

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ НАВИВАНИЯ КРАЙНЕГО ВИТКА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАКОВОК С ПЛОСКИМИ ТОРЦАМИ

А.В. КОНОВАЛОВ

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Крайний виток, навитый на тело вращения произвольной формы, будет находиться в равновесии, если максимальное значение тангенса угла геодезического отклонения  $\theta$  во всех точках этого витка не превышает действительного значения коэффициента трения скольжения  $f$  между наматываемой нитью и поверхностью тела намотки.

В общем случае  $\operatorname{tg}\theta$  в рассматриваемой точке  $M$  крайнего витка находят по формуле [1]:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{r' \cos \beta - r \beta' \sin \beta}{\cos^2 \beta - \frac{r r'' \sin^2 \beta}{1 + (r')^2}},$$

где  $r$  – радиус тела намотки в рассматриваемой точке крайнего витка;  $r' = dr/dy$  и  $r'' = d^2r/dy^2$  – первая и вторая производные  $r$  по  $y$ ;  $\beta$  – угол раскладки нити в рассматриваемой точке, принадлежащей крайнему витку и телу намотки;  $\beta' = d\beta/dy$ ;  $y$  – координата точки  $M$ , принадлежащей крайнему витку.

При формировании цилиндрической паковки с плоскими торцами крайний виток, навитый по заданной кривой на круглый цилиндр, будет находиться в равновесии, если

$$\operatorname{tg}\theta_{\max} = -\frac{r \beta' \sin \beta}{\cos^2 \beta} < f.$$

Если крайний виток навит по цилиндрической синусоиде, то тангенс угла раскладки  $\beta$  в рассматриваемой точке  $M$  этого витка равен

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\beta_0 \cos\left(\frac{\pi t}{t_{\text{рев}}}\right),$$

а

$$\beta' = -\frac{\pi \cos^2 \beta \operatorname{tg}\left(\frac{\pi t}{t_{\text{рев}}}\right)}{v t_{\text{рев}} \cos \beta_0}$$

и

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{\pi r \operatorname{tg}\beta_0 \sin\left(\frac{\pi t}{t_{\text{рев}}}\right)}{v t_{\text{рев}} \cos \beta_0 \sqrt{1 + \left[\operatorname{tg}\beta_0 \cos\left(\frac{\pi t}{t_{\text{рев}}}\right)\right]^2}},$$

где  $0 \leq t \leq t_{\text{рев}}$ .

При  $t = 0$  (в точке сопряжения  $M_0$  винтовой спирали с цилиндрической синусоидой)  $\operatorname{tg}\theta = 0$ , а при  $t = t_{\text{рев}}/2$  (в крайней точке  $M_1$  крайнего витка)  $\operatorname{tg}\theta$  достигает максимального значения:

$$\operatorname{tg}\theta_{\max} = \frac{\pi r \operatorname{tg}\beta_0}{v t_{\text{рев}} \cos \beta_0}.$$

Все точки крайнего витка, навитого на круглый цилиндр по цилиндрической синусоиде, будут находиться в устойчивом равновесии, если

$$\operatorname{tg}\theta_{\max} = \frac{\pi r \operatorname{tg}\beta_0}{v t_{\text{рев}} \cos \beta_0} < f,$$

а искомое время реверса точки наматывания (время навивания крайнего витка):

$$t_{\text{пев}} \geq \frac{\pi r \operatorname{tg} \beta_0}{v f \cos \beta_0}.$$

При навивании первого крайнего витка на шероховатый нитеноситель радиуса  $r_0$ :

$$t_{\text{пев}} = \frac{\pi r_0 \operatorname{tg} \beta_0}{v f_{\text{н}} \cos \beta_0},$$

где  $f_{\text{н}}$  – коэффициент трения скольжения между наматываемой нитью и поверхностью нитеносителя.

Такой же крайний виток, но навитый на тело намотки радиуса  $r > r_0$ , будет находиться в устойчивом равновесии при условии, если

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{r \rho^2}{\sqrt{[\rho^2 - (\rho \sin \beta_0 - \omega t)^2]^3} \sqrt{1 + \left[ \frac{\rho \sin \beta_0 - \omega t}{\sqrt{\rho^2 - (\rho \sin \beta_0 - \omega t)^2}} \right]^2}}.$$

В точке сопряжения  $M_0$  крайнего витка с винтовой спиралью (когда  $t = 0$ ):

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{max}} = \frac{r}{\rho \cos^2 \beta_0} < f,$$

откуда находим минимально допустимое значение радиуса  $\rho$  дуги сопряжения:

$$\rho_{\text{min}} > \frac{r}{f \cos^2 \beta_0},$$

при котором все точки крайнего витка будут находиться в равновесии.

