

УДК 677-486.2:539.311

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СКРУЧЕННЫХ НИТЕЙ**В. П. ЩЕРБАКОВ, И. Б. ЦЫГАНОВ, В. А. ЗАВАРУЕВ***(Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина)**

Проблемам механики скрученных между собой нитей, имеющей большое практическое значение для всей текстильной технологии, посвящено много серьезных исследований. Так, вопросы структуры нити, скрученной в несколько сложений, глубоко проанализированы в работах L.R.G. Treloar; задачи силового взаимодействия упругих, скрученных между собой нитей, рассмотрены в статьях S. K. Vatra, где наряду с теорией содержатся конкретные экспериментальные данные.

Однако, на наш взгляд, решение этой весьма трудной задачи с предельной ясностью физической стороны проблемы и оригинальной геометрической заменой реальных нитей некоторой поверхностью дано В.И. Феодосьевым в [1].

В настоящей статье предлагаются новые решения и представления о контактном взаимодействии двух скрученных между собой упругих нитях, причем сопротивление каждой из них растяжению, изгибу и кручению может быть различным. Разработка теории рассматриваемого вопроса вызвана необходимостью получения трикотажа на основовязальных машинах из сверхтонких нитей.

На кафедрах механической технологии волоконистых материалов и технологии трикотажного производства МГТУ им. А.Н. Косыгина создана технология основовязаного трикотажа, формируемого из

комбинированной нити. Прядь, состоящая из двух или трех очень тонких, практически невидимых, параллельных высококомодульных нитей, обкручивается сначала химической нитью в одном направлении, а затем другой, подобной нитью, в противоположном направлении.

Диаметр высококомодульной нити настолько мал по сравнению с толщиной обвивочной нити, что скрученная комбинированная нить представляет собой две одинаковые, вписанные одна в другую, винтовые линии, радиус осевой линии каждой из которых равен радиусу поперечного сечения комбинированной нити.

С другой стороны, модуль упругости высококомодульной нити настолько превосходит модуль химической нити, что пренебречь различием жесткостных характеристик обеих изогнутых по винтовым линиям упругих нитей, одна из которых содержит две или три высококомодульные нити, уже ни в коем случае нельзя.

Необходимо определить условия силового взаимодействия двух скрученных между собой ветвей, вычислить изгибающие и крутящие моменты, натяжение и поперечную силу каждой из них, а также найти контактную нагрузку, возникающую между нитями. Как частный случай, когда жесткости обеих ветвей одинаковы, получается обычная крученая нить в два сложения.

* Начало

Условимся скрученную в два сложения нить называть крученой нитью, а ее компоненты – одиночные нити – просто нитью. Конечно, первичные нити (это может быть комплексная нить или пряжа) при формировании тоже приобретают кручение, но здесь они рассматриваются как упругие нити с жесткостью при изгибе EI и жесткостью при кручении GI_p . Обозначим: E – модуль упругости; G – модуль сдвига; I – осевой момент инерции сечения; I_p – полярный момент инерции сечения. В процессе скручивания нити необходимо натягивать. Поэтому на концах каждой из нитей в направлении оси крученой нити приложена сила T_1 .

Сечение каждой из двух нитей представляет собой круг радиусом R , а осевая линия нити – винтовую линию с углом подъема β и радиусом, равным радиусу поперечного сечения крученой нити, то есть тоже R . Кривизна винтовой линии является постоянной и равна $k_3 = \frac{\sin^2 \beta}{R}$.

$$\text{кручение} - k_1 = \frac{\sin \beta \cos \beta}{R}.$$

Под кручением в нашем случае следует понимать первую компоненту вектора Дарбу, характеризующего меру отклонения кривой от плоской формы. Напомним, что вектором Дарбу называется вектор, который определяет вращение естественных осей при движении точки по кривой.



Рис. 1

Между нитями вдоль винтовой линии возникает контактная равномерно распределенная нагрузка интенсивностью q . У винтовой линии главная нормаль v пересекает ось нити под прямым углом и совпа-

дает с ее радиусом. Возьмем на поверхности одной нити точку касания A (рис. 1).

Вследствие свойств винтовой линии указанная нормаль v в точке A является одновременно нормалью к поверхности второй изогнутой по винтовой линии нити. Последовательность точек касания A образует ось крученой нити.

Технология формирования крученой нити должна обеспечить равновесную структуру. Если правильно подобрать геометрические и силовые параметры процесса скручивания с учетом свойств нитей, то ось крученой нити представляет собой прямую. Линия контакта, образующая точками касания A ось крученой нити, является прямой линией (рис. 1).

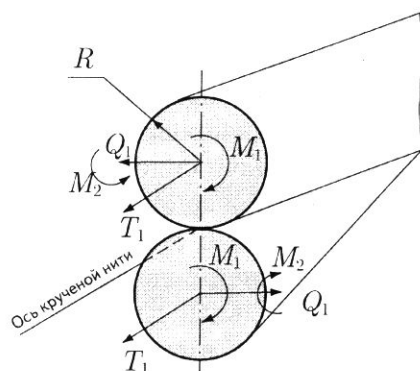


Рис. 2

Рассечем крученую нить плоскостью, перпендикулярной ее оси. В сечении будут располагаться два соприкасающихся эллипса, представляющие собой сечения нитей, расположенных под углом β к оси крученой нити (рис. 2).

