УДК 519.865.7/.873

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ПОЛУЧЕНИЯ МАЛООТХОДНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПЛАНОВЫХ НОРМАТИВОВ В ЗАДАЧАХ, СВЯЗАННЫХ С РАСКРОЕМ.

В. В. КЛЕЙНОСОВ

(Московский государственный текстильный университет им. А. Н. Косыгина)

Производственная система преобразует товар исходной геометрической формы (сырье) в товар, отвечающий заранее запланированным геометрическим характеристикам (продукцию). Сырье может быть идентифицировано одним произвольным параметром H, в то время как продукция может быть охарактеризована μ-мерным вектором пар чисел – $((a_1, b_1), (a_2, b_2), ...(a_\mu, b_\mu))$. Для простоты будем считать a_i, b_i, H целыми положительными числами, так как в противном случае можно перейти к целым числам, изменив размерность (0,87 м = 87 мм). Не нарушая общности, можно считать $a_i > b_i (i = 1,2,..\mu)$. Геометрический смысл сырья – рулон ширины H произвольной длины, а двумерная координата (a_i, b_i) определяет длину и ширину i-го прямоугольника, описывающего заданное лекало i-го вида.

Известно, что производство выделяет r_i режущих станков одинаковой производительности v_i (ед. длины / мин) для вырезания прямоугольников i-го вида, причем в качестве дополнительных данных можно рассмотреть, получаемые экспериментально временные коэффициенты k_i, учитывающие сложность вырезки i- го лекала из прямоугольника (a_i, b_i), так что время τ_i вырезания i-го лекала определяется формулой:

$$\tau_i = \frac{2a_i + 2b_i}{v_i} k_i = \frac{P_i}{v_i} k_i,$$

где P_i – периметрi-го прямоугольника.

Требуется рассчитать минимальный цикл поставки сырья, обеспечивающий бесперебойную работу режущих устройств при минимуме отходов, который в случае неизменности характеристик технической базы производства мог бы быть воспроизведен неограниченное число раз.

Решение такой задачи можно рассматривать как базу для создания, по крайней мере, трех видов интегрированных систем оперативного управления производством. [1, с. 91, 122]

1. Это – MRP, основными целями которой являются: гарантийное удовлетворение потребности в материальных ресурсах, поддержание минимально возможного уровня запасов; повышение точности планирования производства, поставок и закупок сырья (исходных материалов).
2. DRP – автоматизированная система управления исходящими товарами.
3. Автоматизированные системы управления материальными и информационными потоками по принципу "точно вовремя", которые рассматривают процесс производства и связанные с ним снабжение и сбыт как единый непрерывный производственный поток. Управление материальными потоками осуществляется на основе обратного планирования сроков: производитель не имеет законченного плана и графика работы, он тесно связан не с общим, а с конкретным заказом потребителя этой продукции и оптимизирует свою работу в пределах этого заказа. Для всех подразделений разрабатываются только усредненные планы (на месяц), а их детализация по заказам (дням, часам) производится непосредственными исполнителями работ с учетом сдачи деталей (сборочных единиц) и объема полученного задания.

Существование технического решения обеспечивается условием $a_i < H(i = 1,2,...\mu)$ и устойчивостью формы сырья: рулон бесконечной длины с шириной H не меняет своей геометрической формы, при отторжении от него любого конечного числа прямоугольников шириной H.

Будем решать задачу "ортогональным" (отдельно для каждого i) методом, определяя для каждого i тот минимум малоотходных затрат длины рулона L_i, на основании которых может быть построен долгосрочный усредненный (например, месячный) план непрерывной работы станков, выдерживающий стратегию малоотходности (безотходности). Задача имеет одинаковую формулировку и метод решения для любого i, поэтому может быть сформулирована в общем виде.

Для заданных чисел a, b, H найти натуральные nи m такие, что

$$\left\{H - \sum (ma + nb)\right\} = \min_{n,m}, \; H > a > b. \quad (1)$$

Для записи аналитического решения этой задачи выберем трехмерный вектор:

$$\left\{H(m,n), \frac{H(m,n)L(H(m,n))}{ab}, L(H(m,n))\right\}. \quad (2)$$

Первая координата трехмерного вектора (2) имеет вид:

$$H(m,n) = ma + nb,$$

где m и n – натуральные числа, удовлетворяющие (1).

