УДК 677.052

КОЛЕБАНИЕ НАГРУЗКИ В ВЫТЯЖНЫХ ПРИБОРАХ ПРЯДИЛЬНЫХ МАШИН

В.С. ПЕТРОВСКИЙ, Р.В. КОРАБЕЛЬНИКОВ, А.П.СОРКИН

(Костромской государственный технологический университет)

Рассмотрим случайные колебания вытяжного прибора, обобщенная динамическая расчетная схема которого представлена на рис. 1.

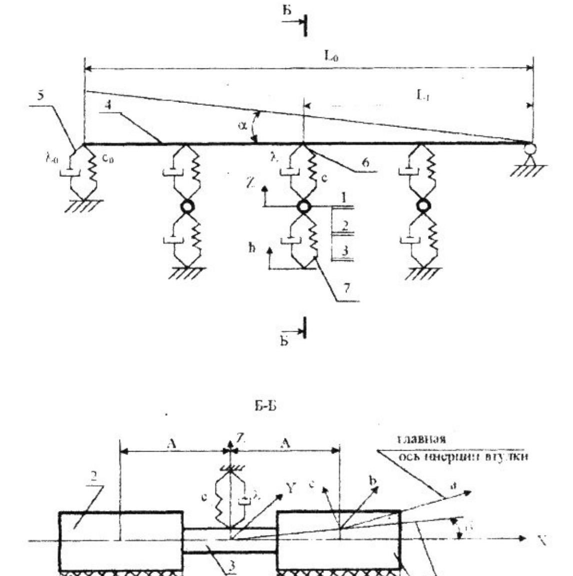

Рис. 1

Рычаг нагрузки 4 с помощью нагрузочного устройства 5 через пружины 6 передает усилие на нажимные валики, состоящие из невращающейся оси 3 и двух вращающихся втулок 1 и 2. Эластичное покрытие валика 7, пружины 6 и нагрузочное устройство 5 обладают вязкоупругими свойствами.

Примем, что слой текстильного материала тонкий, равномерный и не оказывает существенного влияния на колебание нагрузки.

Для каждого валика выберем неподвижную систему координат XYZ, поместив начало в центр нажимного валика в положении статического равновесия. Подвижные системы координат abc, $a_1b_1c_1$, $a_2b_2c_2$ направлены вдоль главных центральных осей инерции валика и втулок и перемещаются вместе с ними. Положения втулок 1, 2 заданы положением центра масс x_{c1}, y_{c1}, z_{c1} и x_{c2}, y_{c2}, z_{c2} и положением главной центральной оси инерции и определены ранее в [(1) 1].

Вначале рассмотрим колебание произвольно выбранного i-го валика. Далее в формулах с (1) по (11) все параметры относятся к i-му валику; индексы i для краткости записи опущены, кроме значений, стоящих под знаком суммы.

В качестве обобщенных координат примем поворот рычага нагрузки 4 на угол α, вертикальные перемещения z_i и повороты нажимных валиков вокруг оси y на углы θ_i.

Тогда обобщенные силы, действующие на систему без учета статической нагрузки и статического сжатия пружин, равны

$$Q_z = \int_{A-\ell}^{A+\ell} q_1 dx + \int_{-A-\ell}^{-A+\ell} q_2 dx - c(z - \alpha L) - \lambda(\dot{z} - \dot{\alpha} L),$$

$$Q_\theta = \int_{A-\ell}^{A+\ell} q_1 x dx + \int_{-A-\ell}^{-A+\ell} q_2 x dx, \quad (1)$$

$$Q_\alpha = \sum_{i=1}^{n} (c_i (z_i - \alpha L_i) + \lambda_i (\dot{z}_i - \dot{\alpha} L_i)) L_i - c_0 L_0^2 \alpha - \lambda_0 L_0^2 \dot{\alpha},$$

где $q = c(h - \theta x - z) + \lambda(\dot{h} - \dot{\theta} x - \dot{z})$; (2)

q – отклонение интенсивности нагрузки от номинального значения, вызванное погрешностями и колебаниями валика; c_0, λ_0, c, λ, c_1, λ_1 – коэффициенты жесткости и вязкости, нагрузочного устройства 5, пружины 6 и покрытий 7 (покрытия на одном валике принимаются одинаковыми $c_1 = c_2$, $\lambda_1 = \lambda_2$); h, $\dot{h}$ – величина и скорость деформации покрытия, вызванные погрешностью валика и рифцилиндра; n – количество нажимных валиков на рычаге.