Система самоуравновешенных внутренних сил, действующих в сечении крученой нити, сводится к моментам M_1 и M_2 , силам T_1 и Q_1 (рис. 2). Клебшем предложены соотношения, основанные на пропорциональности компонентов кривизны и кручения при деформировании компонентами главного момента внутренних усилий: крутящий момент $M_k = GI_p k_1$, изгибающий момент $M_{и} = EI k_3$, где k_1 – упомянутое ранее кручение осевой линии нити, возникающее при скручивании элемента нити моментом M_k ; k_3 – кривизна пространственной осевой линии при изгибе нити моментом $M_{и}$.

Общее для двух нитей сечение не перпендикулярно осевым винтовым линиям каждой из них. Поэтому рассматриваемые в сечении крученой нити моменты M_1 и M_2 не могут быть ни крутящими, ни изгибающими так же, как силы T_1 и Q_1 не являются ни натяжением, ни перерезывающей силой.

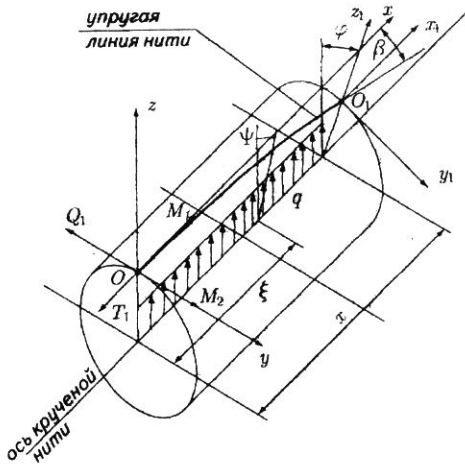


Рис. 3

Ось крученой нити является прямой линией контакта нитей. Построим на этой оси вспомогательный цилиндр радиусом R (рис. 3). На поверхности этого цилиндра будут расположены винтовые осевые упругие линии нитей.

Рассмотрим верхнюю винтовую линию. Поместим в точке пересечения линии с плоскостью сечения крученой нити начало координат $Oxuz$. Ось Ox направим вдоль оси крученой нити, Oy – горизонтально вправо, Oz – вертикально вверх. В точке O приложены моменты M_1 и M_2 , а также силы T_1 и Q_1 . Вдоль оси построенного вспомогательного цилиндра в радиальном направлении действует распределенная нагрузка интенсивностью q .

От точки O на расстоянии x на упругой линии выберем произвольную точку O_1 . В этой точке поместим подвижную систему координат $O_1x_1y_1z_1$. Ось O_1x_1 направим параллельно оси O_1x . Ось O_1z_1 повернута относительно координатной оси Ox на угол φ .

Для обеспечения равновесности крученой нити необходимо, чтобы в произволь-

но взятой на упругой линии точке O_1 моменты M_1 и M_2 , силы T_1 и Q_1 были бы такими же, что и в точке O . Причем все это должно быть независимо от x и φ .

Найдем проекции сил на подвижные координатные оси $O_1x_1y_1z_1$. Составляющая сил по оси O_1x_1 равна T_1 , так как остальные силы Q_1 и q перпендикулярны этой оси.

Тогда проекции сил на оси $x_1y_1z_1$ будут равны

$$X_{1O_1} = T_1,$$

$$Y_{1O_1} = -Q_1 \cos \varphi - \int_0^x q \sin(\varphi - \psi) d\xi, \quad (1)$$

$$Z_{1O_1} = -Q_1 \sin \varphi + \int_0^x q \cos(\varphi - \psi) d\xi.$$

Для того, чтобы получить связь между текущими величинами ψ и ξ , найдем длину дуги, соответствующей углу ξ : $l_\xi = R\psi$ или $l_\xi = \xi \operatorname{tg} \beta$.

Отсюда $R\psi = \xi \operatorname{tg} \beta$ и

$$\xi = R\psi \operatorname{ctg} \beta, \quad d\xi = R \operatorname{ctg} \beta d\psi. \quad (2)$$

Проинтегрируем $\int_0^x q \sin(\varphi - \psi) d\xi$, предварительно перейдя от переменной ξ к ψ .

Имеем

$$qR \operatorname{ctg} \beta \int_0^\varphi \sin(\varphi - \psi) d\psi$$

или

$$qR \operatorname{ctg} \beta \int_0^\varphi \sin \vartheta d\vartheta = qR \operatorname{ctg} \beta (1 - \cos \varphi).$$

Аналогично находится и второй интеграл системы (1). После интегрирования получаем

$$X_{1O_1} = T_1,$$

$$Y_{1O_1} = -Q_1 \cos \varphi - qR \operatorname{ctg} \beta (1 - \cos \varphi), \quad (3)$$

$$Z_{1O_1} = -Q_1 \sin \varphi + qR \operatorname{ctg} \beta \sin \varphi.$$

Как было отмечено, для обеспечения равновесности крученной нити необходимо, чтобы в произвольно взятой на упругой линии точке O_1 силы T_1 и Q_1 независимо от x и φ были бы такими же, что и в точке O . Поэтому потребуем, чтобы $Y_{1O_1} = -Q_1$ и $Z_{1O_1} = 0$. Из этих условий имеем

$$Q_1 = qR \operatorname{ctg} \beta. \quad (4)$$

1. *Феодосьев В. И.* Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М.: Наука. 1996.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 03.04.03.
