№ 4 (279) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 2004

УДК 539.017: 677.4

ВРЕМЕНА РЕЛАКСАЦИИ И ЗАПАЗДЫВАНИЯ У НЕТКАНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В.Ю. МИШАКОВ, Н.А. МАКАРОВА, А.М. СТАЛЕВИЧ

(Московский государственный университет дизайна и технологии, Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

В [1] на примере образцов нетканого термокрепленого полотна, обладающего хорошей воздухопроницаемостью, был изложен простейший способ моделирования физико-механических свойств нетканого материала в зоне неразрушающего механического воздействия методами наследственной механики. Было показано, что достаточно самым простым способом определить параметры релаксации – при деформации ε = const, чтобы с их помощью прогнозировать режимы сложной релаксации – когда $\varepsilon \neq$ const. При этом с целью максимального упрощения расчетов было принято допущение, что при бесконечно длительном деформировании приложенное усилие отрелаксирует полностью. В случае линейной вязкоупругости подтвердить или опровергнуть это допущение с помощью непосредственных измерений практически невозможно.

В то же время указанное упрощение расчета релаксирующего напряжения при заданном режиме деформирования сопровождается затруднениями при решении обратной задачи, поскольку в определяющем уравнении наследственной механики [2]:

$$\varepsilon_t = E_o^{-1}\sigma_t + \int \sigma_{t-s} D'_s\, dS \qquad (1)$$

усложняется аналитическое задание D'_s – ядра данного уравнения, которое является производной от функции податливости $\sigma^{-1}\varepsilon_t = D_t$, где σ – напряжение; ε_t – деформация; E_o – модуль упругости.

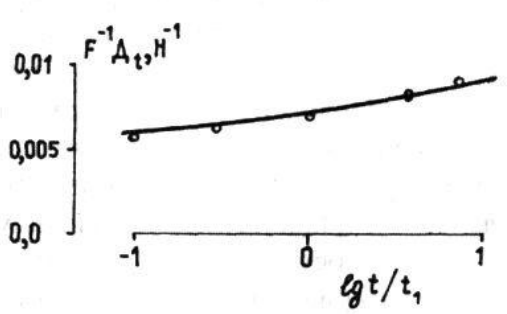

Рис. 1

Для преодоления этой трудности следует аппроксимировать экспериментально полученную функцию податливости нетканого материала, рассчитанную по семейству измеренных кривых ползучести и представленную на рис. 1, где линия – эксперимент, точки – расчет (ширина образца в виде полоски ткани составляла 10 мм; t_1 = 1 мин – базовое время).

Для этой цели в уравнении

$$\varepsilon_t P^{-1} = F^{-1}D_t = F^{-1}E^{-1}_o + (F^{-1}E^{-1}_\infty - F^{-1}E^{-1}_o)\varphi_{\sigma t}, \quad (2)$$

где P – растягивающая сила; F – площадь поперечного сечения образца; E_∞ – равновесное значение модуля, применим следующие допущения.

Во-первых, зададимся значением равновесной вязкоупругой деформационной жесткости:

$$FE_\infty = CFE_o = 0{,}25\ FE_o, \qquad (3)$$

где $C = E_\infty E^{-1}_o$.

Во-вторых, воспользуемся заданием нормированной функции ползучести по аналогии с релаксацией [1], [3]:

$$\varphi_{\sigma t} = [1 + (t / \tau_\sigma)^{-A}]^{-1}, \qquad (4)$$

где τ_σ – среднестатистическое время запаздывания при заданном значении напряжения σ.

В-третьих, воспользуемся равенством значений параметра A в нормированных функциях ползучести (4) и релаксации [1].

В первом варианте аппроксимации кривой, представленной на рис. 1, воспользуемся полученными ранее параметрами релаксации [1]:

$$FE_o = 240 \text{ Н} \quad \text{и } A = 0{,}25,$$

а по принятому условию (3) получим

$$FE_\infty = 0{,}25 \cdot 240 = 60 \text{ Н}.$$

Для вычисления среднестатистического времени запаздывания из уравнения (2) с учетом (4) записываем формулу

$$\lg\tau_\sigma = \lg t - A^{-1}\lg ((F^{-1}D_t - 0{,}0042)/(0{,}0168 - F^{-1}D_t)). \qquad (5)$$

Определение времени запаздывания по релаксационным характеристикам по (рис. 1) и формуле (5) при $FE_o = 240$ Н; $A = 0{,}25$; $c = 0{,}25$ представлено в табл. 1.

