УДК 677.024

ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ НАТЯЖЕНИЯ ОСНОВЫ

С.Г.СТЕПАНОВ, Н.А. МАМЛИН, Г.В. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия, Ивановская государственная текстильная академия)

Проф. В.А. Гордеевым в [1] и [2] отмечено, что изменение натяжения нитей основы за определенный период работы ткацкого станка можно представить в форме тригонометрического полинома, где значения величин амплитуд и начальных фаз отдельных гармоник находятся методом шаблонов. На наш взгляд, целесообразнее описать циклическое изменение натяжения основы рядом Фурье, который идентичен тригонометрическому полиному, и где коэффициенты ряда подсчитываются по приведенным ниже формулам.

Покажем методику применения ряда Фурье и получим аналитическое выражение изменения натяжения основы для специальной технической декоративной ткани, в которой по фону полотняного переплетения имеются отдельные мелкоузорчатые основные и уточные перекрытия.

Ткань выработана на ткацком станке СТБ2-180 с зевообразовательной кареткой СКН-14-2 и состоит из высокомодульных комплексных фениловых нитей 29 текс. Плотность по основе 200, по утку 240 нитей/дм. Ширина ткани 170 см. Частота вращения главного вала станка составляла 250 об/мин. В заправке станка использовалось 14 ремизок.

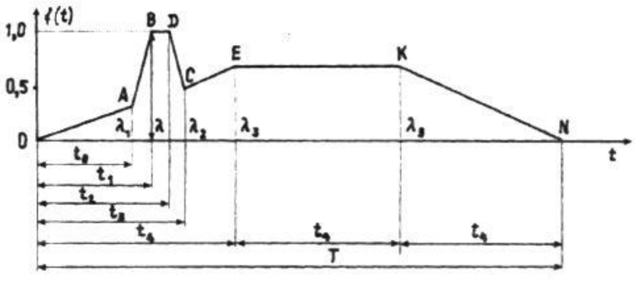

Рис. 1

Представим аналог изменения натяжения основы в виде графика OABDCEKN (рис. 1). Начало координат соответствует фазе заступа, OA – раскрытию зева, ABDC – прибою уточины, CE – продолжению раскрытия зева, EK – выстою зева в крайнем верхнем положении, KN – закрытию зева.

График построен на основании осциллограммы и без учета начального натяжения основы, то есть соответствует только ее динамическому изменению.

Значение t_0 отражает начало прибоя; t_1 и t_2 – время нахождения берда в крайнем переднем положении; t_3 – момент отхода берда от опушки ткани; t_4 – начало выстоя зева; T – период; λ, λ_1, λ_2, и λ_3 – значение ординат при соответствующих t_i.

Используя обозначения рисунка и уравнения прямой, проходящей через две точки, запишем:

$$
f(t) = \begin{cases} C_0\, t, & \text{при } 0 \le t \le t_0\,, \\ C\, t + C_1, & \text{при } t_0 \le t \le t_1\,, \\ \lambda\,, & \text{при } t_1 \le t \le t_2\,, \\ C_2\, t + C_3, & \text{при } t_2 \le t \le t_3\,, \\ C_4\, t + C_5, & \text{при } t_3 \le t \le t_4\,, \\ \lambda_3\,, & \text{при } t_4 \le t \le 2\, t_4\,, \\ 3\,\lambda_3 - C_6\, t, & \text{при } 2\, t_4 \le t \le 3\, t_4\,. \end{cases} \qquad (1)
$$

Система (1) отражает изменение функции f(t) в интервале от $t = 0$ до $T = 3t_4$, а коэффициенты C_i соответствуют отношению ординаты к приращению аргумента на определенном участке графика.

Значения t_i, λ_i, C_i, p – круговая частота, а также ряд других показателей приведены в табл.1.

Таблица 1

n	T	p	t_i, c	t_i / T	λ_i, мм	C_i, мм/с
250 об/мин	0,24 с	26,167 c^{-1}	$t_0 = 0{,}036$ $t_1 = 0{,}043$ $t_2 = 0{,}05$ $t_3 = 0{,}053$ $t_4 = 0{,}08$	$t_0 / T = 0{,}1525$ $t_1 / T = 0{,}18$ $t_2 / T = 0{,}208$ $t_3 / T = 0{,}221$ $t_4 / T = 0{,}033$	$\lambda = 1$ $\lambda_1 = 0{,}32\,\lambda$ $\lambda_2 = 0{,}466\,\lambda$ $\lambda_3 = 0{,}7\,\lambda$	$C_0 = 8{,}75\,\lambda$ $C = 101{,}5\,\lambda$ $C_1 = -3{,}4\,\lambda$ $C_2 = -161{,}7\,\lambda$ $C_3 = 9{,}08\,\lambda$ $C_4 = 8{,}75\,\lambda$ $C_5 \approx 0{,}00$ $C_6 = 8{,}75\,\lambda$

