УДК 677.017.4.072.6.074

ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ БЕГУНКА В НОВОМ КРУТИЛЬНОМ УСТРОЙСТВЕ

Ю.К.БАРХОТКИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

В [1] приведена конструкция и принцип действия нового крутильного устройства, позволяющего значительно повысить производительность кольцевых прядильных и крутильных машин, а также улучшить качество вырабатываемой пряжи. Для оценки надежности и устойчивости работы данного устройства, а также для определения регулировочной и настроечной способности механизма рассмотрим динамику движения бегунка.

Бегунок в новом крутильном устройстве имеет форму торообразного ролика радиусом $R_р$, который помещен внутри кольцевой камеры с рабочей торообразной поверхностью (рис.1). Радиус внутренней поверхности кольцевой камеры в точке качения ролика равен $R_к$. Внутри кольцевой камеры расположена паковка ($R_п$ – радиус пустой паковки; $R_б$ – радиус полной паковки), которая вращается по часовой стрелке (если смотреть с конца шпинделя) с угловой скоростью $\omega_б$. Через ролик продета нить (пряжа), которая (при вращении паковки) заставляет последний катиться по внутренней вертикальной вогнутой поверхности кольцевой камеры и вращаться с собственной угловой скоростью ω_1 против часовой стрелки (при этом собственная ось ролика вращается по часовой стрелке). Скорость вращения оси ролика в первом приближении можно считать равной $\omega_б$.

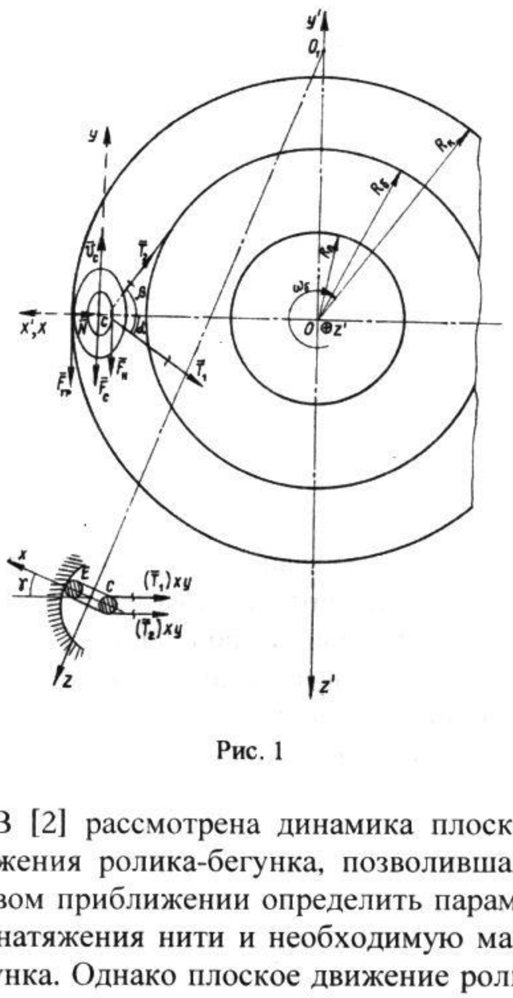

Рис. 1

В [2] рассмотрена динамика плоского движения ролика-бегунка, позволившая в первом приближении определить параметры натяжения нити и необходимую массу бегунка. Однако плоское движение ролика в новом крутильном устройстве не поддерживается никакими направляющими и он имеет пять степеней свободы.

Определим характер движения ролика-бегунка внутри кольцевой камеры. Предположим, что ось ролика CZ не параллельна оси паковки OZ'. Появление угла наклона ролика γ вызвано созданием силами $T_Г$ и T_2 вертящего момента ролика относительно оси CX в точке контакта E ролика с кольцевой камерой, который, согласно теореме Резаля, отклонит ось ролика, как быстровращающегося уравновешенного тела, на угол γ.

