

## ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛАМЕЛИ С НИТЬЮ ОСНОВЫ\*

С.Г. СТЕПАНОВ, Н.А. МАМЛИН, Г.В. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия,  
Ивановская государственная текстильная академия)

Под действием натяжения нитей основы ламели перемещаются в вертикальной плоскости; при этом за счет их движения возникает дополнительное динамическое натяжение основы. Для того, чтобы дать оценку этому дополнительному натяжению, необходимо знать перемещение, скорость и ускорение ламелей при работе станка.

Влияние массы ламелей на натяжение нитей основы рассмотрено в [1], однако, на наш взгляд, решение этой задачи не доведено до логического конца. Авторами рассмотрено движение ламелей только при

зевобразовании, тогда как наибольшее влияние этого фактора проявляется при прибое утка, когда натяжение основы резко возрастает и носит ударный характер, а ламели получают значительное ускорение, увеличивая натяжение основы.

Кроме того, целесообразно получить аналитическое соотношение, которое позволило бы рассчитать натяжение основы за цикл работы ткацкого станка. Для полотна этот цикл можно ограничить половиной раппорта переплетения, что соответствует одному обороту главного вала.

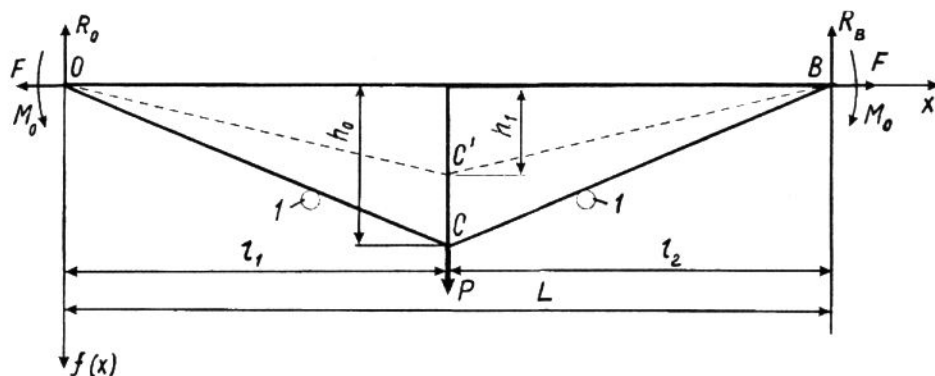


Рис. 1

\* Печатается в порядке обсуждения.

Рассмотрим рис. 1, где показана проекция ОСВ нити основы на вертикальную плоскость, соответствующая фазе заступа. Нить находится под действием заправочного (начального) натяжения. Она слегка касается валиков 1 основонаблюдателя и отклонена от средней линии ОВ на величину  $h_0$ . Ламель находится в точке С и занимает нижнее положение.

При прибое утка опушка ткани из состояния О перемещается влево на величину приборной полоски, а нить основы получает дополнительное натяжение. Точка С вместе с ламелью займет позицию С', а высота прогиба нити составит  $h$ .

При этом перемещение ламели будет:

$$S = h_0 - h. \quad (1)$$

Для дальнейшего решения задачи необходимо найти уравнение осевой линии нити ОС'В. Воспользуемся рядом Фурье [2]. Учитывая обозначения на рис. 1 (где  $\ell_1$  – расстояние от опушки ткани до ламели;  $\ell_2$  – от ламели до скала), имеем следующую функциональную зависимость:

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{\pi n x}{L} dx = \frac{2}{L} \left[ \frac{h}{\ell_1} \int_0^{\ell_1} x \sin \frac{\pi n x}{L} dx + \frac{h}{L - \ell_1} \int_{\ell_1}^L (L - x) \sin \frac{\pi n x}{L} dx \right]. \quad (5)$$

Из (5) следует:

$$b_n = \frac{8h}{n^2 \pi^2} \sin \frac{\pi n}{2}. \quad (6)$$

Коэффициенты ряда будут:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n x}{L} = h \left( 0,81 \sin \frac{\pi x}{L} - 0,09 \sin \frac{3\pi x}{L} + 0,03 \sin \frac{5\pi x}{L} \right). \quad (8)$$

Последнее слагаемое мало влияет на значение функции. Тогда:

$$f(x) = h \left( 0,81 \sin \frac{\pi x}{L} - 0,09 \sin \frac{3\pi x}{L} \right). \quad (9)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{h}{\ell_1} x & \text{при } 0 \leq x \leq \ell_1, \\ \frac{h}{L - \ell_1} (L - x) & \text{при } \ell_1 \leq x \leq L. \end{cases} \quad (2)$$

Функцию (2) можно разложить в ряд отдельно по синусам или отдельно по косинусам, а также записать ряд, где разложение осуществляется в виде суммы синусов и косинусов.