Разложим (1) в ряд Фурье. В связи с этим получим аналог изменения натяжения основной нити (основы) за один оборот главного вала станка. Поскольку функция (1) не является четной, а к нечетной ее также отнести нельзя, то ряд Фурье запишем в следующем виде [3]:

$$
f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{\pi n x}{\ell} + b_n \sin\frac{\pi n x}{\ell}\right), \qquad (2)
$$

где коэффициенты ряда a_n, b_n, и a_0 подсчитываются по формулам:

$$
a_n = \frac{1}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell} f(x)\cos\frac{\pi n x}{\ell}\,dx\,, \qquad (3)
$$

$$
b_n = \frac{1}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell} f(x)\sin\frac{\pi n x}{\ell}\,dx\,, \qquad (4)
$$

$$
a_0 = \frac{a_0}{\ell}\int_{-\ell}^{\ell} f(x)\,dx\,. \qquad (5)
$$

Применительно к нашему случаю ряд (2) примет вид:

$$
f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos p n t + b_n \sin p n t)\,. \qquad (6)
$$

Здесь $p = 2\pi / T$ (табл. 1).

Учитывая, что (1) является функцией времени, разложение в ряд осуществляется в интервале $0 \le t \le T$. Тогда формулы (3)...(5) примут вид:

$$
a_n = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} f(t)\cos p n t\,dt\,, \qquad (7)
$$

$$
b_n = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} f(t)\sin p n t\,dt\,, \qquad (8)
$$

$$
a_0 = \frac{2}{T}\int_{0}^{T} f(t)\,dt\,. \qquad (9)
$$

Используя (1) и (7), найдем коэффициенты ряда при косинусах:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos pnt\,dt = \frac{2}{T}[C_0\int_0^{t_0} t\cos pnt\,dt +$$

$$+\int_{t_0}^{t_1}(Ct+C_1)\cos pn\,t\,dt + \lambda\int_{t_1}^{t_2}\cos pn\,t\,dt + \int_{t_2}^{t_3}(C_2t+C_3)\cos pn\,t\,dt +$$

$$+\int_{t_3}^{t_4}(C_4t+C_5)\cos p\,n\,t\,dt + \lambda_3\int_{t_4}^{2t_4}\cos p\,n\,t\,dt + \int_{2t_4}^{3t_4}(3\lambda_3 - C_6t)\cos p\,n\,t\,dt]. \qquad (10)$$

Из (10) следует:

$$a_n = \frac{2\lambda}{p^2n^2T}(-92{,}75\cos pnt_0 + 101{,}5\cos pnt_1 + 161{,}7\cos pnt_2 -$$

$$-170{,}45\cos pnt_3 + 8{,}75\cos pnt_4 + 8{,}75\cos 2pnt_4 - 17{,}5). \qquad (11)$$

С учетом значений p, T и t_i равенство (11) примет вид:

$$a_n = \frac{0{,}1065\lambda}{n^2}(-10{,}6\cos 0{,}958n + 11{,}6\cos 1{,}133n + 18{,}5\cos 1{,}3084n -$$

$$-19{,}5\cos 1{,}395n - \cos 2{,}093n + \cos 4{,}187n - 2). \qquad (12)$$

Значения коэффициентов a_n приводятся в табл. 2.

Таблица 2

n	a_n	b_n	a_0
1	- 0,3 λ	0,075 λ	
2	- 0,123 λ	0,055 λ	
3	- 0,053 λ	- 0,024 λ	
4	- 0,015 λ	- 0,053 λ	
5	0,036 λ	0,056 λ	
6	0,031 λ	0,037 λ	0,933 λ
7	- 0,03 λ	0,04 λ	
8	- 0,03 λ	- 0,005 λ	
9	- 0,01 λ	- 0,037 λ	
10	0,024 λ	- 0,019 λ	
11	0,024 λ	0,017 λ	
12	0,002 λ	0,025 λ	
13	- 0,025 λ		

Определим коэффициенты b_n при синусах. Учитывая (1) и (8), получим:

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin pnt\,dt = \frac{2}{T}[C_0\int_0^{t_0} t\sin pnt\,dt +$$

$$+\int_{t_0}^{t_1}(Ct+C_1)\sin pn\,t\,dt + \lambda\int_{t_1}^{t_2}\sin pn\,t\,dt + \int_{t_2}^{t_3}(C_2t+C_3)\sin pn\,t\,dt +$$

$$+\int_{t_3}^{t_4}(C_4t+C_5)\sin p\,n\,t\,dt + \lambda_3\int_{t_4}^{2t_4}\sin p\,n\,t\,dt + \int_{2t_4}^{3t_4}(3\lambda_3 - C_6t)\sin p\,n\,t\,dt]. \quad (13)$$

