

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА НАМАТЫВАНИЯ НИТЕЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СИНЕЛИ

В.И. ОЛЬШАНСКИЙ, И.А. ПЕТЮЛЬ

(Витебский государственный технологический университет)

В производстве мебельно-декоративных тканей в последнее время широко применяется синель, являющаяся одним из видов фасонных нитей. Синель состоит из двух стержневых нитей, между витками которых зажаты отрезки ворсовых нитей. Получение синели включает в себя следующие основные процессы: подача стержневых нитей к ворсообразующему механизму, наматывание ворсовых нитей на калибр ворсообразующего механизма, разрезание витков ворсовых нитей на отдельные отрезки, ориентация и укладка ворсовых отрезков между двумя стержневыми нитями, уплотнение структуры нити, транспортирование отрезков в зону кручения, скручивание стержневых нитей.

В настоящей работе рассмотрен процесс наматывания ворсовых нитей вьюрком на калибр методом дифференциальной геометрии. Расчетная схема движения нити представлена на рис.1.

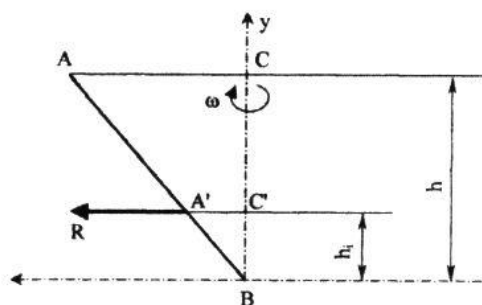


Рис. 1

Движение нити будем исследовать при равномерном вращении точки А, расположенной на вьюрке, и точки В, закрепленной на калибре. При равновесии нити, равнодействующая всех приложенных к ней сил R для различных сечений является функцией дуговой координаты. Система дифференциальных уравнений в лагранжевых координатах [1, с.24],

описывающая равновесие нити длиной $AB = \ell$, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \frac{dT_\ell}{dS_0} + F_1 &= 0, \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{T_\ell}{\varrho} + F_2 &= 0, \\ F_3 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где μ_0 – линейная плотность нерастянутой нити; T_1 – натяжение отрезка нити длиной ℓ ; S_0 – длина дуги нити длиной ℓ ; F_1 – проекция напряженности силы на касательную; F_2 – проекция напряженности силы на нормаль; F_3 – проекция напряженности силы на бинормаль.

Под напряженностью в данном случае понимается сила, отнесенная к единице массы.

Уравнения равновесия (1) в декартовых координатах имеют вид [1, с.31]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{f}{\mu_0} \frac{d}{dS_0} \left(\frac{T_\ell}{f_\ell} \frac{dx_\ell}{dS_0} \right) + x &= 0, \\ \frac{f}{\mu_0} \frac{d}{dS_0} \left(\frac{T_\ell}{f_\ell} \frac{dy_\ell}{dS_0} \right) + y &= 0, \\ \frac{f}{\mu_0} \frac{d}{dS_0} \left(\frac{T_\ell}{f_\ell} \frac{dz_\ell}{dS_0} \right) + z &= 0, \\ \left(\frac{dx_\ell}{dS_0} \right)^2 + \left(\frac{dy_\ell}{dS_0} \right)^2 + \left(\frac{dz_\ell}{dS_0} \right)^2 &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $f = \frac{\mu_0}{\mu}$ – функция деформации нити

(для нерастяжимой нити $f = 1$); μ – линейная плотность деформированной нити; x, y, z – обозначение проекции напряженности силы на координатные оси.

Угловую скорость ω будем считать постоянной, весом нити и силами сопротивления движению пренебрегаем.

Для расчетной схемы (рис. 1), применяя принцип Даламбера и учитывая, что $F_1=y=0$, $F_2 = x = \omega^2 x_i$, дифференциальные уравнения (2) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \frac{d}{dS} \left(T \frac{dx}{dS} \right) &= -\omega^2 x, \\ \frac{1}{\mu_0} \frac{d}{dS} \left(T \frac{dy}{dS} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Из дифференциальной геометрии известно, что элементарная дуга dS зависит от координаты положения точки:

$$dS = \sqrt{1 + x_i'^2} dy \approx \left(1 + \frac{1}{2} x_i'^2 \right) dy, \quad (4)$$

где x' – производная по переменной y .

Тогда уравнения равновесия (3) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{1 + \frac{1}{2} x_i'^2} \frac{d}{dy} \left(\frac{T}{1 + \frac{1}{2} x_i'^2} \right) &= 0, \\ \frac{1}{1 + \frac{1}{2} x_i'^2} \frac{d}{dy} \left(\frac{T}{1 + \frac{1}{2} x_i'^2} x' \right) &= -\mu_0 \omega^2 x. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Интегрируя первое дифференциальное уравнение системы уравнений (5), получим:

$$T = C_1 \left(1 + \frac{1}{2} x_i'^2 \right), \quad (6)$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Подставляя найденное значение T во второе уравнение системы (5), получаем дифференциальное уравнение формы вращающейся нити:

$$x'' = \frac{\mu_0 \omega^2 x}{C_1} \left(1 + \frac{1}{2} x_i'^2 \right). \quad (7)$$

Для решения дифференциального уравнения (7) воспользуемся подстановкой $x' = u$.

