УДК 677.021.16

РАЗВОЛОКНЕНИЕ ПОЛОСОК ЛОСКУТА, ПОЛУЧЕННЫХ ПОСЛЕ РАСКРОЯ НА РЕЗАТЕЛЬНОЙ МАШИНЕ

И. В. ФРОЛОВА, В. В. МАКАРОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

По ходу технологического процесса полоски, полученные после раскроя лоскута, для дальнейшей разработки кладутся на транспортер.

Тонкая нить *1—1* в полоске лоскута находится под действием сильного натяжения T_0 (рис. 1). Если начать выводить нить *1—1* из положения равновесия и подвергать действию какой-нибудь силы, то она начинает колебаться (двигаться).

Ограничимся рассмотрением малых поперечных и плоских колебаний нити, то есть таких колебаний, при которых отклонения точек нити от положения покоя малы, в любой момент времени все точки находятся в одной и той же плоскости и каждая точка нити колеблется, оставаясь в одном и том же перпендикуляре к прямой, соответствующей состоянию покоя нити.

Приняв эту прямую за ось Ox, обозначим через $U=U(x,t)$ отклонение точек нити от положения равновесия в момент времени t. При каждом фиксированном значении t график функции

$$U = U(x, t) \tag{1}$$

на плоскости xOu дает форму нити в момент времени t.

Функция (1) удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2U}{dt^2} = a^2 \frac{d^2U}{dx^2} + f,$$

где $a^2 = T_0P$;
$f = F/P$;
P — масса единицы длины (линейная плотность нити);
F — сила, действующая на нить перпендикулярно оси абсцисс и рассчитанная на единицу длины.

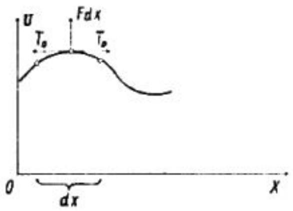

Рис. 1.

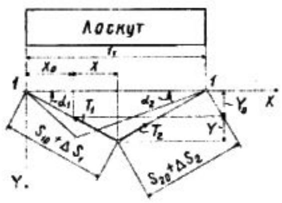

Рис. 2.

Если внешняя сила отсутствует, то есть $f = 0$, то нить освободилась (оторвалась) от лоскута, и уравнение свободных колебаний нити запишется

$$\frac{d^2U}{dt^2} = a^2 \frac{d^2U}{d^2x^2}.$$

Рассмотрим произвольное отклонение от положения равновесия состояние системы отрезка нити $1—1$, к которой приложен точечный груз m (рис. 2), а концы жестко закреплены на расстоянии l_1 друг от друга.

В соответствии с принципом Даламбера дифференциальные уравнения движения массы представим в виде

$$\left.\begin{aligned} mx'' &= T_1 \cos \alpha_1 + T_2 \cos \alpha_2, \\ my'' &= -(T_1 \sin \alpha_1 T_2 \sin \alpha_2) + mg. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Из рис. 2 следует, что

$$\cos \alpha_1 = (x_0 + x)/(S_{10} + \Delta S_{10}),$$
$$\cos \alpha_2 = [l_1 - (x_0 + x)]/(S_{20} + \Delta S_{20}),$$
$$\sin \alpha_1 = (y_0 + y)/(S_1 + \Delta S_{10}),$$
$$\sin \alpha_2 = (y_0 + y)/(S_{20} + \Delta S_{20}).$$

Тогда натяжение нити в обеих ветвях

$$T_1 = T_{10} + \Delta T_1; \; T_2 = T_{20} + \Delta T_2.$$

Подставив эти соотношения в (2), получим

$$mx''=-T_{10}\frac{x}{S}-T_{20}\frac{x}{S_{20}}-\Delta T_1\frac{x_0}{S_{10}}-\Delta T_2\frac{l_1-x_0}{S_{20}}+$$

$$+T_{10}\frac{x_0}{S_{10}^2}\Delta S_1-T_{20}\frac{l_1-x_0}{S_{20}}\Delta S_2,$$

$$my''=-T_{10}\frac{y}{S_{10}}-T_{20}\frac{y}{S_{20}}-\Delta T_1\frac{y_0}{S_{10}}-$$

$$-\Delta T_2\frac{y_0}{S_{20}}+T\frac{y_0}{S_{10}}\Delta S_1+T_2\frac{y_0}{S_{20}^2}\Delta S_2. \qquad (3)$$

Удлинения ветвей нити с приращением усилий имеют зависимость

$$\Delta S_1=\Delta T_1 S_{10}/EF=\Delta T_1=S_{10}/cl_1;\ \Delta S_2=\Delta T_2 S_{20}/cl_1, \qquad (4)$$

где EF — жесткость нити при растяжении.