Из (13) имеем:

$$b_n = \frac{2\lambda}{p^2n^2T}(-92{,}75\sin pnt_0 + 101{,}5\sin pnt_1 + 161{,}7\sin pnt_2 -$$

$$-170{,}45\sin pnt_3 + 8{,}75\sin pnt_4 + 8{,}75\sin 2pnt_4). \quad (14)$$

Учитывая значения p, T, t_i и выполнив преобразования, запишем равенство для вычисления коэффициентов b_n:

$$b_n = \frac{0{,}1065\lambda}{n^2}(-10{,}6\sin 0{,}958n + 11{,}6\sin 1{,}133n + 18{,}48\sin 1{,}308n - 19{,}48\sin 1{,}395n)\,. \quad (15)$$

Значения коэффициентов b_n даны в табл. 2.

При нахождении коэффициентов a_n и b_n мы ограничились их количеством соответственно 13 и 12. Расчеты показывают, что нет необходимости увеличивать число коэффициентов. Это следует из материала, приведенного ниже.

Вычислим постоянную ряда, для чего используем (1) и (9):

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\,dt = \frac{2}{T}[C_0\int_0^{t_0} t\,dt + \int_{t_0}^{t_1}(Ct+C_1)\,dt + \lambda\int_{t_1}^{t_2}dt + \int_{t_2}^{t_3}(C_2t+C_3)\,dt +$$

$$+\int_{t_3}^{t_4}(C_4t+C_5)\,dt + \lambda_3\int_{t_4}^{2t_4}dt + \int_{2t_4}^{3t_4}(3\lambda_3 - C_6t)\,dt]. \quad (16)$$

Из (16): $a_0 = 0{,}933\,\lambda$.

Поскольку значения коэффициентов a_n, b_n и a_0 определены и приводятся в табл. 2, то нет необходимости выписывать ряд (6) в полном объеме. Запишем его в сокращенном виде:

$$f(t) = \lambda(0{,}466 + \sum_{n=1}^{13} a_n \cos\frac{2\pi nt}{T} + \sum_{n=1}^{12} b_n \sin\frac{2\pi nt}{T}) \quad (17)$$

или

$$f(t) = \lambda(0{,}466 + \sum_{n=1}^{13} a_n \cos pnt + \sum_{n=1}^{12} b_n \sin pnt)\,. \quad (18)$$

Ряд (18) соответствует аналогу изменения натяжения нитей основы за один оборот главного вала станка и отражает только динамическую составляющую полного ее натяжения. Последнее можно определить, если воспользоваться равенством

$$F = F_0 + f(t)\,F_\partial\,, \qquad (19)$$

где F_0 – начальное натяжение основы; F_∂ – максимальное динамическое натяжение основы, наблюдаемое при прибое утка.

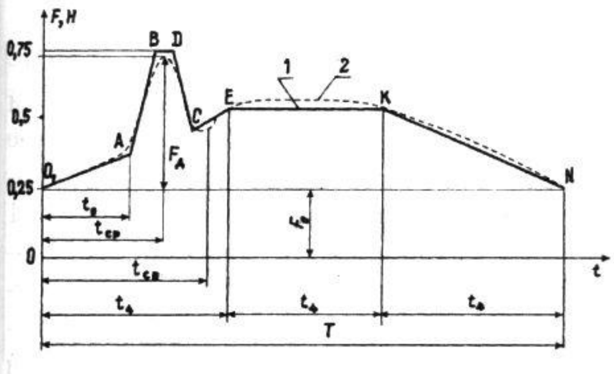

Рис. 2

На рис.2 представлен график изменения натяжения основы, где t_{CP} и t_{CE} соответствуют среднему значению величин t_1, t_2 и t_3, t_4. Единицей обозначена кусочно-линейная функция, цифрой 2 – кривая, построенная на основании ряда (18). Следует отметить близкое совпадение графиков 1 и 2. Если требуется большая точность, то количество членов ряда необходимо увеличить. В этом случае все расчеты можно выполнить на ЭВМ.

ВЫВОДЫ

1. Приведена методика применения рядов Фурье к исследованию динамики изменения натяжения основы.

2. Получено аналитическое соотношение изменения натяжения основы применительно к станку типа СТБ и ткани полотняного переплетения, которое можно использовать для анализа циклической деформации основы и ее напряженности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гордеев В.А.* Динамика механизмов отпуска и натяжения основы ткацких станков. – М.: Легкая индустрия, 1965.

2. *Гордеев В.А., Волков П.В.* Ткачество. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1986. С.418…425.

3. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* // Справочник по математике. – М.: Наука, 1986. С.418…425.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 29.01.04.