Таким образом, пересечение осей CZ и OZ´ в точке O´ позволяет представить движение ролика как вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной точки O´. Тогда абсолютное вращательное движение ролика можно разложить на относительное вращательное движение вокруг собственной оси с угловой скоростью ω_1 и переносное прецессионное вращение оси ролика CZ вокруг оси паковки OZ´ с угловой скоростью $\omega_б$:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_б . \qquad (1)$$

В то же время вращение ролика, как твердого тела, с одной неподвижной точкой определяется изменением углов Эйлера, как функции времени:

$$\varphi = f_1(t);\ \Psi = f_2(t);\ \Theta = f_3(t), \qquad (2)$$

где φ – угол собственного вращения ролика; Ψ – угол прецессии (угол поворота паковки); Θ – угол нутации (угол наклона ролика к горизонту γ).

В нашем случае движение ролика (как свободного тела) ограничивается сферической поверхностью кольцевой камеры, поэтому при условии постоянства внешних сил угол нутации Θ (в нашем случае γ) будет величиной постоянной и зависящей от силовых и инерционных параметров системы.

Движение ролика с постоянной скоростью собственного вращения $\dot{\varphi} = \omega_1$, постоянной скоростью прецессии $\dot{\psi} = \omega_б$ и постоянным углом нутации $\Theta = \gamma$ является регулярной прецессией, причем прецессия в нашем случае будет обратной, так как угол между $\vec{\omega}$ и $\vec{\omega}_б$ тупой. Кроме того, прецессия будет принудительной и выполняться с высокой скоростью.

Поставим задачу: определить угол нутации γ ролика-бегунка в зависимости от силовых и инерционных параметров системы.

Рассмотрим переносное движение оси CZ ролика. Точка C является центром масс ролика и движется по окружности радиуса $R = R_к - R_p \cos\gamma$. Используя формулу Ривальса для точки C, получим

$$\bar{a}_c = \frac{d'\bar{\upsilon}_c}{dt} + \bar{\omega}_б \times \bar{\upsilon}_c . \qquad (3)$$

Спроектировав (3) с учетом теоремы о движении центра масс, после несложных преобразований получим:

$$\left.\begin{aligned} -\omega_б^2 \cos\gamma\left(R_к - R_p\cos\gamma\right) &= \frac{F_x^{(e)}}{M}, \\ -\omega_б^2 \sin\gamma\left(R_к - R_p\cos\gamma\right) &= \frac{F_z^{(e)}}{M}, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где $\overrightarrow{F^{(e)}}$ – главный вектор внешних сил, действующих на ролик; M – масса ролика.

