

УДК 677.022

**ТЕОРИЯ КРУЧЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ  
ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРЯЖИ ПОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ**

**THE THEORY OF TORSION AND DEFORMATION  
TEXTILE YARN LAYERED STRUCTURES**

*Е.С. ХОМЯКОВ, А.К. НАУМОВ*  
*E.S. KHOMYAKOV, A.K. NAUMOV*

(Костромской государственной технологической университет)  
(Kostroma State Technological University)  
E-mail: info@kstu.edu.ru

*Для прогнозирования свойств нити нужно знать: расположение элементов в нити, их структуру и свойства входящих в нее волокон. Учитывая то, что волокон не так много и их свойства достаточно хорошо изучены, можно прогнозировать свойства пряжи по соответствующим свойствам волокон при различных технологических процессах.*

*Цель работы заключалась в выявлении зависимости свойств пряжи от ее структуры и соответствующих свойств волокон. Для решения данной задачи была построена модель пряжи послойной структуры, позволяющая, например, рассчитать жесткость на растяжение пряжи послойной структуры.*

*To predict the properties of threads need to know: the arrangement of elements in the thread, their structure and properties of its constituent fibres. Given the fact that the fibres are not so many and their properties are studied enough, we can predict the properties of a yarn under the relevant properties of fibers under various technological processes.*

*The aim of this work is to identify the dependence of properties of yarn from its structure and the relevant properties of fibers. For this task was constructed model yarn layer-by-layer structure allows for example, to calculate the hardness tensile yarn layer-by-layer structure.*

**Ключевые слова:** жесткость на растяжение, пряжа послойной структуры, волокно, нейтральный радиус, кручение, скручивание.

**Keywords:** hardness tensile, yarn layered structures, fiber, neutral radius, twisting, twisting.

Известно, что деформационные свойства нити оказывают значительное влияние на ее пригодность к использованию во всех технологических процессах.

В свою очередь, они зависят от структуры нити и деформационных свойств волокон или элементарных нитей ее составляющих.

Таким образом, для прогнозирования свойств нити нужно знать: расположение элементов в нити, их структуру и свойства входящих в нее волокон. Учитывая то, что волокон не так много и их свойства достаточно хорошо изучены, можно прогнозировать свойства пряжи по соответствующим свойствам волокон при различных технологических процессах.

Пряжа при кручении получает укрутку, однако при этом деформационные и иные свойства элементарных волокон, расположенных в ее центральном слое и на "периферии", совершенно различны. В то время, как волокна вне так называемого "нейтрального" радиуса получают реальную деформацию растяжения, волокна внутри – "гофрируются" (поскольку в технической операции кручения они практически не сжимаются в продольном направлении, то есть получают некоторую "извитость"). При этом сложнейшем процессе кручения происходит миграция волокон из слоя в слой, некоторые волокна подвергаются разрушению, уменьшается диаметр пряжи и т.д.

Принимая гипотезу о послойном строении пряжи по длине одного витка, предложенную в [1] и [2], введем следующие допущения:

– пряжа состоит из большого числа элементарных нитей, диаметр которых весьма мал по сравнению с диаметром нити;

– волокна в пряже расположены эквидистантно, то есть заполняют площадь поперечного сечения равномерно (естественно, с пустыми промежутками между ними);

– пряжа имеет послойную структуру и обладает неким нейтральным радиусом, вне которого волокна деформированы, а внутри гофрированы;

– деформации волокон являются упругими;

– деформации чистого сдвига и изгиба не оказывают заметного воздействия на усилия, возникающие в элементарных нитях;

– отсутствует перепутывание волокон, то есть каждое волокно поворачивается со своим цилиндрическим слоем.

При расчете деформационных свойств пряжи на растяжение в отличие от [2] вместо интегрирования предлагаем метод суммирования упругих характеристик входящих в нее волокон [3].

Приведем алгоритм расчета жесткости на растяжение одного витка пряжи послойной структуры [4], [5] по заданным: деформации растяжения  $\varepsilon$  (%), объемной плотности пряжи  $G_p$  (г/см<sup>3</sup>), линейной плотности пряжи  $T_p$  (текс), объемной плотности волокна  $G_v$  (г/см<sup>3</sup>), линейной плотности волокна  $T_v$  (текс), жесткости волокна на растяжение  $C_v$  (Н/мм), крутке пряжи  $K$  (1/м).

Найдем высоту одного витка пряжи:

$$L_k = \frac{1000}{K}. \quad (1)$$

Вычислим величину усадки пряжи при ее получении [1]:

$$\phi = \sqrt[3]{\left(1 - AK \sqrt{\frac{T_p}{1000}}\right)^2}, \quad (2)$$

где  $A$  – безразмерный эмпирический коэффициент, например для хлопчатобумажной пряжи 25 текс равный 0,00045.