Третья координата имеет вид:

$$L(H(m,n)) = \begin{cases} \text{НОК}(a,b) \text{при } m \neq 0, n \neq 0, \\ a, \text{при } m = 0, \\ b, \text{при } n = 0, \end{cases}$$

где НОК(a, b) – наименьшее общее кратное чисел a и b.

Вторая координата – это произведение первой и третьей координаты, поделенное на площадь базового прямоугольника ab. При заполнении координат вектора (2) вначале заполняются первая, затем – третья, и, наконец, – вторая.

Все три координаты вектора имеют геометрический смысл. Первая координата – расходуемая ширина рулона $((H - H(m,n))$ – остаточная часть ширины рулона), третья координата – расходуемая длина рулона, вторая координата – количество базовых прямоугольников, содержащихся в используемом прямоугольнике. Значение первой координаты в рассматриваемом случае лучше находить графически (рис.1 – малоотходные альтернативы).

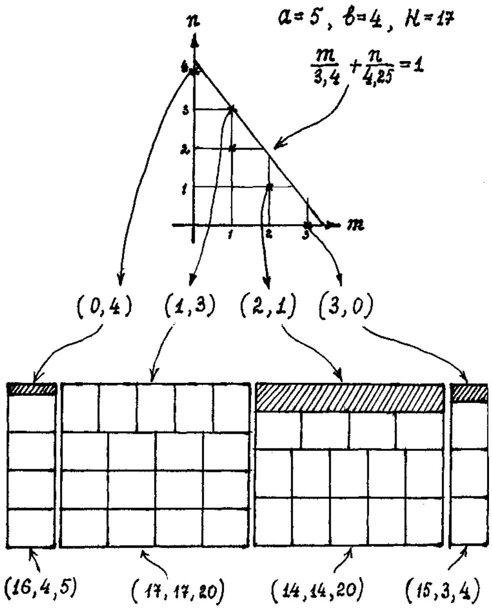

Рис. 1

Рассмотрим примеры получения безотходных и малоотходных составляющих долгосрочных календарных планов.

Пусть $H = 17, a = 5, b = 4$. Составим условие (1): $ma + mb \le H$. Поделим (1) на H, получим $\frac{m}{\alpha} + \frac{n}{\beta} \le 1$, где $\alpha = \frac{m}{a}, \beta = \frac{n}{b}$. Для решения этой задачи достаточно построить треугольник в плоскости (m, n), удовлетворяющий неравенству

$$\frac{m}{\alpha} + \frac{n}{\beta} \le 1, m \ge 0, n \ge 0,$$

и перечислить целочисленные координаты точек, лежащих внутри этого треугольника

$$\alpha = \frac{17}{5} = 3{,}4; \beta = \frac{17}{4} = 4{,}25.$$

Будем считать точками, обеспечивающими безотходность и малоотходность все целые точки внутри треугольника, а именно: (3,0), (2,1),(1,3), (0,4). Этим точкам будут соответствовать тройки чисел: (15,3,4), (14,14,20), (17,17,20), (16,4,5). Безусловно, лучшим (безотходным) вариантом является третий: (17,17,20). Если ввести величину (ОКО) относительного коэффициента отходности по формуле $\frac{H - H(m,n)}{H} =$ =(ОКО), то по (ОКО) полученные случаи могут быть расставлены по приоритету: (16,4,5), (15,3,4), (14,14,20). Этот приоритет может учитывать ЛПР при отборе вариантов. В случае $a = 5, b = 4, H = 20$, очевидно, оба варианта (20,4,5),(20,5,4) безотходны.

ВЫВОДЫ

Полученное аналитическое выражение (2) позволяет при разработке календарно-плановых нормативов, таких как размер партии одновременно обрабатываемых деталей, сборочных единиц, изделий; длительность производственного цикла изготовления изделий, отдельных его сборочных единиц и деталей; периодичность запуска (выпуска) партии изделий или отдельных их частей, внести требования безотходности (малоотходности), что является необходимым качественным признаком функционирования любой производственной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Родионова В.Н., Туровец О.Г.* Организация производства и управление предприятием. – М.: РИОР, 2005.

2. *Акулич И.Л.* Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая школа, 1986. С.8...9.

Рекомендована кафедрой высшей математики. Поступила 25.12.06.