

УДК 674.053.23

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО
ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТА НИТИ НА ТОРЦЕВЫХ УЧАСТКАХ
ВИТКА КАНАВКИ МОТАЛЬНОГО БАРАБАНЧИКА****И. А. ЯКУБИЦКАЯ, В. В. ЧУГИН, В. Ю. ЩЕРБАНЬ*

(Херсонский индустриальный институт, Государственная академия легкой промышленности Украины)

Из [3] основное уравнение динамики применительно к точке раскладки элемента нити, сосредоточенного в точке M_i (рис. 1), на торцевых участках канавки мотального барабанчика имеет вид

$$d m a_r = \sum_{k=1}^n d F_k + d F_e^i + d F_k^i \quad (1)$$

где dm — масса элемента нити dS ;

a_r — абсолютное ускорение элемента dS нити в относительном движении по линии канавки;

* Продолжение. Начало см. в № 4, 5 за 1997 г.

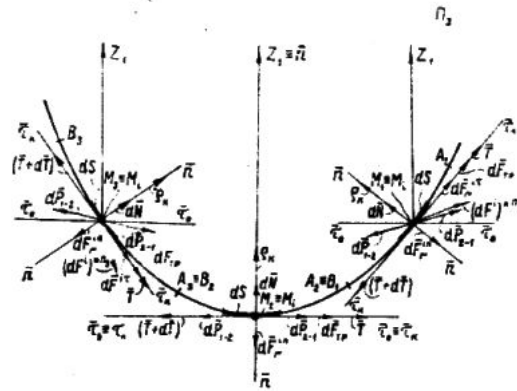


Рис. 1.

dF_k — активные силы, действующие на элемент нити dS ;
 dF_e^i — сила инерции нити в переносном вращательном движении
 вокруг оси мотального барабанчика;
 dF_k^i — Кориолисова сила инерции.

Используя данное уравнение, определим силу удара нити P_{1-2} о канавку мотального барабанчика. На рис. 1 показаны активные силы и силы инерции, действующие на элемент нити dS при раскладке на торцевых участках витка в проекции на плоскость Π_3 .

Составим дифференциальное уравнение движения точки M_i на соответствующих участках канавки $A_i B_i$, для чего основное уравнение динамики (1) элемента нити dS в проекциях на касательную $\bar{\tau}$ и нормаль \bar{n} запишем с учетом, что векторы сил инерции dF_e^i , dF_k^i и силы тяжести dG элемента нити dS в проекциях на плоскость Π_3 равны нулю.

С учетом направления остальных сил, действующих на элемент нити в точке M_3 , (1) в проекции на касательную $\bar{\tau}$ примет вид

$$-dma^{\tau,r} = dF_{\tau p} + T - (T + dT) - dP_{1-2} \cos(\alpha - \beta), \quad (2)$$

а в проекции на нормаль \bar{n}

$$-dma^{n,r} = -dN + dP_{1-2} \cos\beta \sin\alpha. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (2, 3), определим силу удара нити о канавку мотального барабанчика P_{1-2} :

$$\begin{cases} -dma^{\tau,r} = dF_{\tau p} + T - (T + dT) - \\ -dP_{1-2} \cos(\alpha - \beta), \\ -dma^{n,r} = -dN + dP_{1-2} \cos\beta \sin\alpha. \end{cases} \quad (4)$$

Исключив из системы (4) силу нормального давления элемента нити dS на контактную площадку, получим

$$dma^{\tau,r} + f dma^{n,r} = dP_{1-2} [\cos(\alpha - \beta) - f \cos\beta \sin\alpha] - dT. \quad (5)$$

Обозначим

$$\alpha'_3 = \cos(\alpha - \beta) - f \cos\beta \sin\alpha \quad (6)$$

и

$$dP'_3 = dP_{1-2}\alpha'_3 - dT. \quad (7)$$

Тогда (5) примет вид

$$dma^r_r + f dma^n_r = dP'_3. \quad (8)$$

После интегрирования (7) и (8) в пределах P'_3 от 0 до P'_3 , m от 0 до m и T от 0 до T имеем

$$P'_3 = P_{1-2}\alpha'_3 - T, \quad (9)$$

$$ma^r_r + f ma^n_r = P'_3. \quad (10)$$

Приняв во внимание, что

$$a^r_r = dv_r/dt \text{ и } a^n_r = v_r d\varphi/dt,$$

запишем (10) в дифференциальной форме

$$m \frac{dv_r}{dt} + f m v_r \frac{d\varphi}{dt} = P'_3. \quad (11)$$

Для решения последнего уравнения запишем дополнительное уравнение

$$v_r = h_r n = h_r (30/\pi) (d\varphi/dt), \quad (12)$$

где h_r — шаг витка на рассматриваемом участке $A_3 B_3$, м.
Обозначим $h'_r = 30h_r/\pi$ и составим систему уравнений

$$\begin{cases} m dv_r/dt + f m v_r d\varphi/dt = P'_3; \\ d\varphi = (v_r/h'_r) dt. \end{cases} \quad (13)$$