Наиболее простой вид разложения – это разложение по синусам. Тогда:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{\pi n x}{L}. \quad (3)$$

Коэффициенты  $b_n$  ряда найдем по формуле

$$b_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{\pi n x}{L} dx. \quad (4)$$

На основании (2) и (4) запишем:

$$b_1 = 0,81 h; \quad b_2 = 0; \quad b_3 = -0,09 h; \\ b_4 = 0; \quad b_5 = 0,03 h. \quad (7)$$

Дальнейшее вычисление коэффициентов нецелесообразно ввиду их малости.

Запишем ряд, используя (3) и (7):

Ряд (9) отражает форму осевой линии нити, когда она находится под действием натяжения  $F$  и силы тяжести ламели  $P$ . Кроме того, к нити приложены реакции  $R_O$ ,  $R_B$  и изгибающие моменты  $M_O$ . Реак-

ция  $R_0$  соответствует взаимодействию основной нити с утюжиной в опушке ткани,  $R_B$  – со скалом.

Силовое равновесие стержня (нити) можно описать неоднородным дифференциальным уравнением четвертого порядка [3]:

$$\frac{d^2}{dz^2} \left( EJ \frac{d^2 y}{dz^2} \right) - \frac{d}{dz} \left[ Q_1(z) \frac{dy}{dz} \right] + ky = q(q_0, P, M),$$

которое для нашего случая примет вид:

$$A_0 \frac{d^4 y}{dx^2} - F \frac{d^2 y}{dx^2} = P \delta(x - \ell_1), \quad (10)$$

где  $A_0$  – жесткость основной нити на изгиб;  $\delta(x - \ell_1)$  – дельта-функция Дирака.

В (10) значениями изгибающих моментов в точках О и В пренебрегаем ввиду их малости.

Для решения задачи воспользуемся методом возможных обобщенных перемещений. Вычислим интеграл [3]:

$$\int_0^{\ell} L(y) \delta y dx = 0, \quad (11)$$

где  $L(y)$  – уравнение силового равновесия стержня (нити);  $\delta y$  – возможные обобщенные перемещения точек осевой линии нити.

Решаем задачу для малых прогибов нити, так как перемещение ламели в точке С по отношению к L незначительно.

Обозначим

$$y = f(x) \quad (12)$$

и найдем вторую и четвертую производные от (9):

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = f''(x) = V''(x), \quad (13)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = f^{IV}(x) = V^{IV}(x). \quad (14)$$

Подставляем (13) и (14) в (10):

$$A_0 V^{IV}(x) - F V''(x) - P \delta(x - \ell_1) = 0. \quad (15)$$

Равенство (15) представляет собой уравнение силового равновесия  $L(y)$  нити.

Возможные обобщения перемещения точек осевой линии нити запишем в виде функции, подобной (9):

$$\delta y = 0,81 \frac{\pi x}{L} - 0,09 \sin \frac{3\pi x}{L}. \quad (16)$$

С учетом (15) и (16) интеграл (11) примет вид:

$$\int_0^L [A_0 V^{IV}(x) - F V''(x) - P \delta(x - \ell_1)] \delta y dx = 0, \quad (17)$$

или

$$\begin{aligned} A_0 \int_0^L V^{IV}(x) \delta y dx - F \int_0^L V''(x) \delta y dx = \\ = P \int_0^L \delta(x - \ell_1) \delta y dx. \end{aligned} \quad (18)$$

Имеем

$$A_0 \int_0^L V^{IV}(x) \delta y dx = 3,28 A_0 \frac{h \pi^4}{L^3}, \quad (19)$$

$$F \int_0^L V''(x) \delta y dx = -0,4 F \frac{h \pi^2}{L}. \quad (20)$$

Вычисление интеграла правой части (18) осуществляем с учетом свойств дельта-функции Дирака (интеграл значим только при  $x = \ell_1$ ):

$$P \int_0^L \delta(x - \ell_1) \delta y \, dx = 0,9P. \quad (21)$$

Запишем (18), учитывая (19)...(21):

$$h \frac{\pi^2}{L} \left( 3,28 \frac{\pi^2}{L^2} + 0,4F \right) = 0,9P. \quad (22)$$

Из (22):

$$h = \frac{0,9PL}{\pi^2 (3,28A_0 \frac{\pi^2}{L^2} + 0,4F)}. \quad (23)$$

Первым слагаемым в круглых скобках можно пренебречь – оно составляет незначительную величину ( $0,01 \cdot 10^{-6}$  Н).