Подставляя обобщенные силы (1), кинематическую энергию рычага $T_4 = 0{,}5 J_4 \dot{\alpha}^2$ и валиков из [(2) 1] в уравнение Лагранжа II рода, получаем

$$M\ddot{z} - m\omega^2 (e_1 \sin(\omega t) + \psi_1) + e_2 \sin(\omega t + \psi_2)) = Q_z,$$

$$J\ddot{\theta} + mA\omega^2 (e_2 \sin(\omega t + \psi_2) - e_1 \sin(\omega t + \psi_1)) + (J_a - J_b)\omega^2 \delta_1 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_1) + \delta_2 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_1) = Q_\theta, \quad (3)$$

$$J_4 \ddot{\alpha} = Q_\alpha,$$

где M, J – масса и момент инерции нажимного валика относительно оси b; m, J_a, J_b – масса и момент инерции втулок; e, δ – статический и динамический дисбалансы втулок; ω – угловая скорость вращения втулок i-го валика; J_4 – момент инерции рычага нагрузки.

Подставив значения из (2) и (1) в (3), после интегрирования и преобразования будем иметь

$$M\ddot{z} + \lambda_2 \dot{z}_i + c_z z - \lambda L \dot{\alpha} - \alpha c L = F_z,$$

$$J\ddot{\theta} + \lambda_\theta \dot{\theta} + c_\theta \theta = F_\theta, \quad (4)$$

$$J_4 \ddot{\alpha} + \lambda_\alpha \dot{\alpha} + c_\alpha \alpha - \sum \lambda_i \dot{z}_i L_i - \sum c_i z_i L_i = 0,$$

где $c_z = c + 4c_1 l$; $\lambda_z = \lambda + 4\lambda_1 l$; $c_\theta = 4c_1(A^2 l + \frac{1}{3} l^3)$; $\lambda_\theta = 4\lambda_1(A^2 l + \frac{1}{3} l^3)$; $c_\alpha = c_0 L_0^2 + \sum c_i L_i^2$; $\lambda_\alpha = \lambda_0 L_0^2 + \sum \lambda_i L_i^2$; (5)

$$F_z = \int_{A-\ell}^{A+\ell} (c_1 h_1 + \lambda_1 \dot{h}_1) dx + \int_{-A-\ell}^{-A+\ell} (c_1 h_2 + \lambda_1 \dot{h}_2) dx + m\omega^2 (e_1 \sin(\omega t + \psi_1) + e_2 \sin(\omega t + \psi_2)); \quad (6)$$

$$F_\theta = \int_{A-\ell}^{A+\ell} (c_1 h_1 + \lambda_1 \dot{h}_1) x dx + \int_{-A-\ell}^{-A+\ell} (c_1 h_2 + \lambda_1 \dot{h}_2) x dx + mA\omega^2 (e_1 \sin(\omega t + \psi_1) - e_2 \sin(\omega t + \psi_2)) + (J_b - J_a)\omega^2 (\delta_1 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_1) + \delta_2 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_2)).$$

Представим погрешности и перемещения в комплексном виде:

$$h = \bar{h} \exp(i\omega t); \quad z = \bar{z} \exp(i\omega t);$$

$$\Delta = \bar{\Delta} \exp(i\omega t); \quad \theta = \bar{\theta} \exp(i\omega t); \quad (7)$$

$$\alpha = \overline{\alpha} \exp(i\omega t),$$

где $\overline{h}, \overline{z}, \overline{\Delta}, \overline{\theta}, \overline{\alpha}$ – комплексные амплитуды.

Подставляя значения переменных из (7) и их производных в (6) и (4), после преобразования получим систему уравнений для определения перемещений по обобщенным координатам:

$$\Delta_z \overline{z} - k\overline{\alpha} L = \overline{F}z,$$

$$\Delta_\alpha \overline{\alpha} - \sum k_i \overline{z}_i L_i = 0, \tag{8}$$

$$\Delta_\theta \overline{\theta} = \overline{F}_\theta, \tag{9}$$

где $\Delta_z = -M\omega^2 + i\omega\lambda_я + c_2;$

$$\Delta_\theta = -J\omega^2 + i\omega\lambda_\theta + c_\theta; \tag{10}$$

$\Delta_\alpha = -J_4\omega^2 + i\omega\lambda_\alpha + c_\alpha; k = i\omega\lambda + c;$

