

УДК 677.024.01

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НИТЕЙ ОСНОВЫ И УТКА В ТКАНЯХ ПОЛОТНЯНОГО ПЕРЕПЛЕТЕНИЯ*

И. Н. ЧИСТОВА, С. Г. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная текстильная академия,
Ивановская государственная архитектурно-строительная академия)

Система [1] аналитического описания строения ткани полотняного переплетения довольно сложна и не всегда удобна для определения характеристик ткани.

Рассмотрим частный случай, когда прогибы нитей в элементе ткани значительно меньше, чем длина волны нити. В частности, к таким тканям относятся технические полуфабрикаты, используемые для получения армированных пластмасс, композиционных термопластов, а также ряд других бытовых и технических тканей.

Для решения поставленной задачи воспользуемся уравнением (8) из [1]:

$$dQ_0/dS - N_0 d\varphi/dS + q_0 [1 - H(S - S_1) - H(S - S_2)] = 0, \quad (1)$$

* Работа выполнена под руководством проф., докт. техн. наук Г. В. Степанова.

где Q_0 — перерезывающая сила;
 N_0 — натяжение основной нити;
 q_0 — распределенная нагрузка;
 φ — угол наклона к оси абсцисс, касательной к оси нити;
 $H(S-S_i)$ — функция Хевисайда;
 S, S_i — координаты.

Исключим из (1) силу Q_0 , для чего воспользуемся соотношением

$$dQ_0/dS = A_0 d^3\varphi/dS^3, \tag{2}$$

где A_0 — жесткость нити на изгиб.

Тогда с учетом (2) уравнение (1) примет вид

$$A_0 d^3\varphi/dS^3 - N_0 d\varphi/dS + q_0 [1 - H(S-S_1) - H(S-S_2)] = 0. \tag{3}$$

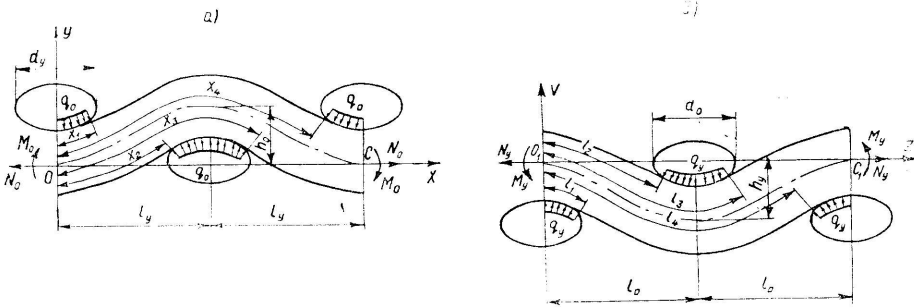


Рис. 1.

При малых прогибах нити $dS \approx dX$ и $dY/dX \approx \varphi$. Кроме того, учитывая обозначения на рис. 1-а, где показан разрез ткани вдоль нитей основы, (3) запишется в виде

$$A_0 d^4 Y/dX^4 - N_0 d^2 Y/dX^2 + q_0 [1 + A(x)] = 0, \tag{4}$$

где

$$A(x) = -H(X-X_1) - H(X-X_2) + H(X-X_3) + H(X-X_4). \tag{5}$$

Основное соотношение для приближенного решения задачи о равновесии стержня (нити) имеет вид [2]:

$$\int_0^l F(Y) \delta Y dX = 0, \tag{6}$$

где $F(Y)$ — уравнение равновесия жесткой нити;
 δY — возможное обобщенное перемещение.

Представим прогиб в виде ряда

$$\tilde{Y} = \sum_{i=1}^n a_i \varphi_i(X), \tag{7}$$

где a_i — произвольные числа;
 $\varphi_i(X)$ — известные функции, удовлетворяющие крайним условиям.

Возможные перемещения точек осевой линии нити ищем в виде функции, подобной прогибам:

$$\delta Y = \sum_{i=1}^n \delta b_i \varphi_i(X), \quad (8)$$

где δb_i — независимые произвольные величины.

Учитывая (6)...(8), имеем

$$\sum_{i=1}^n \delta b_i \int_0^l F(a_i, \varphi_i) \varphi_i dX = 0. \quad (9)$$

Поскольку величина δb_i независима, из (9) находим систему уравнений типа

$$\int_0^l F(a_i, \varphi_i) \varphi_i dX = 0. \quad (10)$$

В нашем случае выражение для прогиба удобнее задать в виде

$$\tilde{Y} = \sum_{i=2; 4; 6}^n a_i (1 - \cos \pi n X / 2l_y). \quad (11)$$

Ограничимся функцией при $n=2$, тогда

$$\tilde{Y} = a(1 - \cos \pi X / l_y). \quad (12)$$

Нетрудно убедиться, что (12) удовлетворяет краевым условиям задачи:

$$X=0; \tilde{Y}=0; d\tilde{Y}/dX=0; X=2l; \tilde{Y}=0; d\tilde{Y}/dX=0.$$

Дважды дифференцируя (12), имеем

$$d^2\tilde{Y}/dX^2 = (a\pi^2/l_y^2) \cos(\pi X/l_y). \quad (13)$$

После повторного двойного дифференцирования получим

$$d^4\tilde{Y}/dX^4 = (-a\pi^4/l_y^4) \cos(\pi X/l_y). \quad (14)$$

Возможные перемещения точек осевой линии нити ищем в виде функции, подобной прогибу

$$\varphi = 1 - \cos \pi X / l_y. \quad (15)$$

Учитывая (4), (10), (13)...(15), записываем

$$\int_0^{2l_y} \left\{ -A_0 \frac{a\pi^4}{l_y^4} \cos \frac{\pi X}{l_y} - N_0 \frac{a\pi^2}{l_y^2} \cos \frac{\pi X}{l_y} + \right. \\ \left. + q_0 [1 + A(x)] \right\} (1 - \cos \pi X / l_y) dX = 0. \quad (16)$$