Тогда

$$x'' = \frac{du}{dy} = u \frac{du}{dx}.$$

Выполнив подстановку методом замены переменной и подставив ее в (7), получим:

$$\frac{u}{1 + \frac{1}{2} u^2} \frac{du}{dx} = -\frac{\mu_0 \omega^2 x}{C_1}. \quad (8)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (8), имеем

$$\frac{dx}{dy} = u = \sqrt{C_2 - \frac{\mu_0 \omega^2}{C_1} x^2}, \quad (9)$$

где C_2 – постоянная интегрирования.

Интегрируя дифференциальное уравнение (9), записываем

$$\frac{\sqrt{C_1}}{\sqrt{\mu_0 \omega}} \arcsin \left(\sqrt{\frac{\mu_0}{C_1 C_2}} \omega x \right) = y + C_3, \quad (10)$$

где C_3 – постоянная интегрирования.

Из начальных условий при $x = 0$; $y = 0$ имеем $C_3 = 0$. Тогда выражение (10) примет вид:

$$x = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{C_1 C_2}{\mu_0}} \sin \sqrt{\frac{\mu_0}{C_1}} \omega y. \quad (11)$$

Постоянную C_1 найдем из начальных условий: при $x = 0$; $y = 1 = \sqrt{R^2 + h^2}$.

Тогда $\sin \sqrt{\frac{\mu_0}{C_1}} \omega \ell = 0$, а значит
 $C_1 = \frac{\mu_0 \omega^2 \ell^2}{\pi^2 n^2}$, где $n = 1, 2, 3 \dots$ и т.д.
 Следовательно,

$$x = \sqrt{C_2} \frac{\ell}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} y\right). \quad (12)$$

$$L = \int_0^{\ell} \sqrt{1+x'^2} dy = \int_0^{\ell} \left(1 + \frac{1}{2} x'^2\right) dx = \int_0^{\ell} \left[1 + \frac{1}{2} C_2 \cos^2\left(\frac{\pi n}{\ell} y\right)\right] dy. \quad (13)$$

Интегрируя (13), получаем

$$L = \ell + \frac{1}{4} C_2 \ell. \quad (14)$$

Тогда

$$C_2 = 4 \frac{L - \ell}{\ell},$$

где $\ell = \sqrt{R^2 + h^2}$.

Окончательно форма нити при вращении определяется равенством

$$x = \frac{2\sqrt{\ell(L-\ell)}}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi n}{\ell} y\right). \quad (15)$$

Для определения величины L воспользуемся соотношением $f = \frac{\mu_0}{\mu} = \frac{L}{\ell}$.

Откуда

$$L = \frac{\mu_0 \ell}{\mu},$$

где μ_0 – линейная плотность нити в недеформированном состоянии; μ – линейная плотность нити в деформированном состоянии.

Полученное уравнение формы нити при вращении (15) позволяет определить геометрическую конструкцию механизма ворсообразования на стадии его проектирования.

Как видно из последнего выражения, задача имеет бесконечно много решений, а нить бесконечно много положений равновесия.

Постоянную интегрирования C_2 определим, зная длину деформированной нити L :

Натяжение нити при вращении

$$T = \frac{\mu_0 \omega^2 \ell^2}{\pi^2 n^2} \left[1 + 2 \left(\frac{L - \ell}{\ell}\right) \cos^2\left(\frac{\pi n}{\ell} y\right)\right], \quad (16)$$

где y изменяется от 0 до h .

Данное уравнение позволяет установить зависимость между натяжением ворсовых нитей различного волокнистого состава и линейной плотностью и скоростными параметрами машины. Зная рабочую скорость вьюрка, линейную плотность и волокнистый состав, можно определить максимальное натяжение, которое испытывают ворсовые нити в т. В (рис. 1) то есть при $y = 0$, что следует из анализа уравнения (16) при различных значениях y .

Предварительные исследования показали, что для нормального протекания технологического процесса максимальное натяжение не должно превышать 50% от разрывной нагрузки. Соблюдение этого условия позволяет регулировать величину угловой скорости вьюрка, изменяя тем самым густоту ворса синели, которая является одним из основных показателей качества нити.

ВЫВОДЫ

Получено уравнение формы нити при вращении (уравнение 15), имеющее синусоидальный закон изменения, и уравнение натяжения нити при вращении (уравнение 16), позволяющее определять угловую скорость вьюрка для нитей различной ли-

нейной плотности и сырьевого состава, которые могут быть использованы при проектировании как новых технологических процессов и оборудования для производства синели, так и при модернизации существующего.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы механики нити / Ю.В. Якубовский, В.С. Живов, Я.И. Коритыцкий, И.И. Мигушов. – М.: Легкая индустрия, 1973.

Рекомендована кафедрой прядения натуральных и химических волокон. Поступила 06.02.04.