Подставим $d\varphi$ в первое уравнение системы (13), предварительно проведя преобразования и замену

$$k = 1/h'_r = \pi/(30h_r). \quad (14)$$

Разделив переменные, получим

$$m dv_r / (P'_3 - m k v_r^2) = dt. \quad (15)$$

Решим уравнение, предварительно заменив

$$a = P'_3/mk \text{ и } b = 1/k \quad (16)$$

и приведя (15) к табличному виду

$$b dv_r / (a - v_r^2) = dt. \quad (17)$$

Решением последнего будет

$$\begin{aligned} & (b/2\sqrt{a}) \ln [(v_r + \sqrt{a}) / (v_r - \sqrt{a})] \times \\ & \times \left. \begin{array}{l} v_r \text{ } B_3 \\ v_r \text{ } A_3 \end{array} = t \right|_0^t. \end{aligned} \quad (18)$$

Перед подстановкой пределов изменения скорости относительного движения на участке A_3B_3 от v_{rA_3} до v_{rB_3} решим (18) в общем виде.

Обозначим

$$2t/b = c, \quad \sqrt{a} = x, \quad (19)$$

тогда

$$\ln[(v_r + x)/(v_r - x)] = cx. \quad (20)$$

Приравняв первые производные левой и правой частей уравнения (20), получим

$$x^2 = v_r^2 - 2v_r/c. \quad (21)$$

Учитывая (19), имеем

$$a = v_r^2 - bv_r/t. \quad (22)$$

Подставим в (22) вместо a его значение из (16) и, умножив обе части уравнения (22) на mk ,

$$P_3' = v_r^2 mk - \frac{1}{t} m v_r. \quad (23)$$

С учетом принятых ранее обозначений P_3' (9) и k (14) произведем их замену в (23) и получим уравнение для определения силы удара в точке M_3

$$P_{1-2} = \frac{T}{\alpha_3'} + \frac{m}{\alpha_3'} \frac{f}{h_r'} v_r^2 - \frac{m}{\alpha_3'} \frac{v_r}{t}. \quad (24)$$

Обозначим

$$T' = T/\alpha_3' \quad \text{и} \quad m' = m/\alpha_3'.$$

Учитывая значение h_r' из (12), имеем

$$P_{1-2} = T' + m' (f\pi/30h_r) v_r^2 - m' v_r/t. \quad (25)$$

Подставим пределы интегрирования из (18) в уравнение (25). Окончательно получим уравнение для определения силы удара нити о канавку в точке M_3

$$P_{1-2} = T' + m' (f\pi/30h_r) (v_{rB_3}^2 - v_{rA_3}^2) - m(1/t) (v_{rB_3} - v_{rA_3}). \quad (26)$$

Проведя аналогичный анализ, составим дифференциальные уравнения относительного движения элемента нити dS в точках M_1 и M_2 , из которых определим силу удара нити о канавку в этих точках.

В итоге в точке M_1 имеем

$$P_{1-2} = T/\alpha_1' + m f \pi (v_{rB_1}^2 - v_{rA_1}^2) / \alpha_1' 30 h_r - m l (v_{rB_1} - v_{rA_1}) / \alpha_1' t, \quad (27)$$

где

$$\alpha_1' = f \cos \beta \sin \alpha + \cos(\alpha - \beta),$$

а в точке M_2

$$P_{1-2} = T + m \int \varphi v_r / dt. \quad (28)$$

Как видно из уравнений (26...28), в общем случае сила удара зависит от натяжения нити T при перематывании, массы нити m , скорости относительного движения нити по линии канавки v_r и угла α — угла наклона канавки к плоскости Π_1 , перпендикулярной оси вращения мотального барабанчика.

ВЫВОДЫ

Получены уравнения для определения силы удара нити о стенку канавки мотального барабанчика в ключевых точках торцевых участков раскладки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якубическая И. А., Чугин В. В. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. — 1997. № 4.
2. Якубическая И. А., Чугин В. В., Щербань В. Ю. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. — 1997, № 5.
3. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. — М.: Высшая школа, 1990.

Рекомендована кафедрой ткачества ХИИ. Поступила 21.01.97.