Вычисления интегралов дает

$$-\int_0^{2l_y} A_0 \frac{a\pi^4}{l_y^4} \cos \frac{\pi X}{l_y} (1 - \cos \pi X/l_y) dX = A_0 \frac{a\pi^4}{l_y^3}; \quad (17)$$

$$-\int_0^{2l_y} N_0 \frac{a\pi^2}{l_y^2} \cos \frac{\pi X}{l_y} (1 - \cos \pi X/l_y) dX = N_0 \frac{a\pi^2}{l_y}; \quad (18)$$

$$q_0 \int_0^{2l_y} [1 + A(x)] (1 - \cos \pi X/l_y) dX = -q_0 \frac{4l_y}{\pi} \sin \frac{\pi d_y}{2l_y}. \quad (19)$$

Используя (17)...(19), из (16) получаем

$$a = 4q_0 l_y^2 \sin(\pi d_y/2l_y) / \pi^3 (\pi^2 A_0/l_y^2 + N_0) \quad (20)$$

и, подставляя в (12), имеем

$$\tilde{Y} = [4q_0 l_y^2 \sin(\pi d_y/2l_y) / \pi^3 (\pi^2 A_0/l_y^2 + N_0)] (1 - \cos \pi X/l_y). \quad (21)$$

Величина прогиба (высота волны) основной нити при $X = l_y$

$$h_0 = 8q_0 l_y^2 \sin(\pi d_y/2l_y) / \pi^3 (\pi^2 A_0/l_y^2 + N_0). \quad (22)$$

Аналогичное равенство записываем и для уточной нити, используя разрез ткани вдоль нитей утка (рис. 1-б):

$$h_y = 8q_y l_0^2 \sin(\pi d_0/2l_0) / \pi^3 (\pi^2 A_y/l_0^2 + N_y). \quad (23)$$

С учетом соотношения проф. Н. Г. Новикова, что сумма высот волн изгиба равна сумме диаметров нитей, запишем систему, позволяющую определить отдельные геометрические, структурные и силовые характеристики взаимодействия нитей в ткани:

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= 8q_0 l_y^2 \sin(\pi d_y/2l_y) / \pi^3 (\pi^2 A_0/l_y^2 + N_0); \\ h_y &= 8q_y l_0^2 \sin(\pi d_0/2l_0) / \pi^3 (\pi^2 A_y/l_0^2 + N_y); \\ h_0 + h_y &= d_0 \eta_{ов} + d_y \eta_{ув}; \\ l_y q_0 \sin(\pi d_y/2l_y) &= l_0 q_y \sin(\pi d_0/2l_0), \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где $\eta_{ов}$, $\eta_{ув}$ — коэффициенты вертикального смятия нитей основы и утка.

Последнее уравнение системы получено из условия, что в месте контакта основной и уточной нитей нагрузки на нити равны.

Для приближенных расчетов систему (24) запишем иначе, учитывая, что при малых прогибах $\sin \varphi \approx \varphi$:

$$\left. \begin{aligned} h_0 &= 4q_0 l_y d_y / \pi^2 (\pi^2 A_0/l_y^2 + N_0); \\ h_y &= 4q_y l_0 d_0 / \pi^2 (\pi^2 A_y/l_0^2 + N_y); \\ h_0 + h_y &= d_0 \eta_{ов} + d_y \eta_{ув}; \\ q_0 d_y &= q_y d_0. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Из (24)

$$N_y = l_0/l_y [(\pi^2 A_0/l_y^2) + N_0] K - (\pi^2 A_y/l_0^2), \quad (26)$$

где $K = h_0/h_y$.

Равенство (26) позволяет при известном натяжении основной нити и заданном коэффициенте K определить необходимое натяжение уточной нити для получения на станке ткани нужной фазы строения.

ВЫВОДЫ

1. Рассмотрено взаимодействие основной и уточной нитей в элементе ткани полотняного переплетения и получены системы, позволяющие определить отдельные геометрические, структурные и силовые характеристики, которые влияют на строение ткани.

2. Найдена взаимосвязь между порядком фазы строения ткани, натяжением основной и уточной нитей; при заданном порядке и известном натяжении основной нити можно определить натяжение уточины для получения ткани нужной фазы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов Г. В. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. — 1991, № 5. С. 42. . 46.
2. Светлицкий В. А. Механика гибких стержней и нитей. — М.: Машиностроение, 1978. С. 54. . 58.

Рекомендована кафедрой ткачества ИГТА. Поступила 26.09.96.