Определим число кручений на 1 мм пряжи:

$$K_r = \frac{1}{L_k}. \quad (3)$$

Тогда нейтральный радиус пряжи [5]:

$$R_n = \frac{1}{2\pi K_r} \sqrt{\frac{1}{(1-\phi)^2} - 1}. \quad (4)$$

Предполагая, что максимальная величина извитости (разница между длиной волокна и длиной витка  $Lk$  в проекции на ось пряжи) соответствует волокну, находящемуся в центральном слое, получим:

$$L_{\max} = (1 - \phi)Lk. \quad (5)$$

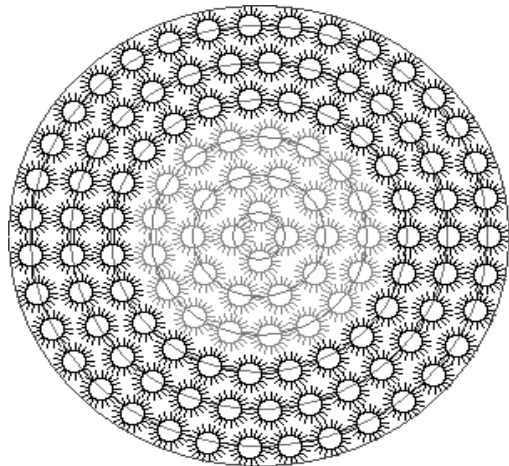


Рис. 1

Учитывая эквидистантное расположение волокон (рис. 1) программно, по вычисленным условным диаметрам, определим количество слоев в сечении пряжи:

$$m = \frac{1}{2} \frac{dp}{dv}, \quad (7)$$

и радиус внешнего слоя:

$$R_1 = Rp - Rv = \frac{1}{2}(dp - dv) \quad (8)$$

последующих:

$$R_i = R_1 - 2Rv(i - 1), \quad i = 1, \dots, m. \quad (9)$$

Предполагая, что волокна равномерно распределены по сечению пряжи, найдем количество волокон в каждом слое [7]:

$$n_i = \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{Rv}{R_i}\right)}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (10)$$

Используя известную [6] зависимость найдем условный диаметр пряжи и волокна соответственно:

$$dp = \frac{2}{\sqrt{1000\pi}} \sqrt{\frac{T_p}{G_p}}, \quad dv = \frac{2}{\sqrt{1000\pi}} \sqrt{\frac{T_v}{G_v}}. \quad (6)$$

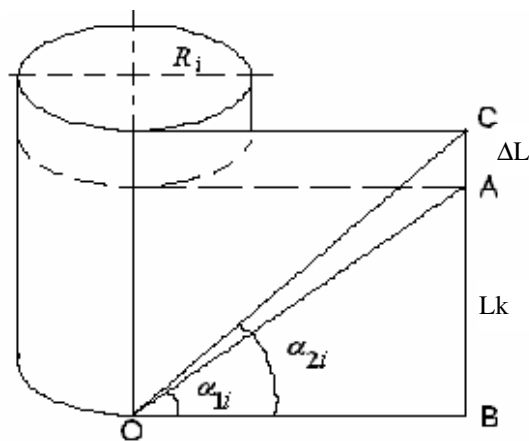


Рис. 2

Определим удлинение витка при заданной деформации  $\epsilon$  (рис. 2 – развертка одного витка пряжи):

$$AC = \Delta L = \frac{\epsilon}{100} Lk. \quad (11)$$

Для каждого слоя вне нейтрального радиуса вычислим углы наклона волокна, расположенного по винтовой линии, к оси нити до и после деформации [8]:

$$\alpha_{i1} = \arctg\left(\frac{Lk}{2\pi R_i}\right), \quad (12)$$

$$\alpha_{i2} = \arctg\left(\frac{Lk + \Delta L}{2\pi R_i}\right).$$

Определим удлинение волокон  $i$ -го слоя после деформации:

$$\delta_i = OC - OA = 2\pi R_i \left( \frac{1}{\cos(\alpha_{i1})} - \frac{1}{\cos(\alpha_{i2})} \right). \quad (13)$$

Если слой находится внутри нейтрального радиуса, то волокна этого слоя сначала распрямляются и только после этого получают удлинение при достаточной величине деформации. Найдем величину, на которую уменьшится извитость волокна  $i$ -го слоя внутри нейтрального радиуса:

$$\delta 0_i = -\frac{L_{\max}}{R_H} R_i + L_{\max} \quad (14)$$

и удлинение этих волокон:

$$\delta_i = \delta_i - \delta 0_i. \quad (15)$$

Если  $\delta_i < 0$ , то есть при данной деформации волокна  $i$ -го слоя только выпрямляются, но не растягиваются, то считаем, что  $\delta_i = 0$ .

