

ОЧЕРК О МЕХАНИКЕ НИТИ

В.П. ЩЕРБАКОВ

профессор, докт. техн. наук, член редколлегии журнала

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Основоположником и создателем механики нити часто называют Андрея Петровича Минакова. Это и верно и неверно. Неверно потому, что отдельными вопросами механики нити занимались еще Эйлер, Лагранж, Остроградский и другие выдающиеся механики и математики. Эйлер всегда откровенно писал о своей работе. Возьмем задачи, связанные с нитью, которая так интересовала его. Он думал над вопросом о нити 43 года. Это не значит, конечно, что Эйлер 43 года занимался только одной нитью. За это время он работал над сотнями других проблем, а к вопросу о нити периодически возвращался. В итоге получены изящные результаты, которыми мы пользуемся сейчас.

Основное дифференциальное уравнение динамики нити в векторной форме известно давно:

$$\frac{\partial T}{\partial s} + f = \mu w.$$

Дифференциальные уравнения движения гибкой нерастяжимой нити в проекциях на естественные оси имеют вид:

$$\begin{aligned} \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + \omega_2 v_3 - \omega_3 v_2 \right) - \frac{\partial T}{\partial s} - f_1 &= 0, \\ \mu \left(\frac{\partial v_2}{\partial t} + \omega_3 v_1 - \omega_1 v_3 \right) - \frac{T}{\rho} - f_2 &= 0, \\ \mu \left(\frac{\partial v_3}{\partial t} + \omega_1 v_2 - \omega_2 v_1 \right) - f_3 &= 0. \end{aligned}$$

Эти уравнения должны быть проинтегрированы с учетом уравнений Дарбу:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_1}{\partial s} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho_1} \right) &= \frac{\omega_2}{\rho}, \\ \frac{\partial \omega_2}{\partial s} &= \frac{\omega_3}{\rho_1} - \frac{\omega_1}{\rho}, \\ \frac{\partial \omega_3}{\partial s} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho_1} \right) &= -\frac{\omega_2}{\rho_1} \end{aligned}$$

и кинематических условий для скоростей (формулы Резаля – Флоке):

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_1}{\partial s} - \frac{v_2}{\rho} &= 0, \\ \frac{\partial v_2}{\partial s} + \frac{v_1}{\rho} - \frac{v_3}{\rho} &= \omega_3, \\ \frac{\partial v_3}{\partial s} + \frac{v_2}{\rho_1} &= -\omega_2. \end{aligned}$$

В результате получена система девяти дифференциальных уравнений с девятью неизвестными функциями двух независимых переменных s и t : $T, \rho, \rho_1, v_1, v_2, v_3, \omega_1, \omega_2, \omega_3$. Привожу эти уравнения, не раскрывая понятий силовых, кинематических, массовых и других величин, чтобы обратить внимание, во-первых, на сложность уравнений даже идеальной, не сопротивляющейся изгибу и кручению нити, не говоря уже о вязкоупругости; во-вторых, что особенно важно для идеи механики нити как самостоятельного раздела науки, из-

вестные дифференциальные уравнения движения гибкой нерастяжимой нити замыкают уравнения Дарбу и Резаля – Флокке. Поэтому, на первый взгляд, А. П. Минаков не должен был бы относиться к создателю самостоятельного раздела механики. Но только А. П. Минаков собрал воедино, разделил все известное о нити на статику, кинематику и динамику, ликвидировал белые пятна в основополагающих вопросах механики нити. Именно в этом смысле Андрея Петровича можно считать творцом механики нити. В механике нити наряду с уравнениями Эйлера и Дарбу есть уравнение Минакова и функции Минакова. В классическом труде А. П. Минакова “Основы механики нити” [1] изложены основные положения механики идеально гибкой нити, большое внимание уделено выводу и обоснованию фундаментальных уравнений кинематики и динамики нити.

