

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ДВУХВАЛКОВОГО МОДУЛЯ С УЧЕТОМ СИЛ СОБСТВЕННОГО ВЕСА

В.А. МАРТЫШЕНКО, А.В. ПОДЬЯЧЕВ

(Костромской государственный технологический университет)

Собственный вес валкового модуля текстильного отделочного оборудования достигает нескольких сот килограммов, что при определенных технологических режимах составляет существенную часть от усилия прижима.

Собственный вес валов при изгибной деформации может быть учтен путем введения в систему однородных дифференциальных уравнений статического изгиба двухвалкового модуля (ДВМ) [1] неоднородных членов, отражающих влияние интенсивностей распределенных нагрузок, равных соответственно погонным весам валов:

$$\begin{cases} EI_1 v_1^{iv} + \chi(v_1 - v_2) = g_1, \\ EI_2 v_2^{iv} + \chi(v_2 - v_1) = g_2, \end{cases} \quad (1)$$

где v_1, v_2 – линейные перемещения сечений валов; EI_1, EI_2 – жесткости участков валов; χ – коэффициент упругости основания; g_1, g_2 – собственные погонные веса валов.

Вследствие того, что дальнейшее решение уравнения производится численно, тождественными преобразованиями система (1) приводится к эквивалентной сис-

теме 8 линейных неоднородных дифференциальных уравнений первого порядка.

Для этого введем новые переменные X и дополним уравнения (1) уравнениями, следующими из теории изгиба стержней:

$$X_{2i-1} = v_i/l_0; X_{2i} = dX_{2i-1}/d\zeta;$$

$$X_{2i+4} = l_i/l_0 dX_{2i}/d\zeta; X_{2i+3} = dX_{2i+4}/d\zeta. \quad (2)$$

где $X_{2i} = \varphi_i$; $X_{2i+3} = M_i I_0 / (E_0 I_0)$; $X_{2i+4} = F_i I_0^2 / (E_0 I_0)$; ($i = 1, 2$); φ – угловые перемещения; M_i , F_i –узловые силовые факторы – соответственно изгибающие моменты и поперечные силы; E_0 , I_0 , I_0 – нормирующие множители.

Объединив (1) и (2), получим

$$dX/d\zeta = CX + G, \quad (3)$$

где компоненты вектора X имеют вид:
 $X_1 = v_{10}$, $X_2 = \varphi_{10}$, $X_3 = v_{20}$, $X_4 = \varphi_{20}$, $X_5 = M_{10}$, $X_6 = F_{10}$, $X_7 = M_{20}$, $X_8 = F_{20}$; $G = [0, 0, 0, 0, -g_1, 0, -g_2, 0]^T$ –вектор свободных членов; индексы 10 и 20 – индексы начальных параметров 1 и 2-го валов; C – матрица связи 8×8 имеет вид

где $r = \chi l_0^4 / (E_0 I_0)$.

Решение системы уравнений (3) найдем в виде суммы общего и частного решения.

Для нахождения общего решения выполним интегрирование системы (3) последовательно 8 раз при нулевом векторе G на интервале интегрирования $(0; 1)$. Первый раз решение выполним при векторе начальных краевых условий $(1, 0, \dots, 0)$,

второй раз – $(0, 1, \dots, 0)$ и, наконец, 8-й раз – $(0, 0, \dots, 1)$.

Численное интегрирование системы уравнений 8 раз дает соответственно 8 векторов, являющихся столбцами матрицы A . В левой части равенства получаем значения кинематических и статических параметров в правом сечении:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ F_1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Нахождение частного решения проводим при нулевом векторе начальных параметров. При первом интегрировании примем $G = [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0]^T$, при втором

$G = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0]^T$. В итоге получим 2 вектора матрицы B размерностью 8×2 .

С учетом частного решения уравнение (4) окончательно принимает вид:

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ F_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} \bar{G}. \quad (5)$$

Здесь $\bar{G} = [-g_{1n}, -g_{2n}]^T$, где $g_{1n} = g_1 l_0^4 / (E_0 I_0)$, $g_{2n} = g_2 l_0^4 / (E_0 I_0)$.

Уравнение (5) неудобно для решения задач, содержащих последовательно расположенные участки, каждый из которых описывается подобным уравнением. Для получения уравнения состояния изгиба элемента необходимо объединить векторы

V_1 и V_2 в один вектор $V = [V_1, V_2]^T$, а векторы F_1 и F_2 – в вектор $F = [F_1, F_2]^T$.

После матричных операций над (5) получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$F = KV + HG \quad (6)$$

или:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \bar{G}, \quad (7)$$

где

$$F = [F_1, F_2]^T; V = [V_1, V_2]^T;$$

$$K_{11} = -A_{12}^{-1} A_{11}; K_{12} = A_{12}^{-1};$$

$$K_{21} = A_{21} - A_{22} A_{12}^{-1} A_{11}; K_{22} = A_{22} A_{12}^{-1};$$

$$H_1 = -A_{12}^{-1} B_1; H_2 = B_2 - A_{22} A_{12}^{-1} A_{11}.$$

С помощью топологического описания конструкции ДВМ уравнения состояния

для отдельных элементов используются для формирования уравнения состояния ДВМ в целом. Решение СЛАУ позволяет определить узловые перемещения, а обратный переход к уравнениям состояния отдельных элементов – узловые силовые факторы в сечениях всех отдельных элементов.

