ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

№ 5 (239) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 1997

УДК 677.017

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НЕРАВНОМЕРНОСТИ КРУЧЕНОЙ НИТИ ПО РАЗРЫВНОЙ НАГРУЗКЕ*

А. Г. СЕВОСТЬЯНОВ

(Московская государственная текстильная академия им. А. Н. Косыгина)

При формировании крученой нити ее элементарные нити, выходящие из зажима выпускной пары, скручиваются в результате действия крутящего момента, создаваемого крутильным устройством. В процессе скручивания элементарные нити располагаются приблизительно по винтовой линии, испытывая при этом деформации кручения, изгиба и растяжения [1, 2, 3].

Последняя деформация обусловливает взаимное давление, изменения поперечного сечения (сжатие) элементарных нитей в местах контакта и силы трения на контактных поверхностях.

Таким образом, в процессе скручивания происходят сложные геометрические и механические преобразования системы элементарных нитей в крученую нить.

Аналитическому исследованию взаимосвязи разрывной нагрузки крученой нити и характеристик элементарных нитей при заданной структуре крученой нити посвящены работы отечественных и зарубежных авторов [2, 3].

Сопротивление разрыву крученой нити определяется, во-первых, сопротивлением разрыву системы элементарных нитей, во-вторых, сопротивлением сил трения на поверхностях контакта всех нитей между собой.

Известно, что сопротивление разрыву системы несоприкасающихся нитей, обладающих неравномерностью по разрывной нагрузке, представляет вероятностную задачу, успешно решенную Даниелсом (1945 г.) при определенных допущениях. Максимальные значения прочности этих нитей меньше суммарной разрывной нагрузки данной системы со средней разрывной нагрузкой одной нити. В настоящее время известно решение этой задачи с учетом равномерности нитей по прочности, удлинению и модулю упругости для подходящих законов плотности распределения этих характеристик. Кроме того, сопротивление разрыву одной нити зависит от зажимной длины в разрывной машине (так называемый масштабный эффект).

Вышеуказанные силы трения действуют при растяжении нити, вызванном давлением внешних элементарных нитей на внутренние в сечении крученой нити.

Трудности определения сопротивления сил трения при разрыве крученой нити обусловлены сложностью расчета давления внешних слоев нитей на внутренние. Это объясняется тем, что при растяжении крученой нити расположение ее элементарных нитей меняется, вследствие чего угол кручения нитей и диаметр крученой нити уменьшаются, а плотность крученой нити увеличивается, что и необходимо учитывать

* Начало.

при расчете разрывной нагрузки крученой нити. Несмотря на перечисленные трудности, в литературе известны решения задач о прогнозировании прочности крученой нити аналитическим методом (при определенных допущениях и ограничениях) или математико-эмпирическим методом [2].

Исследователя и производителя интересует не только прогнозирование средней разрывной нагрузки крученой нити, но и неравномерность ее по разрывной нагрузке и удлинению.

Эти характеристики необходимы для определения оптимального режима работы сновальных и шлихтовальных машин, а также ткацких станков с применением системы крученых нитей.

Величина неровноты и характер неравномерности элементарных нитей и крученых нитей по толщине, разрывной нагрузке, удлинению и другим характеристикам определяются корреляционной функцией, спектральной плотностью и градиентом неровноты, так как неравномерность указанных характеристик описывается чаще всего стационарной эргодической случайной функцией [4, 5, 6].

Зная вышеназванные функциональные характеристики неравномерности продуктов, потоков на входе (воздействий на систему) и на выходе (реакций системы) одномерной линейной динамической системы, определяем ее динамические характеристики: $w(t)$ — импульсную переходную функцию; $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$ — амплитудно- и фазово-частотные характеристики; $W(i\omega) = W(p)$ — передаточную функцию.

Все эти динамические характеристики взаимосвязаны. Если динамическая система с одним входом и выходом описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, то при известных взаимной корреляционной функции между $X(t)$ — воздействием на объект (характеристикой продукта, потока на входе и т. п.) и $Y(t)$ — реакцией объекта (характеристикой продукта, потока на выходе), а также $R_{xx}(\tau)$ — корреляционной функции воздействия на объект с помощью интегрального уравнения можно найти $w(t)$ — импульсную передаточную функцию

$$R_{yx}(\tau) = \int_0^\infty w(\Theta) R(\tau - \Theta) d\Theta. \tag{1}$$

Известно несколько методов [6] решения уравнения (1).

Определение динамической характеристики рассматриваемой системы упрощается при исследовании ее в частотной области.

Покажем, что амплитудно-частотная характеристика рассматриваемой динамической системы определяется по формуле [4, 5, 6]:

$$A^2(\omega) = |W(i\omega)|^2 = W(i\omega) W(-i\omega) = S_{yy}(\omega)/S_{xx}(\omega) \tag{2}$$

и передаточная функция системы:

$$W(p) = W(i\omega) = S_{yx}(\omega)/S_{xx}(\omega), \tag{3}$$

где $S_{xx}(\omega)$, $S_{yy}(\omega)$ — односторонние спектральные плотности воздействия и реакции системы, когда $\omega \geqslant 0$;

$S_{yx}(\omega)$ — односторонняя взаимная спектральная плотность воздействия и реакции системы.