Современная теория абсолютно гибкой нити наиболее полно представлена в монографии Ю.В. Якубовского, В.С. Живова, Я.И. Коритыцкого, И.И. Мигушова [2], в учебнике Д.Р. Меркина [3].

Механика гибких упругих стержней и жестких нитей имеет свою историю, которая начинается с конца семнадцатого века. Первые исследования по упругим на изгиб линиям принадлежат Я. Бернулли и Л. Эйлеру. Ж. Лагранж в трактате по аналитической механике отдельную главу посвятил статике гибкой и упругой при изгибе нити. Проблема упругого равновесия тонкого стержня двойкой кривизны была поставлена Г. Кирхгоффом в 1859 г. Дальнейшее развитие теория гибких упругих стержней получила в работах А. Клебша, А. Лява.

Научные работы Е.Л. Николаи в области теории равновесия и устойчивости упругих тонких стержней являются блестящим вкладом в механику. Его монография “К задаче об упругой линии двойкой кривизны” по существу является основой современной статики упругой нити. В этом интересном и важном для приложений разделе теории упругости им получены результаты столь большого значения, что мимо них не может пройти ни один исследователь, соприкасающийся с этой отраслью науки.

В области механики упругой нити по широте охвата материала и по глубине анализа заслуживает быть отмеченным учебник В. А. Светлицкого “Механика стержней” [5], изданный в двух книгах.

В монографии Е.П. Попова [6] дан классический по своей простоте и строгости анализ поставленных задач, представляющий для всякого начинающего ученого образец того, как надо проводить математические исследования механической задачи.

Имя Ивана Ивановича Мигушова известно каждому российскому инженеру и научному работнику в области текстильной технологии. Его монография “Механика текстильной нити и ткани” [7] 1980 года хорошо знакома студентам и преподавателям высших учебных заведений текстильного профиля. Широкие круги инженеров-конструкторов и технологов, ученых-текстильщиков знают И.И. Мигушова как автора замечательных работ по теории процессов текстильной промышленности. Глубокая осведомленность в вопросах механики характерна для всей творческой деятельности И.И. Мигушова. Из работ Мигушова видно, что им прочитано все или почти все, что можно прочитать по механике упругой нити. Если в современной литературе сделана ссылка на литературу, то нельзя с уверенностью сказать, что эта работа автором прочитана. На законы Кулона ссылались 90...100 лет, а когда кто-то внимательно и добросовестно просмотрел работы Кулона, то никаких таких “законов Кулона” не нашел.

И.И. Мигушовым разработаны основы нелинейной механики жесткой нити и ткани с учетом нелинейно-упруговязкопластических деформаций растяжения, изгиба, кручения. Многие прикладные исследования, выполненные Мигушовым, являются оригинальными. Его исследования всегда преследовали цель ответить на вопросы, задаваемые инженерной практикой. Прошедшие школу И.И. Мигушова специалисты в настоящее время ведут практическую и исследовательскую работу во всех областях текстильной промышленности.

Образцовыми по строгости и научности

изложения являются исследования В.М. Кагана. В его книге "Взаимодействие нити с рабочими органами текстильных машин" [8] основное внимание уделено изложению методов расчета нити в процессах, в которых определяющим является взаимодействие нити с шероховатой поверхностью. В. М. Каганом в значительной степени преодолен разрыв между работами теоретического и прикладного характера. Им получены уравнения движения нити по поверхности, заданной эйлеровыми криволинейными координатами. Особое внимание уделено заданию граничных условий, соответствующих реальным технологическим схемам, а также вычислительной стороне механики нити. В результате разработаны методы исследования, определяющие закономерности разнообразных технологических процессов и позволяющие создать общие принципы расчета.