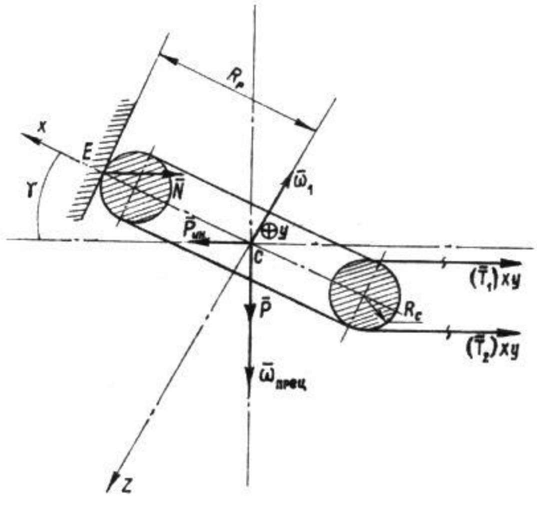

Рис. 2

Рассмотрим движение ролика, как твердого тела (рис.2). Используя уравнения главных моментов количества движения твердого тела относительно координатных осей, а также динамические уравнения Эйлера для твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной точки, после несложных преобразований получим уравнения движения ролика в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned}
&-N\cos\gamma - P\sin\gamma - T_2\cos\beta\cos\gamma - T_1\cos\alpha\cos\gamma = -\frac{P}{g}\omega_б^2\cos\gamma\left(R_к - R_р\cos\gamma\right),\\
&T_2\sin\beta - T_1\sin\alpha - F_{тр} - F_н - F_c = 0,\\
&-N\sin\gamma + P\cos\gamma - T_2\cos\beta\sin\gamma - T_1\cos\alpha\sin\gamma = -\frac{P}{g}\omega_б^2\sin\gamma\left(R_к - R_р\cos\gamma\right),\\
&T_2\sin\beta\cos\gamma R_c + T_1\sin\alpha\cos\gamma R_c = 0,\\
&-T_2\cos\beta\left(R_р\sin\gamma + R_c\cos\gamma\right) + T_1\cos\alpha\left(R_р\sin\gamma - R_c\cos\gamma\right) + NR_c\cdot\sin\gamma =\\
&=\omega_б\sin\gamma\left(\omega_1 - \omega_б\cos\gamma\right)\left(\Im_x - \Im_z\right),\\
&-T_2\sin\beta\left(R_р - R_c\right) + T_1\sin\alpha\left(R_р - R_c\right) - F_{тр}R_р + F_н R_р = 0,
\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где N – реакция дорожки кольцевой камеры; P – сила веса ролика; $F_{тр}$ – сила трения ролика о камеру; F_c – сила сопротивления воздуха.

Анализ уравнений системы (5) показывает, что натяжение ветвей нити T_1 и T_2 вызывает вертящий момент внешних активных сил, действующих на ролик вокруг оси CX . В связи с этим для обеспечения устойчивости ролика этот момент должен быть скомпенсирован гироскопическим инерционным моментом m_{cx}.

Определим гироскопический момент, дополнительно возникающий у вращающегося ролика и обеспечивающий регулярную обратную прецессию ролика с постоянным углом нутации $\gamma = const \neq 0$. При решении задач с помощью приближенной теорией гироскопов используем теорему об изменении главного момента количества движения системы материальных точек в ее кинематической интерпретации – теореме Резаля.

Определим проекции вектора кинематического момента на оси O_1X, O_1Y, O_1Z, которые являются главными осями инерции для точки O_1 (рис.3):

$$\left.\begin{aligned}
K_x &= \Im_x\omega_x = -\Im_x\omega_б\sin\gamma,\\
K_y &= \Im_y\omega_y = 0,\\
K_z &= \Im_z\omega_z = -\Im_z\left(\omega_1 - \omega_б\cos\gamma\right).
\end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

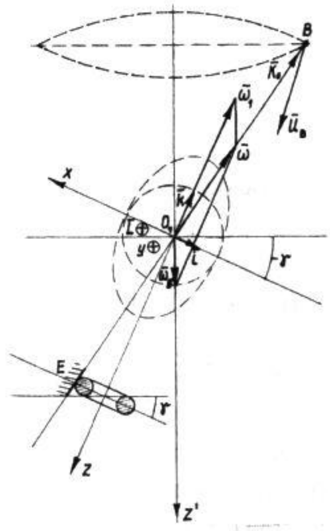

Рис. 3

Тогда кинематический момент ролика, как гироскопа, относительно неподвижной точки O_1, равен

$$\overrightarrow{K_o} = K_x\vec{i} + K_y\vec{j} + K_z\vec{k} = -\Im_x\omega_б\sin\gamma\vec{i} - \Im_z\left(\omega_1 - \omega_б\cos\gamma\right)\vec{k}, \qquad (7)$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы кинематического момента.