Простота формулы (2) свидетельствует о целесообразности спектрального метода исследования динамической системы.

Дисперсию характеристики выходного продукта при этом методе найдем по формуле [4, 5, 6]:

$$D_y = R_y(0) = (1/2\pi)\int_0^{\infty} S_y(\omega)\,d\omega = (1/2\pi)\int_0^{\infty} |W(i\omega)|^2 S_{xx}(\omega)\,d\omega. \qquad (4)$$

Динамическую систему процесса скручивания при формировании однокруточной нити из двух элементарных нитей представим как объект с четырьмя воздействиями и двумя реакциями. Первые два воздействия $X_1(t)$, $X_2(t)$ характеризуют изменение разрывной нагрузки и удлинения одной элементарной нити; $X_3(t)$, $X_4(t)$ — то же для другой нити. Очевидно, что корреляция отсутствует между характеристиками элементарных нитей и имеет место между характеристиками одной элементарной нити.

Реакция $Y_1(t)$ характеризует изменение разрывной нагрузки крученой нити по ее длине, а реакция $Y_2(t)$ — удлинение при разрыве этой нити в последовательных участках этой нити.

Поскольку схема взаимосвязи двух реакций с четырьмя воздействиями одинакова, методика определения этой взаимосвязи также одинакова. Далее проанализируем в качестве реакции рассматриваемой системы разрывную нагрузку крученой нити. Известно [5], что математическое ожидание реакции рассматриваемой системы будет равно:

$$m_y = \sum_{j=1}^{N=4} m_{x_j} \int_0^{\infty} w_j(\tau)\,d\tau, \qquad (5)$$

спектральная плотность этой реакции

$$S_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N} W_k(-i\omega)\,W_l(i\omega)\,S_{x_k x_l}(\omega), \qquad (6)$$

а дисперсия реакции

$$D_{yy} = \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{N}\int_{-\infty}^{\infty} W_k(-i\omega)\,W_l(i\omega)\,S_{x_k x_l}(\omega)\,d\omega. \qquad (7)$$

Частные передаточные функции $W_k(i\omega) = W_{yx_k}(i\omega)$ и $W_l(i\omega) = W_{yx_l}(i\omega)$ определяются решением матричного уравнения:

$$\begin{bmatrix} S_{yx_1}(\omega) \\ S_{yx_2}(\omega) \\ S_{yx_3}(\omega) \\ S_{yx_4}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{x_1x_1}(\omega);\ S_{x_1x_2}(\omega);\ S_{x_1x_3}(\omega);\ S_{x_1x_4}(\omega) \\ S_{x_2x_1}(\omega);\ S_{x_2x_2}(\omega);\ S_{x_2x_3}(\omega);\ S_{x_2x_4}(\omega) \\ S_{x_3x_1}(\omega);\ S_{x_3x_2}(\omega);\ S_{x_3x_3}(\omega);\ S_{x_3x_4}(\omega) \\ S_{x_4x_1}(\omega);\ S_{x_4x_2}(\omega);\ S_{x_4x_3}(\omega);\ S_{x_4x_4}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{yx_1}(i\omega) \\ W_{yx_2}(i\omega) \\ W_{yx_3}(i\omega) \\ W_{yx_4}(i\omega) \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

то есть

$$W_{yx_i}(i\omega) = \sum_{j=1}^{N=4} (-1)^{j+1} S_{yx_j}(\omega)\,\Delta_{kl}/\Delta, \qquad (9)$$

где

$$\Delta = \begin{bmatrix} S_{x_1x_1}(\omega) \ldots\ldots\ldots\ldots S_{x_1x_4}(\omega) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ S_{x_4x_1}(\omega) \ldots\ldots\ldots\ldots S_{x_4x_4}(\omega) \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

Δ — определитель системы (8);

Δ_{kl} — минор определителя, получающийся из него вычеркиванием k-й строки и j-столбца.

Определив спектральные плотности, входящие в уравнения (8...10), по экспериментальным реализациям воздействий $X_j(t)$ и реакции $Y(t)$ определяют частные передаточные функции исследуемой системы и далее по формулам (5...7) рассчитывают математическое ожидание и дисперсию реакции исследуемой динамической системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Севостьянов А. Г., Осьмин Н. А., Щербаков В. П. и др.* Механическая технология текстильных материалов, 1989.
2. *Корицкий К. И.* Инженерное проектирование текстильных материалов. — М.: Легкая индустрия, 1971.
3. *Соколов Г. В.* Вопросы теории кручения волокнистых материалов. — М.: Гизлегпром, 1957.
4. *Севостьянов А. Г.* Методы исследования неровноты продуктов прядения. — М.: Ростехиздат, 1962.
5. *Ливщиц Н. А., Пугачев В. Н.* Вероятностный анализ систем автоматического управления. — М.: Сов. радио, 1963.
6. *Солодовников В. В.* Статистическая динамика линейных систем управления, 1960.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 07.07.97.