ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

№ 2 (236) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 1997

УДК 621.86.01:62-525

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ

А. С. ДОНСКОЙ, В. А. КЛИМОВ

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

Рассмотрим методику расчета пневматических объектов с распределенными параметрами типа линий связи (ЛС). Предлагается новый подход к решению системы дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического вида, представляющих собой конечные аналитические выражения для общего случая ЛС, когда на входе и выходе линии установлены пневматические дроссели, а давление на входе изменяется по произвольному закону.

За математическую модель ЛС используем систему дифференциальных уравнений из [1]:

$$\left.\begin{aligned}&(\partial P/\partial x)+(8\pi\Theta(\rho v)/f)+(\partial(\rho v)/dt)=0,\\&(\partial(\rho v)/\partial x)+1/c^2(\partial P/\partial t)=0,\\&P/\rho=RT,\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

где f — площадь поперечного сечения линии;
c — скорость звука в газе;
P, ρ и v — текущие значения давления, плотности и скорости газа в линии;
R — газовая постоянная;
T — температура газа;
Θ — коэффициент кинематической вязкости газа.

Особенности линии, то есть характеристики ее входа и выхода (открытый или задросселированный вход и выход; заглушенный выход и т. д.), определяются граничными условиями.

Известны методы решения уравнений типа (1) с помощью рекуррентных соотношений, в которых для вычисления функции при заданном значении аргумента требуется выполнение серии последовательных взаимосвязанных расчетов для предыдущих значений аргумента.

Ранее данная система решена методом операционного исчисления для линий с незадросселированным входом при постоянном давлении на входе. Однако практически любая линия на входе имеет сопротивление и давление на входе может изменяться по любому закону. В зависимости от соотношения параметров линии и газа этот метод дает три различных решения, представляющих собой сумму членов бесконечного ряда, причем неизвестно число слагаемых, дающих удовлетворительный для практики результат.

Разработанный нами метод позволил найти единое решение системы (1) для любых типов ЛС, полученное для нулевых начальных условий при постоянном давлении газа на выходе в случаях пренебрежения потерями давления по длине линии, при этом решение справедливо для любого закона изменения давления питания на входе и представляет собой конечную аналитическую зависимость. Суть метода заключается в выявлении закономерностей изменения давления и расхода во времени по всей длине ЛС при прохождении прямых и отраженных волн давления и расхода.

Для любых значений параметров линии и дросселей на ее концах при любом законе изменения давления на входе в линию $P_{\text{вх}}(t)$ решение для избыточного давления имеет вид

$$P(t,x)=H(t-x/c)\sum_{i=0}^{i=n-1}P_0\left[t-\frac{x}{c}-\frac{2l}{c}i\right]\alpha^i+$$

$$+H(t+x/c-2l/c)\frac{K-c_2}{K+c_2}\sum_{i=0}^{i=m-2}P_0[t+\frac{x}{c}-\frac{2l}{c}(i+1)]\alpha^i, \qquad (2)$$

где $K=f/c$; $m=E((t+x/c)/(2l/c))+1$;
$n=E((t-x/c)/(2l/c))+1$;
$\alpha=(K-c_1)(K-c_2)/(K+c_1)/(K+c_2)$;
$P_0=P_{\text{вх}}(t)c_1/(c_1+K)$;
E — функция, определяющая целую часть от аргумента;
H — функция Хевисайда;
l — длина линии;
c_1 и c_2 — коэффициенты расходных характеристик дросселей на входе и выходе линии в уравнениях расходов $G_1=c_1[P_{\text{вх}}-P(0,t)]$ и $G_2=c_2[P(l,t)-P_{\text{вых}}]$.

При подаче на вход линии постоянного давления решение (2) упрощается:

$$P(t,x)=P_{\text{вх}}\frac{c_1}{(c_1+c_2)}\left[1-\frac{K+c_2}{2K}\alpha^{E\left(\frac{t-x/c}{2l/c}\right)+1}-\right.$$

$$\left.-\frac{K-c_2}{2K}\alpha^{E\left(\frac{t+x/c}{2l/c}\right)}\right]. \qquad (3)$$

С целью сравнения приводим результаты решения уравнений (1) для открытой на входе линии ($c_1\to\infty$) с дросселем на выходе методом операционного исчисления и разработанным нами методом.

Метод операционного исчисления в зависимости от соотношения параметров c_2 и K дает следующие три решения [1]:

для случая $c_2>K$

$$P=P_{\text{вх}}\left\{1+e^{-\frac{\alpha_2}{l}ct}\sum_{s=0}^{\infty}\left[\frac{e^{-\alpha_2\frac{x}{l}}\cos[\omega_s(t+\frac{x}{c})+\varphi_s]}{\sqrt{\alpha_2^2+(\frac{2s+1}{2}\pi)^2}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{e^{\alpha_2\frac{x}{l}}\cos[\omega_s(t-\frac{x}{c})+\varphi_s]}{\sqrt{\alpha_2^2+(\frac{2s+1}{2}\pi)^2}}\right]\right\},$$

где $\omega_s=(2s+1)\pi c/2/l$; $\operatorname{tg}\varphi_s=(2s+1)\cdot 0{,}5\ \pi/\alpha_2$ $(0\leqslant\varphi\leqslant 0{,}5\ \pi)$; $\operatorname{th}(\alpha_2)=$ $=K/c_2$;

для $c_2=K$ $P=P_{\text{вх}}$; для $c_2<K$:

$$P=P_{\text{вх}}\left\{1-\frac{e^{\alpha_2\frac{x}{l}}-e^{-\alpha_2\frac{x}{l}}}{2\alpha_2}e^{-\alpha_2\frac{ct}{l}}+e^{-\alpha_2\frac{ct}{l}}\sum_{s=1}^{\infty}\times\right.$$

$$\left.\times\left[\frac{\cos\left[s\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)+\varphi_s\right]e^{-\alpha_2\frac{x}{l}}}{\sqrt{\alpha_2^2+s^2\pi^2}}-\frac{\cos\left[s\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_s\right]e^{\alpha_2\frac{x}{l}}}{\sqrt{\alpha_2^2+s^2\pi^2}}\right]\right\},$$

где $\operatorname{tg}\varphi_s=(s\pi/\alpha_2)$ $(0\leqslant\varphi_s\leqslant 0{,}5\ \pi)$;
$\omega=\pi c/l$; $\operatorname{th}(\alpha_2)=K/c_2$.

Предложенный подход имеет единое решение для любых соотношений между c_2 и K:

$$P=P_{\text{вх}}\left[1-\alpha^{E[(t+l/c)/(2l/c)]}\right],$$

где

$$\alpha=-(K-c_2)/(K+c_2).$$

Результаты расчетов по разработанной методике и по методу операционного исчисления при учете большого числа слагаемых бесконечного ряда (более 500) полностью совпадают.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Елимелех И. М., Сидоркин Ю. Г.* Струйная автоматика (пневмоника). — Л.: Лениздат, 1972.

Рекомендована кафедрой НГИГ. Поступила 29.11.96