При регулярной прецессии $\omega_1 = const$, $\omega_б = const$, $\gamma = const$, следовательно, $K_x = const$, $K_y = 0$, $K_z = const$, то есть вектор кинематического момента $\overrightarrow{K_o}$ постоянен по модулю и изменяется только по направлению. Для того, чтобы найти скорость конца этого вектора (точка B) (рис.3), нужно знать скорость вращения этого вектора вокруг неподвижной точки $\mathbf{O_1}$. По формуле, аналогичной формуле Эйлера, для скорости точки тела при его сферическом движении

$$\overrightarrow{U_в} = \overrightarrow{\omega_б} \times \overrightarrow{K_o} \qquad (8)$$

получим

$$\vec{L} = -\overrightarrow{U_в} = -\overrightarrow{\omega_б} \times \overrightarrow{K_o} = \overrightarrow{K_o} \times \overrightarrow{\omega_б}\,. \qquad (9)$$

Из формулы (9) следует, что момент $\vec{L}$ перпендикулярен плоскости O_1XZ, в которой лежат векторы $\overrightarrow{\omega_б}$ и $\overrightarrow{K_o}$ и, следовательно, параллелен оси O_1Y, совпадающей с линией узлов. Таким образом, после несложных преобразований получим векторное уравнение гироскопического момента ролика в виде:

$$\vec{L} = (-\mathfrak{J}_x\omega_б\sin^2\gamma - \mathfrak{J}_z\omega_1\cos\gamma + \\ + \mathfrak{J}_z\omega_б\cos^2\gamma)\left(\overrightarrow{\omega_1^o} \times \overrightarrow{\omega_б}\right), \qquad (10)$$

где $\overrightarrow{\omega_1^o} = \vec{k}$ – единичный вектор.

Таким образом, используя принцип Даламбера $\vec{L} + \overrightarrow{L^{(e)}} = 0$, можно утверждать, что гироскопический момент будет дополнительно приложен к ролику и стремиться уменьшить угол γ. Кроме того, гироскопический момент будет противодействовать усилиям T_1 и T_2, которые стремятся повернуть ролик вокруг оси OX.

Таким образом, в системе (5) уравнения (4) и (5) (соответственно) будут иметь вид:

$$T_2\sin\beta\cos\gamma R_c + T_1\sin\alpha\cos\gamma R_c = \mathfrak{J}_x\omega_б^2\sin^2\gamma + \mathfrak{J}_z\omega_б\omega_1\cos\gamma - \mathfrak{J}_z\omega_б^2\cos^2\gamma, \qquad (11)$$

$$-T_2\cos\beta\left(R_p\sin\gamma + R_c\cos\gamma\right) + T_1\cos\alpha\left(R_p\sin\gamma - R_c\cos\gamma\right) + \\ + NR_c\sin\gamma = \omega_б\sin\gamma\left(\omega_1 - \omega_б\cos\gamma\right)\left(\mathfrak{J}_x - \mathfrak{J}_z\right) - \\ - \mathfrak{J}_x\omega_б^2\sin^2\gamma - \mathfrak{J}_z\omega_б\omega_1\cos\gamma + \mathfrak{J}_z\omega_б^2\cos^2\gamma. \qquad (12)$$

Полученная система уравнений (5), (11) и (12) описывает сложное движение ролика-бегунка внутри кольцевой камеры нового крутильного устройства и учитывает все возможные степени его движения. Анализ этих уравнений позволяет определить условие устойчивого движения бегунка, угол его наклона, необходимую массу и момент инерции, силу нормального давления и необходимую силу трения скольжения, а также другие параметры. Следовательно, использование полученных уравнений позволяет грамотно конструировать такое и подобные ему устройства, обеспечивающие устойчивое качение ролика-бегунка внутри кольцевой камеры и условие контакта в одной точке качения, что резко уменьшает износ бегунка и кольцевой камеры и позволяет увеличить производительность кольцевой прядильной машины.

ВЫВОДЫ

Анализ полученных уравнений динамического равновесия ролика-бегунка доказывает возможность устойчивой работы нового механизма кручения с одной точкой касания в широком диапазоне скоростей, причем его устойчивость возрастает с ростом частоты вращения веретена.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бархоткин Ю.К., Павлов Ю.В.* // Изв.вузов. Технология текстильной промышленности. – 2004, № 1. С.29…32.

2. *Бархоткин Ю.К.* // Изв.вузов. Технология текстильной промышленности. – 2004, № 3. С.28…31.

Рекомендована кафедрой прядения. Поступила 06.02.04.