Следовательно, искомое время навивания крайнего витка по дуге окружности радиуса  $\rho$ :

$$t_{\text{пев}} = \frac{2\rho_{\text{min}} \sin \beta_0}{\omega r} = \frac{2r \operatorname{tg} \beta_0}{v f \cos^2 \beta_0}.$$

Если крайний виток будем навивать по цилиндрической параболе, то тангенс угла

$$r \leq r_0 f_{\text{н}} / f_{\text{н}},$$

где  $f_{\text{н}}$  – коэффициент трения скольжения (сцепления) между наматываемой нитью и поверхностью тела намотки (тело, сформированное из наматываемой нити).

Если крайний виток будем навивать по цилиндрической дуге окружности радиуса  $\rho$ , то тангенс угла раскладки  $\beta$  у этого витка:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\rho \sin \beta_0 - \omega t}{\sqrt{\rho^2 - (\rho \sin \beta_0 - \omega t)^2}},$$

а тангенс угла геодезического отклонения  $\theta$  в рассматриваемой точке  $M$  крайнего витка:

раскладки у этого витка:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta_0 (t_{\text{пев}} - 2t)}{t_{\text{пев}}},$$

а тангенс угла геодезического отклонения:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2 \operatorname{tg} \beta_0}{\omega t_{\text{пев}} \sqrt{1 + \left[ \frac{\operatorname{tg} \beta_0 (t_{\text{пев}} - 2t)}{t_{\text{пев}}} \right]^2}}.$$

В крайней точке  $M_1$  крайнего витка (когда  $t = t_{\text{пев}}/2$ ):

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{max}} = \frac{2 \operatorname{tg} \beta_0}{\omega t_{\text{пев}}} = \frac{2r \operatorname{tg} \beta_0}{v t_{\text{пев}} \cos \beta_0} < f,$$

а искомое время навивания крайнего витка:

$$t_{\text{пев}} = \frac{2r \operatorname{tg} \beta_0}{v f \cos \beta_0}.$$

Если крайний виток будем навивать по предельной цилиндрической цепной линии, то угол раскладки у этого витка:

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{sh}[f(\varphi_0 - \varphi)] = \frac{e^{f(\varphi_0 - \varphi)} - e^{-f(\varphi_0 - \varphi)}}{2},$$

а угол геодезического отклонения  $\theta$  во всех точках крайнего витка:

$$\operatorname{tg}\theta = f.$$

Так как угол

$$\varphi_0 = \frac{1}{f} \ln \frac{1 + \sin \beta_0}{\cos \beta_0},$$

то всей предельной кривой (крайнему витку) соответствует центральный угол  $\varphi_{\text{рев}} = 2\varphi_0$  и дуга окружности радиуса  $r$ :

$$s_{\text{рев}} = 2r\varphi_0 = \frac{2r}{f} \ln \frac{1 + \sin \beta_0}{\cos \beta_0} = v t_{\text{рев}} \cos \beta_0,$$

откуда находим время навивания крайнего витка:

$$t_{\text{рев}} = \frac{2r}{vf \cos \beta_0} \ln \frac{1 + \sin \beta_0}{\cos \beta_0}.$$

Значения времени навивания крайнего витка по рассмотренным выше кривым приведены в табл. 1. Исходные данные:  $v = 25$  м/с;  $\beta_0 = 12^\circ$ ;  $r_0 = 50$  мм;  $f_n = 0,25$ .

Т а б л и ц а 1

№ п/п	Вид кривой крайнего витка	Параметры крайнего витка					Ускорение $\ddot{y}$ , м/с <sup>2</sup> ,	
		$t_{\text{рев}}$ , с	$H_1$ , мм	$S_{\text{рев}}$ , мм	$\operatorname{tg}\theta$ при		при	
					$t=0$	$t=t_{\text{рев}}/2$	$t=0$	$t=t_{\text{рев}}/2$
1	Цилиндрическая дуга окружности радиуса $\rho$	0,0035	4,57	86,9	0,25	0,24	-3057	-2861
2	Цилиндрическая парабола	0,0034	4,52	85,0	0,25	0,25	-2990	-2990
3	Цилиндрическая цепная линия	0,0034	4,47	84,4	0,25	0,25	-3057	-2990
4	Цилиндрическая синусоида	0,0055	9,04	133,6	0	0,25	0	-2990

## ВЫВОДЫ

Крайний виток, навитый по цилиндрической синусоиде, находится в наилучших условиях с точки зрения его равновесия и устойчивости по сравнению с кривыми второго порядка.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Прошков А.Ф.// Механизмы раскладки нити. – М.: Легпромбытиздат, 1968.

Рекомендована кафедрой проектирования машин для производства химических волокон и красильно-отделочного оборудования. Поступила 25.12.06.