Таблица 1

t, мин	0,1	0,25	0,5	1	2	4	8
$\lg\tau_\sigma$	2,7	2,5	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4
$F^{-1}D_t$, H^{-1} расчет	0,0056	0,006	0,0063	0,0066	0,007	0,0074	0,0078

Примечание. Ср.$\lg\tau_\sigma \cong 2{,}5$; $\tau_\sigma = 316 \cong 320$ мин.

В табл. 1 помимо экспериментальных приводятся также значения податливости, вычисленные по (2) по полученным параметрам:

$$F^{-1}D_t = 0{,}0042 + 0{,}0126\,[1 + (t / 320)^{-0{,}25}]^{-1}.$$

Близость к измеренным значениям подтверждает приемлемость используемых параметров.

Аналогичным образом осуществлялись уточнение среднестатистического времени релаксации:

$$\lg\tau_\varepsilon = \lg t - A^{-1}\lg ((240 - FE_t)/(FE_t - 60)) \qquad (6)$$

и проверочный расчет релаксирующей деформационной жесткости нетканого материала:

$$FE_t = 240 - 180\,[1 + (t / 0{,}23)^{-0{,}25}]^{-1}. \qquad (7)$$

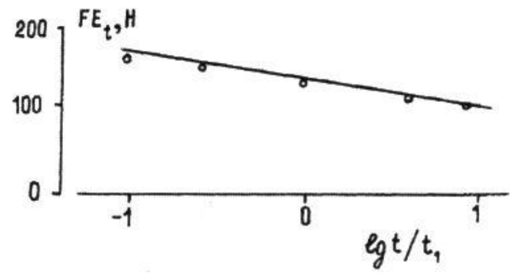

Рис. 2

На рис. 2 изображены экспериментально полученная кривая деформационной жесткости (линия) и расчетные точки. Уточненное значение времени релаксации составило ср. $\lg\tau_\varepsilon = -0{,}63 \cong -0{,}6$; $\tau_\varepsilon = 0{,}23$ мин.

Во втором варианте с помощью кривой на рис. 1 по среднему значению податливости

$$F^{-1}D_\tau = (0{,}0042 + 0{,}0168) / 2 = 0{,}0105 \qquad (8)$$

рассчитываем $\lg(\tau_\sigma / t_1) = 1{,}9$, то есть $\tau_\sigma \cong 80$ мин.

Далее расчет производится по формуле, получаемой из (2) и (4):

$$A = \lg\left(\left(F^{-1}D_t - 0{,}0042\right) / \left(0{,}0168 - F^{-1}D_t\right)\right) / \lg\left(t / \tau_\sigma\right), \qquad (9)$$

а также уточняются значения F^{-1}/D_t по формулам (2) и (4) с учетом нового значения A.

На рис. 1 точками показаны расчетные значения податливости F^{-1}/D_t.

Далее по полученному значению $A = 0{,}33 \cong 1/3$ уточняется значение времени релаксации и осуществляется расчетная проверка по формуле

$$FE_t = 240 - 180\left[1 + (t/0{,}3)^{-1/3}\right]^{-1}.$$

На рис. 2 точками показаны рассчитанные значения FE_t при $A = 0{,}33$.

Во втором варианте аппроксимации получены более точные значения времен релаксации $\tau_\varepsilon = 0{,}3$ и запаздывания $\tau_\sigma = 80$ мин при одних и тех же остальных параметрах: $FE_o = 240$; $FE_\infty = 60$Н; $A = 1/3$.

Следует отметить, что соотношение $\tau_\sigma > \tau_\varepsilon$ соответствует всевозможным механическим моделям вязкоупругих свойств [3] и тем самым свидетельствует о глубоком сходстве свойств модели и свойствами реального материала.

Состоявшееся «сближение» параметров релаксации и запаздывания не противоречит действенности наследственной взаимосвязи этих двух процессов:

$$E_o D_t + \int_0^t D_{t-s} E'_s \, dS = 1, \qquad (10)$$

которая была подтверждена расчетом по непосредственно измеренным процессам релаксации и ползучести [1]. После того, как стали известны параметры податливости, ту же самую взаимосвязь (10) можно проконтролировать и по выражению

$$E_o^{-1} E_t + \int_0^t E_{t-s} D'_s \, dS = 1, \qquad (11)$$

получаемому из уравнения (1) при $\varepsilon_t = \text{const}$.

Как и в расчетах по (10), в данном случае отклонения от единицы оказались небольшими. Из этого следует, что достигнутое предельное упрощение математической модели вязкоупругих свойств не противоречит представлению об идентичности микромеханизмов релаксации при различных режимах деформирования. Вместе с тем допустимость отклонения от единицы в условии (10) или (11) в пределах ± 5% приводит к значительному упрощению наследственно-вязкоупругих характеристик.