После преобразования (3 и 4) с помощью дополнительных геометрических уравнений в виде тождеств получим

$$\Delta S_1=\frac{y_0}{S_{10}}y+\frac{x_0}{S_{10}}x,$$
$$\Delta S_2=\frac{l_1-x_0}{S_{20}}x+\frac{y_0}{S_{20}}y. \qquad (5)$$

Кроме того, статические натяжения ветвей уравнения (3) связаны между собой уравнениями равновесия, откуда

$$T_{10}=mg\frac{l_1-x_0}{l_1}\cdot\frac{S_{10}}{y_0},$$
$$T_{20}=mg\frac{x_0}{l_1}\cdot\frac{S_{20}}{y_1}. \qquad (6)$$

Соотношения (4, 5, 6) подставляем в (3) и после преобразований получаем

$$\left.\begin{aligned} x''+a_{11}x+a_{12}=0,\\ y''+a_{21}x+a_{22}=0, \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

где

$$a_{11}=\frac{y_0{}^2}{m}\left(\frac{T_{10}}{S_{10}^3}+\frac{T_{20}}{S_{20}^3}\right)+$$
$$+\frac{EF}{m}\left(\frac{x_0{}^2}{S_{10}^3}+\frac{(l_1-x_0)^2}{S_{20}^3}\right).$$

Для частного случая, когда масса m расположена в середине нити *1—1*, имеем

$$x_0=1/2,\ S_{10}=S_{20}=S_0,$$

начальные условия натяжения в ветвях $T_{10}=T_{20}=T_0$.

В этом случае система уравнений (5) распадается на два независимых дифференциальных уравнения:

$$
\begin{aligned}
&mx''=2\left(T_0\frac{y_0^2}{S_0^3}+EF\frac{x_0^2}{S_0^3}\right)x=0,\\
&my''+2\left(T_0\frac{x_0^2}{S_0^3}+EF\frac{y_0^2}{S_0^3}\right)y=0.
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

Тогда частоты вертикальных и горизонтальных колебаний нити и точечной массы соответственно равны при условии $x=A\sin pt$, $y=$ $=B\sin pt$, а уравнения частот

$$
\begin{vmatrix} a_{11}-p^2 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22}-p^2 \end{vmatrix}=0
$$

соответственно равны

$$P_1=\sqrt{(2/mS_0^2)\,(T_0y_0^2+EFx_0^2)};$$

$$P_2=\sqrt{(2/mS_0^2)\,(T_0x_0^2+EFy_0^2)}.$$

При обрыве нити *1—1* (рис. 2) посередине концы ее могут занять вертикальное положение. Тогда, полагая $x_0=0$, то есть рассматривая вертикальные колебания растяжимой нити как частный случай, имеем

$$S_0=y_0,\ T_0=mg/2,\ l_1=0.$$

Далее получаем

$$P_1=\sqrt{g/S_0},\ P_2=\sqrt{2EF/mS_0}.$$

Если во втором уравнении системы (8) принять $y_0=0$, то получим частный случай колебания массы m, расположенной посередине упругой нити, то есть рабочую иглу, или зуб, не вынули из общей системы лоскута, она соскользнула с нее. В этом случае натяжение T_0', при котором $y_0=0$, определится формулами

$$P_1=\sqrt{4EF/ml_0};\ P_2=\sqrt{2T_0'/ml_0}.$$

ВЫВОДЫ

Рассмотрено начальное разъединение элементов лоскута в виде нитей, дано теоретическое обоснование и обоснование частных случаев при дальнейшем изменении технологического процесса.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 20.06.97.