УДК 677.021

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ПОРЦИИ ВОЛОКНИСТОГО МАТЕРИАЛА В МАССЕ ПРИ СЖАТИИ

Н.С. КУЗНЕЦОВА, В.И. ЖУКОВ

(Костромской государственный технологический университет)

Волокнистый материал в массе существует всегда в определенной форме – например, при прохождении через бункерный питатель принимает его форму.

В шахте бункерного питателя волокно в массе находится в напряженном состоянии вследствие постоянно действующей нагрузки на волокнистый материал от веса вышележащей массы волокна. Следовательно, находящийся внутри шахты волокнистый материал постоянно находится в деформированном состоянии.

Существует математическое описание напряженного состояния волокнистого материала в массе в виде зависимости, приведенной в [1], связывающей величину напряжения с величиной относительной деформации:

$$\sigma(x) = K\left(\frac{x}{(\varepsilon - x)^{\varepsilon}}\right), \qquad (1)$$

где σ – напряжение, Па; К – коэффициент пропорциональности, характеризующий механические свойства порции определенного вида волокнистого материала при сжатии, Па; ε – предельная относительная деформация; x – относительная деформация.

Данная зависимость в графическом виде представлена на рис. 1 – диаграмма напряжений порции волокнистого материала при сжатии.

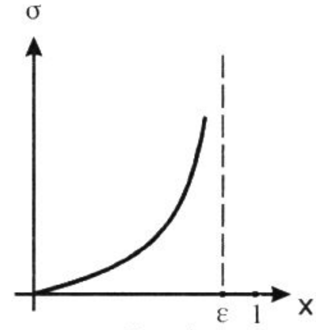

Рис. 1

На сегодняшний день решение уравнения (1) возможно лишь графоаналитическим способом, либо численными методами. Для выполнения расчетов желательно иметь аналитический способ решения данной функции.

Для решения уравнения применена теория разложения в ряды. Знаменатель дроби правой части (1) можно разложить в биномиальный ряд [2], [3]. Если ε есть целое неотрицательное число, то ряд сам собою обрывается, превращается в конечный многочлен и его сумма совпадает с функцией $(\varepsilon\text{-}x)^{\varepsilon}$. Если же ε не есть целое неотрицательное число (для данного процесса всегда $0<\varepsilon<1$), то ряд бесконечен и прежде всего возникает вопрос о его промежутке сходимости.

Доказано, что этот промежуток сходимости таков: (-1;1). Так как x лежит в промежутке (0;1), следовательно, этот ряд для вышеуказанной функции будет также сходится и разложение в биномиальный ряд возможно.

Пусть функция разложения в ряд имеет вид $f(x)=(\varepsilon-x)^{\varepsilon}$:

$$f'(x)=-\varepsilon(\varepsilon-x)^{\varepsilon-1},$$
$$f''(x)=\varepsilon(\varepsilon-1)(\varepsilon-x)^{\varepsilon-2},$$
$$f'''(x)=-\varepsilon(\varepsilon-1)(\varepsilon-2)(\varepsilon-x)^{\varepsilon-3}.$$
$$\ldots$$
$$f(0)=\varepsilon^{\varepsilon},$$
$$f'(0)=-\varepsilon^{\varepsilon},$$
$$f''(0)=\varepsilon^{\varepsilon-1}(\varepsilon-1),$$
$$f'''(0)=-\varepsilon^{\varepsilon-2}(\varepsilon-1)(\varepsilon-2),$$
$$\ldots$$

$$f(x)=\varepsilon^{\varepsilon}-\varepsilon^{\varepsilon}x+\frac{\varepsilon^{\varepsilon-1}(\varepsilon-1)x^2}{2!}-\frac{\varepsilon^{\varepsilon-2}(\varepsilon-1)(\varepsilon-2)x^3}{3!}+\ldots \quad (2)$$

Точностью разложения функции f(x) в биномиальный ряд можно задаваться. Соответственно каждый член функции, величина которого меньше требуемой точности, можно отбрасывать. Для повышения точности вычисления ряд продолжается следующими членами.

При подставлении (2) в исходную формулу (1) получаем уравнение

$$\sigma(x)=\frac{Kx}{\varepsilon^{\varepsilon}-\varepsilon^{\varepsilon}x+\frac{\varepsilon^{\varepsilon-1}(\varepsilon-1)x^2}{2!}-\frac{\varepsilon^{\varepsilon-2}(\varepsilon-1)(\varepsilon-2)x^3}{3!}+\ldots}.$$

Упрощая выражение, можно получить уравнения второй, третьей, четвертой и т.д. степеней g(x) = 0:

$$\sigma\varepsilon^{\varepsilon}-Kx-\sigma\varepsilon^{\varepsilon}x+\frac{\sigma\varepsilon^{\varepsilon-1}(\varepsilon-1)x^2}{2!}-\frac{\sigma\varepsilon^{\varepsilon-2}(\varepsilon-1)(\varepsilon-2)x^3}{3!}+\ldots=0. \quad (3)$$

Решение выведенных уравнений получается достаточно простым, особенно если брать уравнения второй и четвертой степени. Получаемая точность при решении уравнения четвертой степени относительно x равна 0,001. При заданном значении напряжения σ искомым, аналитически выведенным результатом будет выражение относительной деформации x.

На испытательном стенде порция волокнистого материала высотой h_0 цилиндрической формы нагружается грузом определенной массы, которая создает силу веса F. В сечениях порции возникают напряжения, образец деформируется. Значение напряжения можно рассчитать по известной силе F. По определенному значению напряжения высчитывается относительная деформация x. Также можно определить абсолютную деформацию: $e=h_0x$ и то, как изменится высота порции: $h=h_0(1-x)$.

ВЫВОДЫ

Разработан аналитический метод расчета деформации порции волокнистого материала при сжатии по функции диаграммы напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Жуков В.И.* Развитие теории и технологии бункерного питания волокном текстильных машин льняной промышленности: Дис….докт. техн. наук. – Кострома, КГТУ, 2001.

2. *Натансон И.П.* Краткий курс высшей математики. – Л.: Физматгиз, 1963.

3. *Выгодский М.Я.* Справочник по высшей математике. – М.:1964.

Рекомендована кафедрой прядения. Поступила 22.09.04.