Вычислим длину волокна  $i$ -го слоя до деформации (рис. 2):

$$L_{v_i} = OA = \frac{Lk}{\sin(\alpha_{1i})}. \quad (16)$$

Найдем жесткость, отнесенную к длине волокна, для каждого слоя:

$$C_{v_i} = \frac{C_v}{L_{v_i}}. \quad (17)$$

Определим усилие, необходимое для получения  $i$ -м слоем деформации  $\delta_i$ :

$$P_{s_i} = C_{v_i} \delta_i n_i \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_{1i}\right). \quad (18)$$

Просуммируем усилия каждого слоя:

$$P = \sum_{i=1}^m P_{s_i}. \quad (19)$$

Вычислим жесткость витка пряжи:

$$C_p = \frac{P}{\frac{\Delta L}{Lk}} = \frac{P}{\epsilon} \cdot 100. \quad (20)$$

Полученное значение жесткости пряжи будет отнесено к 1 мм, то есть будет измеряться в единицах, Н/мм, и может быть использовано, например, при построении модели процесса скручивания нитей [9].

## ВЫВОДЫ

1. Предложен метод прогнозирования свойств пряжи или нити по ее составляющим, позволяющий определить пригодность продукта к технологической переработке на стадии планирования.

2. Полученная модель нити послойной структуры позволяет произвести теоретический расчет жесткости пряжи на растяжение.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Соколов Г.В. Теория кручения волокнистых материалов. – М.: Легкая индустрия, 1977.
2. Мовшович П.М. Самокруточное прядение. – М.: Легкая промышленность и бытовое обслуживание, 1985.
3. Наумов А.К., Переверзев А.П., Ямщиков С.В. Деформационная модель пряжи //Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1998, №6. С. 22...25.
4. Хомяков Е.С., Наумов А.К., Струсевич В.Д. Математическая модель изменения структуры волокнистого продукта при кручении //Сб. тр. XIX Междунар. научн. конф.: Математические методы в технике и технологиях. – Воронеж, 2006. – Т. 10. С.213...214.
5. Наумов А.К., Хомяков Е.С., Струсевич В.Д. Теоретический расчет радиуса нейтрального слоя пряжи при ее кручении. // Вестник Костромского гос. технолог. ун-та. – Кострома, 2005, №11. С.129...130.
6. Кукин Г.Н., Соловьев А.Н., Кобляков А.И. Текстильное материаловедение (волокна и нити). – М.: Легпромиздат, 1989.
7. Коган А.Г. Производство комбинированной пряжи и нити. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981.
8. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. – В 2-х т., Т. 2 – М.: Наука, 1976.
9. Хомяков Е.С., Наумов А.К. Анализ математической модели Севостьянова процесса скручивания двух нитей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, №1С. С.73...76.

## REFERENCES

1. Sokolov G.V. Teorija kruchenija voloknistyh materialov. – M.: Legkaja industrija, 1977.

2. Movshovich P.M. Samokrutochnoe prjadenie. – M.: Legkaja promyshlennost' i bytovoe obsluzhivanie, 1985.
  3. Naumov A.K., Pereverzev A.P., Jamshhikov S.V. Deformacionnaja model' prjazhi. //Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 1998, №6. S. 22...25.
  4. Homjakov E.S., Naumov A.K., Strusevich V.D. Matematicheskaja model' izmenenija struktury volknistogo produkta pri kruchenii //Sb. tr. XIX Mezhdunar. nauchn. konf.: Matematicheskie metody v tehnike i tehnologijah. – Voronezh, 2006. – T. 10. S. 213...214.
  5. Naumov A.K., Homjakov E.S., Strusevich V.D. Teoreticheskij raschet radiusa nejtral'nogo sloja prjazhi pri ee kruchenii. // Vestnik Kostromskogo gos. tehnolog. un-tv. –Kostroma, 2005, №11. S.129...130.
  6. Kukin G.N., Solov'ev A.N., Kobljakov A.I. Tekstil'noe materialovedenie (volokna i niti). – M.: Legpromizdat, 1989.
  7. Kogan A.G. Proizvodstvo kombinirovannoj prjazhi i niti. – M.: Legkaja i pishhevaja promyshlennost', 1981.
  8. Piskunov N.S. Differencial'noe i integral'noe ischislenija. – V 2-h t., T. 2 – M.: Nauka, 1976.
  9. Homjakov E.S., Naumov A.K. Analiz matematicheskoy modeli Sevost'janova processa skruchivaniya dvuh nitej // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2007, №1S. S.73...76.
- Рекомендована кафедрой высшей математики.  
Поступила 17.11.14.
-