Тогда:

$$h = \frac{0,9PL}{0,4\pi^2 F}. \quad (24)$$

Подставим значение  $h$  в (9):

$$f(x) = \frac{0,9PL}{0,4\pi^2 F} \left( 0,81 \sin \frac{\pi x}{L} - 0,09 \sin \frac{3\pi x}{L} \right). \quad (25)$$

Наибольший прогиб нити будет в середине пролета при  $x = L/2$ . В этом случае

$$f(x) = \frac{0,2PL}{F}. \quad (26)$$

Равенство (26) отражает величину прогиба нити, когда она находится под действием начального (заправочного) натяжения и динамической составляющей, то есть

$$F = F_0 + F_\partial, \quad (27)$$

где  $F_\partial$  – является функцией времени.

Учитывая (1), (12), (26) и (27), записываем:

$$S = h_0 - h = h_0 - f(x) = 0,2PL \left( \frac{1}{F_0} - \frac{1}{F_0 + F_\partial} \right). \quad (28)$$

Первое слагаемое в круглых скобках определяет начальный прогиб нити, а второе – прогиб нити с учетом динамики процесса.

Равенство (28) используем для определения скорости движения ламели и ее ускорения:

$$V = \frac{dS}{dt} = \frac{0,2LP F_\partial'}{(F_0 + F_\partial)^2}. \quad (29)$$

$$W = \frac{dV}{dt} = \frac{0,2LP}{(F_0 + F_\partial)^2} \left( F_\partial'' - \frac{2F_\partial'^2}{F_0 + F_\partial} \right). \quad (30)$$

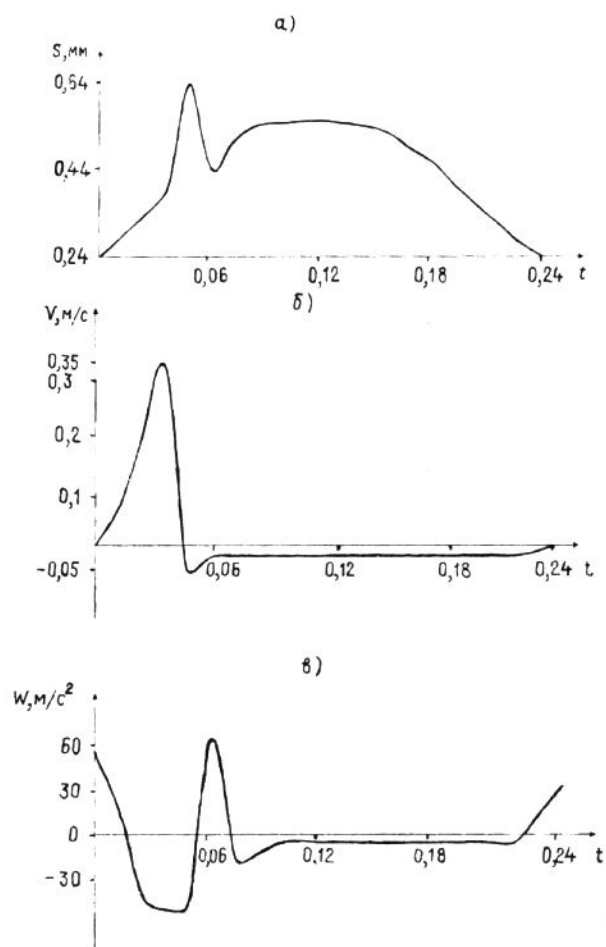


Рис. 2

## ВЫВОДЫ

На рис. 2 представлен график перемещения, скорости и ускорения ламели (а – перемещение ламели; б – скорость; в – ускорение). Следует отметить, что при максимальном ускорении ламели ее давление на нить основы составляет:

$$T = m W = \frac{P}{g} W = \frac{0,0115}{9,81} 48 = 0,056 \text{ Н.}$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Инерционная сила давления ламели на нить основы превышает силу тяжести ламели примерно в пять раз. Если учесть инерционную составляющую и силу тяжести ламели, то натяжение нити, приходящееся на эти величины, составляет примерно 10% от общего натяжения.

Рассмотрено взаимодействие нитей основы с ламелью при установившейся работе ткацкого станка и показано, что инерционная сила давления ламели на нить превышает силу ее тяжести примерно в пять раз, что надо учитывать при заправке ткацкого станка, соблюдая рекомендации по применению соответствующих типов ламелей применительно к линейной плотности нити.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Подать Н.М., Ефремов Е.Д. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1990. №№ 1...5.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. // Справочник по математике. – М., Наука, 1986. С.418...425.
3. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978. С.33...61.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 29.04.04.