$$\overline{F}_z = k\left(\int\limits_{A-\ell}^{A+\ell} \overline{h}_1 dx + \int\limits_{-A-\ell}^{-A+\ell} \overline{h}_2 dx\right) + m\omega^2(\overline{e}_1 + \overline{e}_2);$$

$$\overline{F}_\theta = k\left(\int\limits_{A-\ell}^{A+\ell} \overline{h}_1 x dx + \int\limits_{-A-\ell}^{-A+\ell} \overline{h}_2 x dx\right) + mA\omega^2(\overline{e}_1 - \overline{e}_2) + (J_b - J_a)\omega^2(\overline{\delta}_1 + \overline{\delta}_2). \tag{11}$$

Здесь $\overline{F}_z, \overline{F}_\theta$ – комплексные возмущающие силы.

Из (9) следует, что угловые колебания валиков на i-й линии цилиндров не связаны ни с линейными, ни с угловыми колебаниями валиков на соседних линиях, а зависят только от возмущающих сил на той же линии и определяются комплексными передаточными функциями:

$$W(\theta, F_\theta)_i = \frac{1}{\Delta_{\theta,i}}, \tag{12}$$

где $W(\theta, F_\theta) = \dfrac{\overline{\theta}}{\overline{F}_\theta}$ – комплексная передаточная функция.

Линейные колебания от возмущающих сил, действующих на i-й линии цилиндров, передаются на все линии, в том числе на i-ю. Передаточную функцию линейных колебаний можно найти из решения системы уравнений (9):

$$W(z, F_z)_{i,i0} = \frac{k_i L_i W(\alpha, F_z)_{i0} + KF_{i,i0}}{\Delta_{z,i}}, \tag{13}$$

где $KF_{i,i0} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = i_0, \\ 0 & \text{при } i \neq i_0; \end{cases}$

$$W(\alpha, F_z)_{i0} = \frac{k_{i0} L_{i0}}{\Delta_{\alpha 1} \Delta_{z,i0}}; \tag{14}$$

$$\Delta_{\alpha 1} = \Delta_\alpha - \sum_{i=1}^{n} \frac{(k_i L_i)^2}{\Delta_{z,i}}.$$

Подставляя (7) в (2) с учетом (11...13), получаем исходную передаточную функцию, связывающую колебание нагрузки на произвольно выбранной тумбочке с погрешностью на любой втулке:

$$W(q, \Delta)_{i,j,i0,j0} = k(W(h, \Delta)_{i,j} - W(zF_z)_{i,i0} W(F_z\Delta)_{i0,j0} - W(\theta, F_\theta)_i W(F_\theta, \Delta)_{i0,j0} X), \tag{15}$$

где i, j – номер исследуемой линии цилиндров и тумбочки (втулки); i_0, j_0 – номер линии цилиндров и тумбочки с погрешностью.

Недостающие передаточные функции представлены в табл. 1.

Таблица 1

Погрешность	Передаточные функции			ω
	$W_{h\Delta}$	$W_{Fz,\Delta}$	$W_{F\theta,\Delta}$	
Эксцентриситет валика				
$j = j_0$	1	$2kl$	$\pm 2kl/A$	$\omega_в$
$j \neq j_0$	0			
Эксцентриситет рифцилиндра	1	$4kl$	0	$\omega_ц$
Статический дисбаланс	0	$m\omega^2$	$\pm m\omega^2 A$	$\omega_в$
Динамический дисбаланс	0	0	$(J_в - J_а)\omega^2$	$\omega_в$

Примечание. $\omega_в, \omega_ц$ – угловые скорости валика и цилиндра; знак "+" – для первой тумбочки, "-" – для второй.

Предлагаемая математическая модель в отличие от известных [2] позволяет учесть распределенную нагрузку, демпфирования и случайный характер погрешностей.

ВЫВОДЫ

Предложена математическая модель, позволяющая определять колебания нагрузки в вытяжной паре под действием случайных погрешностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петровский В.С.* // Вестник КГТУ. – Кострома, 2002, №5. С.73...75.

2. *Степанов В.А., Шутов Г.Н., Королев М.В.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1984, №1.С.87...90.

Рекомендована кафедрой технологии машиностроения. Поступила 07.02.03.