Произведенное уточнение значения A как параметра формы релаксационного спектра [3] не приводит к усложнению аналитического описания диаграммы равномерного растяжения, которое рассматривалось в [1].

В уравнении диаграммы

$$\sigma_t = E_o\varepsilon_t - (E_o - E_\infty)\,\dot{\varepsilon} \int_0^t \varphi_t dt =$$

$$= \varepsilon_t \left[E_o - (E_o - E_\infty)\, t^{-1} \int_0^t \varphi_t dt\right] \qquad (12)$$

при значении $A = 1/3$ интеграл берется точно [4]:

$$\int_0^t \varphi_t dt = 3\tau_\varepsilon \left\{1/3(t/\tau_\varepsilon)^{+1} - 1/2(t/\tau_\varepsilon)^{2/3} + (t/\tau_\varepsilon)^{1/3} - \ln\left[1 + (t/\tau_\varepsilon)^{1/3}\right]\right\}. \qquad (13)$$

Формулы (13) и (12) заметно облегчают прогнозирование равномерного растяжения, то есть диаграммы растяжения при заданной скорости деформирования. Облегчается также процедура дальнейшего уточнения параметров модели – если возникает такая необходимость – посредством сопоставления прогнозируемых диаграмм с экспериментальными.

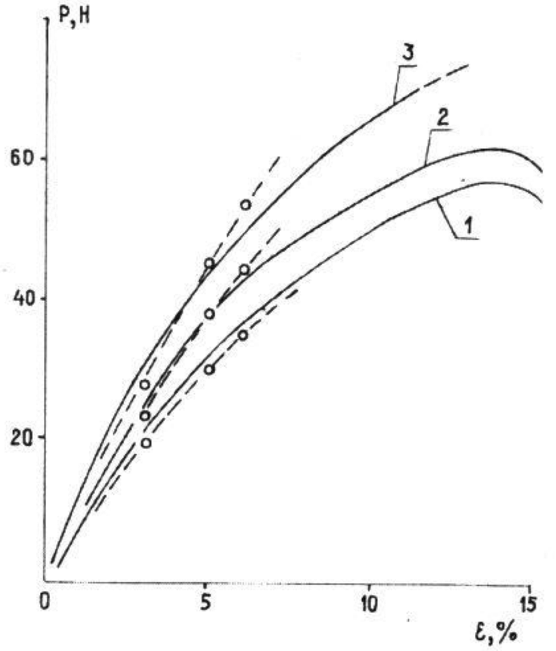

Рис. 3

На рис. 3 представлены экспериментальные (линии) и расчетные (точки) диаграммы растяжения при различных скоростях $\dot{\varepsilon}=0{,}005$ мин$^{-1}$ (1); $\dot{\varepsilon}=0{,}05$ мин$^{-1}$ (2); $\dot{\varepsilon}=0{,}5$ мин$^{-1}$ (3); пунктир – рассчитанные диаграммы.

С точки зрения физической интерпретации спектров, содержащихся в предлагаемой предельно упрощенной модели, распределение релаксирующих частиц по собственным временам релаксации отличается от их распределения по временам запаздывания только соответствующими среднестатистическими значениями времени релаксации и времени запаздывания. Можно предположить, что такое «сближение» ядер релаксации и запаздывания (ползучести) окажется применимым также и к другим полимерным материалам и композитам.

ВЫВОДЫ

1. При математическом моделировании вязкоупругих свойств нетканого материала в качестве наследственных ядер релаксации или запаздывания оказалось возможным использование одинаковых элементарных степенных функций, отличающихся только среднестатистическими временами релаксации и запаздывания.

2. Проиллюстрированы конкретные методики расчета физически обоснованных деформационных характеристик как параметров математической модели.

3. Анализ взаимосвязи процессов релаксации и ползучести, прогнозирование диаграмм растяжения подтвердили представление о наследственном характере деформационных характеристик и тем самым о возможности прогнозирования еще более сложных процессов релаксации или ползучести.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мишаков В.Ю., Слуцкер Г.Я., Сталевич А.М.* Моделирование физико-механических параметров качества полимерных нетканых материалов // 3-я Междунар. научн.-практ. конф.: Качество полимерных материалов и изделий: инновация, сертификация, контроль. – С.-Петербург, 2003. С. 42.

2. *Алфрей Т.* Механические свойства высокополимеров. – М.: Наука, 1970.

3. *Сталевич А.М.* Деформирование ориентированных полимеров. – С.-П., РИЦ СПГУТД, 2002.

4. *Двайт Г.Б.* Таблицы интегралов. – М. 1978.

Рекомендована кафедрой сопротивления материалов СПГУТД. Поступила 01.04.04.