжение, тем сильнее поперечное обжатие. Рассматривая малый элемент волокна в нити, замечаем лишь силы, действующие параллельно и перпендикулярно оси волокна [2]. Если же при этом и следует говорить о скользящих волокнах и силах трения, то совсем в ином смысле, как это многие понимают. Как раз для нитей, образованных из коротких волокон, следует учитывать влияние скольжения на концах волокон, используя ранее изложенный подход.

Нами в [3] уже отмечено, что при $\ell < 2\ell_s$ защемление волокон отсутствует и волокна скользят одно относительно другого. Вычислим прочность той же пряжи в условиях скручивания интенсивностью $K=130$ кр/м. Схема расчета остается прежней.

Решающее значение приобретает длина скольжения:

$$\ell_s = \sqrt{\frac{aQ}{2\mu(1 - \cos^2 \beta)}}$$

При $\beta=0,226$ рад и $Q=30,77$ мм получим $\ell_s=7,63$ мм. Волокна с удвоенной длиной скольжения $\ell=15,26$ мм и короче не воспринимают внешнюю нагрузку, являясь

скользящими в изложенном выше смысле, и должны быть исключены из числа разрывающихся волокон. Из дифференциального и интегрального законов распределения волокон третьего компонента по длине диаграммы Hauteur, полученной на приборе Almeter, следует, что волокна длиной менее 16 мм составляют 27%.

Для этих пяти из семнадцати волокон совершенно отсутствует защемление концов волокон, и они свободно скользят относительно друг друга. Прочность волокна, пересчитанная на длину $\ell = \bar{\ell}_b - 2\ell_c = 43,14$ мм, в соответствии с формулой (2) становится равной 17,7 сН. Пересчитываем коэффициент скольжения k_c , усредненный $\langle \cos \vartheta \rangle$ и получаем $P_* = 17,7 \cdot 12 \cdot 3,017 \cdot 0,631 \cdot 0,913 \cdot 0,987 = 364,4$ сН.

Пользуясь приведенной схемой расчета, вычисляем прочность пряжи при различных значениях крутки: $K=180$ кр/м $\rightarrow P_* = 392,3$ сН; $K=230$ кр/м $\rightarrow P_* = 418,7$ сН.

В пряже с более интенсивной круткой чем 287 кр/м длина скольжения ℓ_s настолько мала, что скользящих волокон уже нет и число волокон, участвующих в нагружении, становится постоянным, равным в нашем случае 17. Коэффициент скольжения k_c увеличивается незначительно в отличие от усредненного $\langle \cos \vartheta \rangle$, который уменьшается с большей скоростью.

Основные результаты вычислений сведены в табл. 1 (прочность пряжи P_* в зависимости от крутки K).

Т а б л и ц а 1

№ варианта	Крутка K , кр/м	Угол β , рад	Длина скольжения, мм	Число волокон m	Коэффициент скольжения	$\langle \cos \vartheta \rangle$	Теоретическая прочность, сН
1	130	0,226	7,63	12	0,913	0,987	364,4
2	180	0,308	4,80	13	0,945	0,976	392,3
3	230	0,386	3,40	14	0,961	0,962	418,7
4	287	0,470	2,54	17	0,971	0,95	504,5
5	350	0,554	1,98	17	0,977	0,919	491,1
6	400	0,616	1,69	17	0,981	0,899	482,3

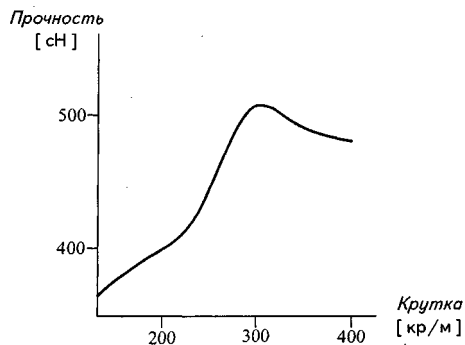


Рис. 1

Для аппроксимации теоретических величин прочности как функции крутки использован кубический сплайн (рис. 1), обеспечивший большую эффективность приближения интерполирующей кривой величин прочности (последний, восьмой столбец таблицы).

Вид кривой хорошо известен специалистам в области прядения и материаловедения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щербаков В.П., Скуланова Н.С. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2005, №2.
2. Hearle J.W.S., Grosberg P., Backer S. Structural Mechanics of Fibers, Yarns and Fabrics. – New York, 1969.
3. Щербаков В.П., Скуланова Н.С. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, №4. С.104...109.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 16.04.07.