Текстильные материалы обладают многими характерными механическими свойствами, которые или отсутствуют, или присутствуют лишь в малой степени в других материалах (металлах и др.). Испытания нитей и полотен включают в себя опыты по определению прочности, усталости, истирания, стойкости к удару и т.д. В этих испытаниях важную роль играет время. Хорошо известно, что механика деформируемого твердого тела имеет в своей основе три системы уравнений, позволяющих решать ее проблемы, – уравнения равновесия (движения – в динамической задаче), уравнения совместности деформаций и физические, или, как их называют иначе, определяющие уравнения. Если уравнения совместности деформаций, имеющие чисто геометрический характер, могут быть составлены с любой степенью точности чисто теоретически, без эксперимента, а уравнения равновесия, опирающиеся на общие для всех тел и хорошо известные, давно установленные экспериментальные факты, не нуждаются в опытной проверке, то последняя система – система определяющих уравнений – может быть составлена лишь на основании эксперимента. Поэтому мера достоверности теории полностью обусловлена степенью идейной

полноценности и точности эксперимента, положенного в ее основу, и адекватности отображения результатов этого эксперимента в математическом аппарате теории через определяющие уравнения.

Особенно нужно отметить, что явления, связанные с зависимостью напряжений и деформаций от времени, впервые были обнаружены и исследованы на текстильных материалах. Классический эксперимент по ползучести, в котором была установлена нелинейная упругость при малых деформациях шелковых нитей, был выполнен В. Вебером в Геттингене в 1835 г. [9]. Во время опытов Вебер сделал важное открытие, которое назвал "упругим последствием". В 1841 г., через 6 лет после открытия упругого последствия, Вебер обнаружил, что это явление имеет парадоксальный характер: образец может укорачиваться после увеличения растягивающей нагрузки и удлиняться после ее снижения. Теория упругого последствия, предложенная Больцманом, получила значительное развитие в работах Вольтера, который очень точно назвал ее наследственной теорией вязкоупругости. В современной литературе термин "наследственная упругость" обычно заменяется словосочетанием "вязкоупругость". В создании и развитии теории вязкоупругости применительно к текстильным материалам в условиях их формирования и переработки важную роль сыграл В.П. Щербаков [10]. Дальнейшее свое развитие это направление современной механики нити применительно к ткачеству нашло в работах С.Д. Николаева.

Давая краткие оценки основным направлениям механики нити, не хотелось бы с позиций современной науки отмечать несовершенства многих исследований основных разделов теоретической и прикладной механики нити. Можно лишь сказать, что механики-текстильщики внесли значительный вклад в развитие механики нити. Применение ее методов и полученных решений могут и должны способствовать дальнейшему развитию механики текстильных нитей и полотен и выйти на современный мировой уровень науки о волокнистых материалах. Мне остается толь-

ко добавить пожелание, чтобы наш труд текстильщиков выглядел достойным рядом с успехами отечественных и особенно зарубежных механиков, работающих в области волокнистых материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Минаков А.П.* Основы механики нити // Научно-исследовательские труды Московского текстильного института. – 1941, т. 9, вып. 1. С.1...88.
2. Основы механики нити / Якубовский Ю. В., Живов В. С., Коритынский Я. И., Мигушов И. И. – М.: Легкая индустрия, 1973.
3. *Меркин Д.Р.* Введение в механику гибкой нити. – М.: Наука, 1980.
4. *Николаи Е.Л.* Труды по механике. – М.: Гос. изд. технико-теорет. лит., 1955.

5. *Светлицкий В.А.* Механика стержней. – Ч. 1,2. – М.: Высшая Школа, 1987.
6. *Попов Е.П.* Теория и расчет гибких упругих стержней. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.
7. *Мигушов И.И.* Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1980.
8. *Каган В.М.* Взаимодействие нити с рабочими органами текстильных машин. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.
9. *Белл Ф. Дж.* Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. – Ч. 1. – М.: Наука, 1984.
10. *Щербаков В.П.* Прикладная механика нити. – М.: МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2001.

Поступила 01.10.07.