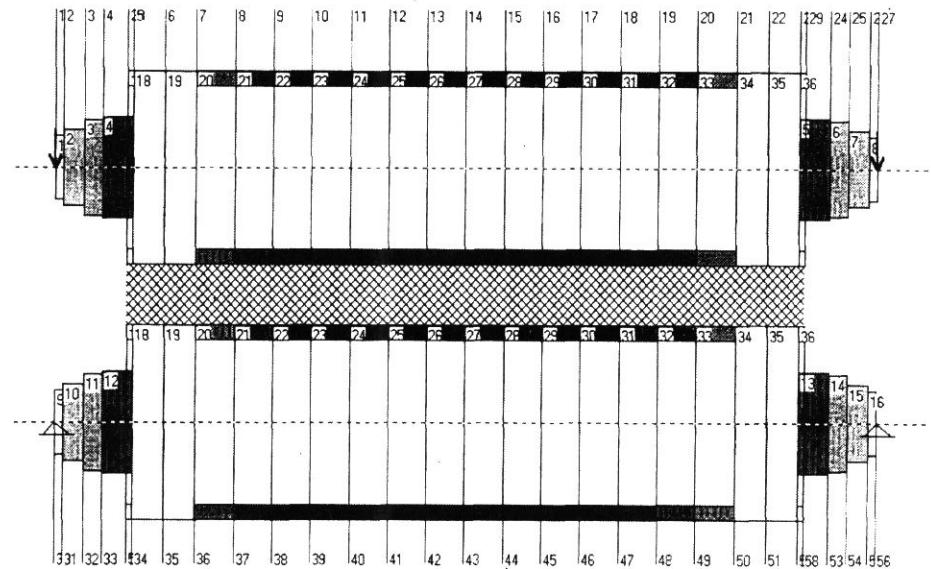


Рис. 1

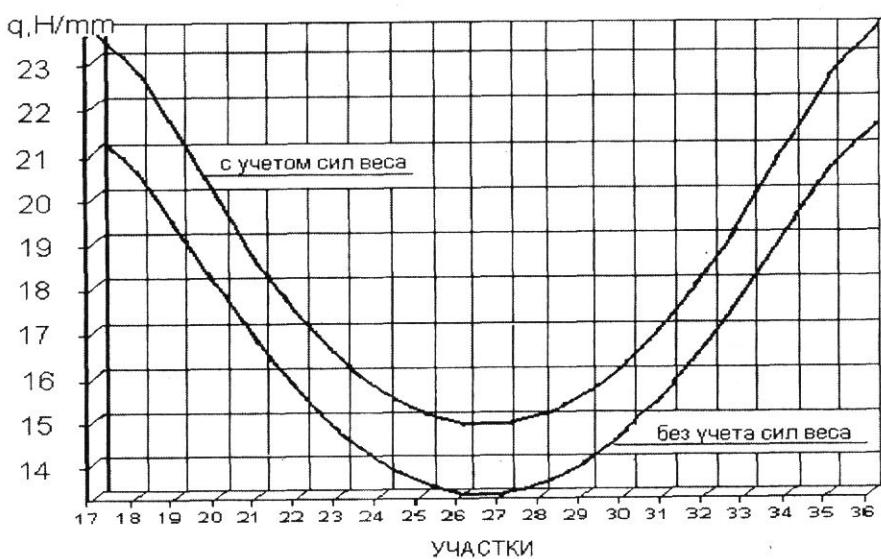


Рис. 2

Влияние сил собственного веса рассмотрим на примере ДВМ О-180 (рис. 1). При нагрузке на верхний вал 29800 Н модуль весит 4548 Н, что составляет 15% от нагрузки. При этом происходит изменение значений удельных нагрузок в жале.

На рис. 2 представлены графики удельных нагрузок в жале без учета и с учетом сил собственного веса, где заметны количественные отличия. Возросла номинальная удельная нагрузка с 16,55 до 19,08 кН/м. Значения максимальных удельных

нагрузок увеличились с 21,364 до 23,631 кН/м, а минимальных – с 13,249 до 14,849 кН/м. При этом неравномерность давления снизилась с 49 до 46%.

Неравномерность давления по ширине валов определялась отношением абсолютной разности максимальной и минимальной нагрузок к номинальной нагрузке. В целом же характер распределения давления по рабочей ширине модуля не изменился.

ВЫВОДЫ

1. Учет собственного веса валов ДВМ приводит к увеличению удельных нагрузок в жале валов. При собственном весе валов, составляющем 15% от величины усилия прижима валов, максимальные и минимальные значения удельных нагрузок увеличиваются соответственно на 10,6 и 11,2%.

2. Учет собственного веса валов ДВМ приводит к уменьшению неравномерности давления в жале валов по их длине и, следовательно, к уменьшению неравномерности отжима ткани в валах.

3. В связи с тем, что величины давления в жале валов и неравномерности дав-

ления являются важными параметрами технологического процесса отжима ткани, для повышения качества процесса отжима целесообразно для металлоемких валов учитывать одновременно усилие прижима валов и их вес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартишенко В.А., Подъячев А.В. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1988, № 3. С.99...102.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов. Поступила 22.11.02.
